I －17　高橋脚連続曲線桁橋の地震応答解析

熊本大学　正員　吉村虎蔵
〃　正員　○宮村重範
大林組　正員　古賀政郎
藤田組　正員　横山　勉

(1) まえがき

筆者等はさきに高橋脚の直線連続桁橋の地震応答を動的に解析し、静的震度法による解析結果との比較などについて発表したが、ここでは高橋脚の連続曲線桁橋の地震応答の立体解析の方法と、その解析結果と静的解析結果の比較などについて報告する。

(2) 解析理論の概要

A. 固有値の解析　高橋脚の曲線連続桁橋は、通常、橋脚と桁部とが橋脚上でピン結されて橋脚は弾性可動支承として働き、桁は支承上ではその軸線方向にのみ回転可能で、軸線と直角方向に橋脚上で固定されているので、橋脚と桁部を一体の構造として取扱わなければならない。このとき三次元構造解析が必要で、二次元解析では不都合が生じることがある。また連続体としての解析は道路線形などの関係で困難が伴うので、短い直線要素の結合よりなるとみなして解くことが多い。後者の場合、振動解析は集中質量法を用いることになる。いま骨組構造の静的たわみ性行列を $\mathbb{F}$ とし、変形と外力のベクトルをそれぞれ $\mathbb{D}$, $\mathbb{P}$ とすると

$$\mathbb{D}=\mathbb{F}\mathbb{P} \tag{1}$$

この構造が自由振動しているときの変位を $\mathbb{D}=\mathbb{X}\sin\omega t$ とすると $\mathbb{P}$ は次式でおきかえることができる。

$$\mathbb{P}=-m_1\mathbb{M}\ddot{\mathbb{D}}=m_1\omega^2\mathbb{M}\mathbb{X}\sin\omega t$$

ここに $m_1\mathbb{M}$ は質量行列で対角行列である。いま $\sin\omega t=1$ の時刻をとると式(1)は

$$(\mathbb{F}\mathbb{M}-\lambda\mathbb{I})\mathbb{X}=\mathbb{O} \tag{2}$$

ここに $\lambda=1/m_1\omega^2$, $\mathbb{I}$ は単位行列, よって振動数方程式は次式となる。

$$\det|\mathbb{F}\mathbb{M}-\lambda\mathbb{I}|=0 \tag{3}$$

行列 $\mathbb{F}\mathbb{M}$ は一般に対称行列でないので、固有値を求めるには Danilevskii－Newton 法などによればよい。しかし式(2)は次のように変えることができる。

$$(\sqrt{\mathbb{M}}\mathbb{F}\sqrt{\mathbb{M}}-\lambda\mathbb{I})\sqrt{\mathbb{M}}\mathbb{X}=\mathbb{O} \tag{4}$$

行列 $\mathbb{F}$ は対称行列であるからカッコ内の第一項は対称行列である。ゆえに振動数方程式

$$\det|\sqrt{\mathbb{M}}\mathbb{F}\sqrt{\mathbb{M}}-\lambda\mathbb{I}|=0 \tag{5}$$

は Jacobi 法で解く事ができる。このときモードベクトルの計算では $\sqrt{\mathbb{M}}\mathbb{X}=\bar{\mathbb{X}}$ が求まるので $\mathbb{X}=\sqrt{\mathbb{M}}^{-1}\bar{\mathbb{X}}$ から求めなければならない。ここでは剛性行列を用いた固有値解析法については記述を省く。

B. 三次元応答解析　Modal Analysis によれば、動的応答は各振動次数についての応答値の和として求められる。ここでは変位応答値のうち x, y, z 方向の変位を本邦地震平均応答スペクトルを用いて求めることにする。理論計算の結果を示すと、m 次振動について次式が得られる。

$$\mathbb{D}_{m,i}=\gamma_m\beta_m\ddot{\alpha}_0\Phi_{m,i}$$

ここに$D_{m,i}=\{D^x_{m,i},\ D^y_{m,i},\ D^z_{m,i}\}$ すなわちm次振動によるi点の変位ベクトル。g_mはm次振動の一質点系の最大地震加速度$\ddot{\alpha}_0=1$galの地震による最大変位応答。また$\phi_{m,i}=\{\phi^x_{m,i},\ \phi^y_{m,i},\ \phi^z_{m,i}\}$ すなわちm次振動におけるi点の振動モードベクトル。β_mは次式で示される。

$$\beta_m=\frac{\phi_m^t M' B}{\phi_m^t M''\phi_m}=\frac{\sum_i m'_i\phi^t_{m,i}A}{\sum_i m''_i\phi^t_{m,i}\phi_{m,i}}=\frac{\sum_i m'_i(\phi^x_{m,i}a+\phi^y_{m,i}b+\phi^z_{m,i}c)}{\sum_i m''_i\{(\phi^x_{m,i})^2+(\phi^y_{m,i})^2+(\phi^z_{m,i})^2\}} \qquad (6)$$

ここに，$A=\{a,b,c\}$ すなわち地震加速度のx,y,z成分ベクトル，$B=\{A,A,\cdots A\}$，M'，M''は質量行列であるが橋脚を一質点におきかえるとき，上式の分子と分母では橋脚上の質量が異る値をとるので区別して示した。連続体としての解析の場合は骨組全体に沿ってその積分となるからである。i点の最大変位応答はRoot Mean Square法により次式となる。

$$\begin{aligned}D^x_i&=[\sum_m(g_{m,max}\,\beta_m\,\phi^x_{m,i}\ \ddot{\alpha}_0)^2]^{\frac{1}{2}}\\D^y_i&=[\sum_m(g_{m,max}\,\beta_m\,\phi^y_{m,i}\ \ddot{\alpha}_0)^2]^{\frac{1}{2}}\\D^z_i&=[\sum_m(g_{m,max}\,\beta_m\,\phi^z_{m,i}\ \ddot{\alpha}_0)^2]^{\frac{1}{2}}\end{aligned} \qquad (7)$$

(3) 解析例

解析モデルとして大谷橋を取り上げた。本橋は非合成鋼箱桁の6径間連続桁で$30+4@36+30^m$の径間，橋脚は$17\sim30^m$の高さの中空鉄筋コンクリート円形，曲率半径40mの円弧とクロソイドよりなっている。これを35節点で分けて静的に立体解析して求めた変形の影響係数のうちから，x,y,z変位のみをとり，まず，橋脚上に選んだ7質点系として式(3)で固有値を解いた。鉛直変位は橋脚上では微小であるから無視すると行列式の次数は$7\times2=14$である。別に，各径間中央の桁中点に質点を加えて13質点系を式(5)で固有値を求めた。このときの行列式の次数は$14+6\times3=32$である。7質点系と13質点系の固有値の比較を表-1に示す。前者の振動モードを図-1に示す。固有値が殆ど差がないので4次までのモードは一致する。設計基準震度0.15に対して最大地震加速度147galに対する橋脚上の最大変位応答を地震の方向I，II，III，…について計算し，図-2に○印で示す。なお道路公団の震度規定による静的応答値を●印で同図中に記入して比較してある。動的解析では減衰係数比$h=5\%$ととった。

大谷橋の資料の提供をうけた日本道路公団，新日本製鉄(株)に謝意を表す。

表-1

m	T(7質点系)	T(13質点系)
1	1.229	1.223
2	1.146	1.155
3	1.002	0.995
4	0.830	0.828
5	0.732	0.757
6	0.639	0.714
7	0.581	0.615
8	0.486	0.601

図-1

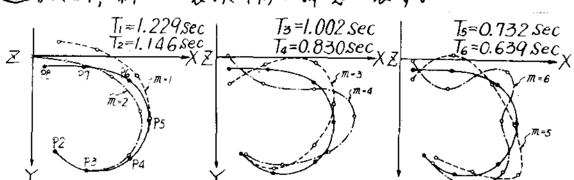

図-2