I －23　　　　構造物の雑微動解析による振動特性の推定

九州大学　正員　小坪清真
九州大学　学生員　○山縣達弥

1. まえがき

本論文は，雑微動を測定解析することにより，構造物の固有周期，振動型，減衰定数を推定しようとしたものである。

2. 不規則振動論による多自由度系の変位応答

r 次の振動型が $Y_r(x)$，固有円振動数が n_r，減衰定数が h_r の多自由度系が地動加速度 $\ddot{\varphi}(t)$ をうけるときの振動変位のパワースペクトルは次式で表わされる．

$$S_y(\omega)=|\alpha_y(i\omega)|^2\cdot S(\omega) \qquad (1)$$

ここに，$\alpha_y(i\omega)$ は任意点 x のリセプタンス，$S(\omega)$ は地動のパワースペクトルである．

h_r が十分小さく　かつ，固有円振動数が離れている場合には，$|\alpha_y(i\omega)|^2$ は近似的に次式で表わされる

$$|\alpha_y(i\omega)|^2 \doteqdot \sum \beta_r^2\, Y_r^2(x)\cdot\frac{1}{(n_r^2-\omega^2)^2+4h_r^2\omega^2} \qquad (2)$$

したがって，第 s 次の固有振動数におけるパワースペクトル分布は

$$S_y(\omega)=\left\{\sum \beta_r^2\cdot Y_r^2(x)\,\frac{1}{(n_r^2-n_s^2)^2+4h_r^2\omega^2}\right\}\cdot S(\omega) \qquad (3)$$

$n_r=n_s$ における値が特に大きくなるので

$$S_y(\omega)=\beta_s^2\cdot Y_s(x)\cdot\frac{S(\omega)}{4h_s^2n_s^2} \qquad (4)$$

すなわち，パワースペクトルの平方根分布は振動型 $Y_s(x)$ に近似的に等しくなる．又，固有周期は $S_y(\omega)$ の卓越周期から求まり，次に述る自由減衰振動からも求まる。

3、不規則振動より自由減衰振動を求める

先ず，振動系の方程式としては　　$\ddot{x}+2nh\dot{x}+n^2x=f(t)$　　(5)

を採用する。　$f(t)$ は全く不規則であるが，次の仮定をみたしているものとする．

(1)　$f(t)$ は x や dx/dt に無関係である。　　　(2)　$f(t)$ の平均は 0 である．

(3)　$\int_{t_1}^{t_2}f(t)\,dt$ と $\int_{t_1'}^{t_2'}f(t)\,dt$ とは $(t_1\ t_2)$ $(t_1'\ t_2')$ が共通の領域を持たない限り無関係である．

今，x の値が連続的に知られて居るものとし，その中から $x=x_0$，$dx/dt=v_0$ なる一定の変位と速度とを有する所を沢山選び出して，それ以後の x の始めを揃えて書き並べたとする。このような条件を満足する (5) 式の解は

$$x=x_0e^{-\varepsilon t}\cos\sqrt{n^2-\varepsilon^2} + \frac{\varepsilon x_0+v_0}{\sqrt{n^2-\varepsilon^2}}e^{-\varepsilon t}\sin\sqrt{n^2-\varepsilon^2}\ t$$
$$-\frac{e^{-\varepsilon t}\cos\sqrt{n^2-\varepsilon^2}\ t}{\sqrt{n^2-\varepsilon^2}}\int_0^t f(t)e^{\varepsilon t}\sin\sqrt{n^2-\varepsilon^2}\,t+\frac{e^{-\varepsilon t}\sin\sqrt{n^2-\varepsilon^2}\ t}{\sqrt{n^2-\varepsilon^2}}\int_0^t f(t)e^{\varepsilon t}\cos\sqrt{n^2-\varepsilon^2}\,t\,dt \qquad (6)$$

である。　このような x_0，v_0 を以て始まる x の沢山の平均 $\overline{X}_{x_0v_0}$ を採れば，仮定によって第三項と第四項は消える。そこで dx/dt には構わずに同じ x_0 を有する所を沢山拾い出して，始めを揃えてそれ以後の

xを平均したとする。 この様な振動を沢山取り出せば，それらのdx/dtの平均は0になるはずである。 次に更にxを一定の値x_0にとらないで，xの正のものを全部平均したものを$\bar{x}_+$とし，同じ様にxの負のものを取り出して平均したものを$\bar{x}_-$とすると，

$$x_{\pm}=\bar{x}_{0\pm}e^{-\varepsilon t}\cos\sqrt{n^2-\varepsilon^2}\,t+\frac{\varepsilon\bar{x}_{0\pm}}{\sqrt{n^2-\varepsilon^2}}e^{-\varepsilon t}\sin\sqrt{n^2-\varepsilon^2}\,t \qquad (7)$$

振動が全く不規則である以上 $\bar{x}_{0+}=-\bar{x}_{0-}$ であるから

$$\bar{x}_+-\bar{x}_-=|\bar{x}_0|e^{-\varepsilon t}\cos\sqrt{n^2-\varepsilon^2}\,t+\frac{\varepsilon|\bar{x}_0|}{\sqrt{n^2-\varepsilon^2}}e^{-\varepsilon t}\sin\sqrt{n^2-\varepsilon^2}\,t \qquad (8)$$

となる。即ちことは，この振動系の自由減衰振動を表わすものであって，勝手なxを始めとし，xが正ならばそのままで，負ならば符号を変えたものを全部平均すればよいということである。

4. 測定および実験結果

実験は名護大橋（佐賀県 ディビダーク橋）と九大の水工土木の建物で行ない，名護屋大橋では上下方向と水平方向の雑微動を，水工土木の建物では短手方向と長手方向の雑微動を測定した。
記録には一次振動だけで高次振動が現われなかったので一次振動だけ解析した。 又，AD変換器がなかったので直記式電磁オシロに記録し，これを0.02 sec おきに読みとりDigital化した。

名護屋大橋の固有周期

	$S_y(\omega)$の卓越周期	自由減衰振動
上下振動	0.86 (0.90)	0.86
水平振動	1.28 (1.26)	1.28

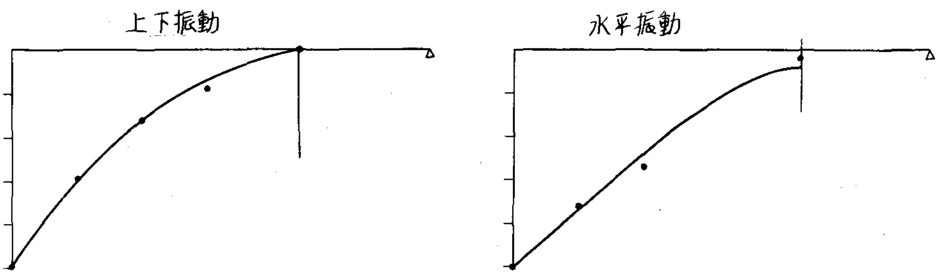
カッコ内は起振機実験によるもの

水工土木の建物の固有周期

	$S_y(\omega)$の卓越周期	自由減衰振動
長手方向	0.30	0.30
短手方向	0.34	0.38

減衰定数は名護屋大橋で0.023，水工の建物で0.052であった。

名護屋大橋の振動型



パワースペクトルの平方根の分布を示したものが丸印であり，起振機による振動型が実線である。

参考文献

(1) J. D. Robson 「An Introduction to Random Vibration」
(2) 小坪 荒牧 高西 「ディビダーク橋の振動性状に関する試験」 九大工学集報 昭和45年1月