

九州大学

正員

小坪 清真

"

学生員

鳥野 遼

"

"

坂吉 利郎

1. 考え方

単に、曲げ変形だけをうける橋梁の地震応答は、波動伝播を含め Modal Analysis で充分、求められる事が、単純梁、連続梁の模型実験及び計算から分った。しかし、単に曲げだけではなく、振れ変形も同時に起こる構造物だけ、その地震応答を Modal Analysis を適用して求めることは可能かの、どうかを考察する必要がある。そういう理由から、曲げと共存して、振れの生じる高い橋脚を有する橋梁を考へ、その地震応答を、模型実験より Modal Analysis を求めた。

2. 概要

材料は厚さ 5mm のアクリル板で、断面を 5cm とし、Fig 1 がその模型で、外乱は一端 (A) に板バネを用いて作用せると、同様にして支点 (B) に作用させるとの二通りを行った。図中の X 印に下級を張り、その応答をひずみを調べた。解析に必要な固有振動数、万能減衰常数は moving coil モーターを電磁的につなげ、その共振周波数及び加振力によって後の自由減衰振動から求めた。

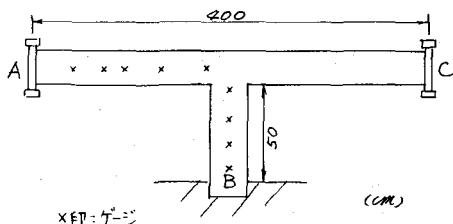


Fig. 1

3. 計算

曲げ振動の微分方程式は一様断面であれば

$$\frac{\partial^4 \psi}{\partial x^4} + C_0^2 \frac{\partial^4 \psi}{\partial x^4} = 0 \quad C_0^2 = \frac{EIg}{wA} \quad (1)$$

(1)式の解は $\psi = X(C \cos nt + D \sin nt)$ で与えられ、これを(1)式に代入すると

$$\frac{d^4 X}{dx^4} - \frac{n^2}{C_0^2} X = 0 \quad \frac{n^2}{C_0^2} = \frac{n^2 w A}{E I g} = f_p^4 \quad (2)$$

(2)式の一般解は $X_s = A_s \sin f_p x + B_s \cos f_p x + C_s \sinh f_p x + D_s \cosh f_p x$

振れ振動の微分方程式は

$$\frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} - C_t^2 \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} = 0 \quad C_t^2 = \frac{K g g}{I_o w} \quad (3)$$

薄板では長辺を a、短辺を b とすると $K = \frac{1}{3} ab^3$

(3)式の解は $\theta = \Theta (\psi' \cos nt + \psi' \sin nt)$ で与えられ、これを(3)式に代入すると

$$\frac{d^2 \Theta}{dx^2} - \frac{n^2}{C_t^2} \Theta = 0 \quad (4)$$

(4)式の一般解は $\Theta_s = A'_s \sin \frac{n_s}{C_t} x + B'_s \cos \frac{n_s}{C_t} x$

橋脚が対称変形する時には橋脚に嵌めが生じ、逆対称の時には橋脚に嵌めが生じる事を考慮境界条件を入れて解くと、対称変形の時の振動微分方程式は

$$\begin{aligned} & \sin \frac{n_s l}{C_t} \left[(\sinh p_s l - \tanh p_s l \cdot \cosh p_s l) \left\{ \frac{K}{4} (\sinh p_s l' - \sinh p_s l) + \frac{K}{4} (\cosh p_s l' + \cosh p_s l) \right\} \right. \\ & + \cosh p_s l \left\{ K (\sinh p_s l - \sinh p_s l) (\cosh p_s l' + \cosh p_s l') - K (\cosh p_s l - \cosh p_s l) (\sinh p_s l' + \sinh p_s l) \right\} \Big] \\ & + \frac{n_s}{C_t} \cos \frac{n_s l}{C_t} \left[(\sinh p_s l - \tanh p_s l \cdot \cosh p_s l) \left\{ \frac{p_s}{4} (\sinh p_s l' + \sinh p_s l) (\cosh p_s l + \cosh p_s l) \right\} \right. \\ & \left. + \frac{p_s}{4} \left\{ \frac{p_s}{4} (\sinh p_s l' - \sinh p_s l) (\cosh p_s l - \cosh p_s l) \right\} + \cosh p_s l \left\{ p_s (\cosh p_s l' - \cosh p_s l)^2 + p_s (\sin^2 p_s l' - \sinh p_s l') \right\} \right] = 0 \end{aligned}$$

逆対称変形の時の振動微分方程式は

$$\frac{12IE}{ab^3G} p_s^2 \sinh p_s l \cdot \sin \frac{n_s l'}{C_t} + p_s (\coth p_s l \cdot \sinh p_s l - \cosh p_s l) \cdot \frac{n_s}{C_t} \cos \frac{n_s l'}{C_t} = 0$$

但し、 l は橋脚の半分、 l' は橋脚の高さ

$$K = 3IE p_s^2 / ab^3G$$

以上の計算結果と実験結果をまとめたのが table 1 である。

Modal Analysis による解法

オルタネート一般座標、固有振動数、振動型を α_s 、 n_s 、 X_s 、 γ とするとき、 X_s の定義は

曲率振動型を $X_s''(x)$ とわけて X_s のひずみとすれば

$$E = \sum_{s=1}^m \alpha_s (-e X_s''(x)) \quad (5) \quad (\%)$$

e ：部材の総距離

	対称		逆対称	
	計算 (%)	実験	計算	実験
1	1.29	1.28	1.24	1.14
2	2.95	2.96	4.42	5.05
3	6.56	7.14	9.67	10.64
4	12.52	13.60	16.99	15.40

table 1

次に、 S 次の減衰常数を β_s とすると、運動エネルギー K 、 α すみエネルギー V 、散逸関数 F は

$$K = \frac{WI}{2g} \sum_{s=1}^m \dot{\alpha}_s^2 \int_0^l X_s^2(x) dx, \quad V = \frac{WI}{2g} \sum_{s=1}^m n_s^2 \alpha_s^2 \int_0^l X_s^2(x) dx, \quad F = \frac{WI}{2g} \sum_{s=1}^m 2h_s n_s \dot{\alpha}_s^2 \int_0^l X_s^2(x) dx \quad (6)$$

又、外乱を加える支点が、1だけ変位した時の静的弹性変形曲線を $f(x)$ とし、外乱加速度を $\ddot{\phi}(t)$ とすると、一般力 Q_s は

$$Q_s = -\frac{WI}{g} \ddot{\phi}(t) \left\{ \int_0^l f(x) X_s(x) dx \right\} \quad (7)$$

(6)式、(7)式を Lagrange の方程式に代入すると

$$\ddot{\alpha}_s + 2h_s n_s \dot{\alpha}_s + n_s^2 \alpha_s = -\beta_s \ddot{\phi}(t) \quad \text{但し} \quad \beta_s = \frac{\int_0^l f(x) X_s(x) dx}{\int_0^l X_s^2(x) dx} \quad (8)$$

(8)式を Runge-Kutta-Gill 法で α_s を求め、次に(5)式から、刻みの α を求めて、実験から得られる α と対応させ比較する。

応答計算の結果は当日、発表の予定である。