

熊本大学工学部	正員	三池亮次
同上	正員	吉村虎蔵
同上	学生員	○吉村 健
同上	学生員	水田洋司

1. 要 旨 筆者らは先に、「群遷移マトリックスによる骨組構造解析」と題する小文⁽¹⁾を發表した。その後いくつかの骨組構造、および有限要素法にその適用を試みたので、こゝにそれらの概略を示す。

2. 理 論 系が直列構造を有する骨組を、たとえば3個の部分構造に分割し、それらをそれぞれA, B, C構造と名付ける(図-1.1)。B構造(図-1.2)において、その変位 d と、力 P , R との関係は次式で示される。

$$\begin{bmatrix} K_{11} & K_{10} & K_{12} \\ K_{01} & K_{00} & K_{02} \\ K_{21} & K_{20} & K_{22} \end{bmatrix}_B \begin{bmatrix} d_1 \\ d_0 \\ d_2 \end{bmatrix}_B = \begin{bmatrix} P_1 \\ 0 \\ P_0 \end{bmatrix}_B + \begin{bmatrix} P_1 \\ P_0 \\ 0 \end{bmatrix}_B \quad (1)$$

(1)式において、添字0, 1, 2はそれぞれ中間構造、切断面1、切断面2に属する節点に関することを表わす。また P は節点に作用する外力(うち切断面の節点に作用するものは1側に入れてある)を、 R は切断面に作用する断面力を表わす。(1)式から中間節点変位 d_0 (2)式を消去し、状態ベクトルでまとめると(3)式が得られ、それを(4)式の記号で表わす。(4)式の S_1^B , S_2^B , G^B , C^B をそれぞれB構造の、切断面1, 2における状態ベクトル、群遷移マトリックス、荷重項ベクトルと呼ぶことにする。

$$d_0 = K_{00}^{-1} P_0 - K_{00}^{-1} K_{01} d_1 - K_{00}^{-1} K_{02} d_2 \quad (2)$$

$$\begin{bmatrix} d_1 \\ P_1 \end{bmatrix}_B = A_B^{-1} \begin{bmatrix} -(K_{11} - K_{10} K_{00}^{-1} K_{01}) & I \\ -(K_{21} - K_{20} K_{00}^{-1} K_{01}) & 0 \end{bmatrix}_B - A_B^{-1} \begin{bmatrix} K_{10} K_{00}^{-1} P_0 - P_1 \\ K_{20} K_{00}^{-1} P_0 \end{bmatrix}_B \quad (3)$$

$$\therefore A_B = \begin{bmatrix} (K_{12} - K_{10} K_{00}^{-1} K_{02}) & 0 \\ (K_{22} - K_{20} K_{00}^{-1} K_{02}) & -I \end{bmatrix}_B$$

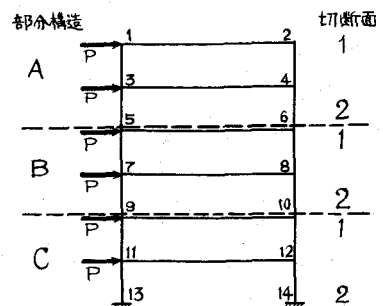
$$S_2^B = G^B S_1^B + C^B \quad (4)$$

切断面2において、適合条件式及びつり合条件式を用いると、

$$S_1^C = U S_2^B \quad \therefore U = \begin{bmatrix} I & 0 \\ 0 & -I \end{bmatrix} \quad (5)$$

(4), (5)式をA, C構造についても考えて、結局次式を得る。

$$\left. \begin{aligned} S_2^A &= G^A S_1^A + C^A \\ S_2^B &= (G^B U G^A) S_1^A + (G^B U C^A + C^B) \\ S_2^C &= (G^C U G^B U G^A) S_1^A + (G^C U G^B U C^A + G^C U C^B + C^C) = G^C S_1^A + C^C \end{aligned} \right\} (6)$$

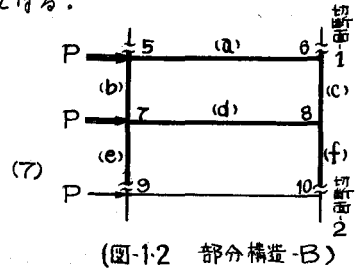


(図-1.1)

(b)式の中3式に境界条件を入れて解析を行う。

3. 高層ラーメンへの適用 たとえば、図-1.1 に示すような簡単高層ラーメンに本法を適用する。そのB構造(図-1.2)について考えると、(1)式は具体的には次式となる。

$$\begin{pmatrix} (K_{11}^a + K_{11}^b) & K_{12}^a & K_{12}^b & 0 & 0 & 0 \\ * & (K_{22}^a + K_{11}^c) & 0 & K_{12}^c & 0 & 0 \\ * & * & (K_{22}^b + K_{11}^d + K_{11}^e) & K_{12}^d & K_{12}^e & 0 \\ * & * & * & (K_{22}^c + K_{11}^f + K_{11}^g) & 0 & K_{12}^f \\ * & \text{SYM.} & * & * & K_{22}^e & 0 \\ * & * & * & * & K_{22}^f & K_{12}^g \end{pmatrix} \begin{pmatrix} d_5 \\ d_6 \\ d_7 \\ d_8 \\ d_9 \\ d_{10} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} K_5 \\ K_6 \\ 0 \\ 0 \\ K_9 \\ K_{10} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} P_5 \\ P_6 \\ P_7 \\ P_8 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (7)$$



ここに $d_i = [u_i, v_i, \theta_i]^T$ ($i=5,6,\dots,10$), $K_i = [X_i, Y_i, M_i]^T$ ($i=5,6,9,10$),

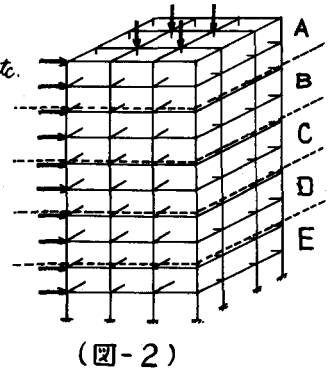
$$P_5 = P_7 = [P, 0, 0]^T, \quad K_{11}^a = \begin{bmatrix} \frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{12EI}{L^3} & \frac{6EI}{L^2} \\ 0 & \frac{6EI}{L^2} & \frac{4EI}{L} \end{bmatrix}_a, \quad K_{12}^a = \begin{bmatrix} -\frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{12EI}{L^3} & \frac{6EI}{L^2} \\ 0 & \frac{6EI}{L^2} & -\frac{4EI}{L} \end{bmatrix}_a \text{ etc.}$$

(7)式に(3)式の操作を施して得られる S_1^a, S_2^b, C^b は (12×1) ,

G^b は (12×12) の, また(5)式の U は (12×12) の行列となる。

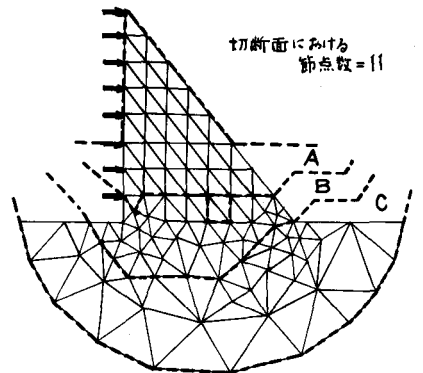
かくして、(6)式の G^T, C^T ($J=A,B,C$) 及びそれらの積を計算し、境界条件として $d_2^c = 0, K_1^a = 0$ を(6)式の中3式に入れて、

$$\begin{pmatrix} 0 \\ K_2^c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} G_{11} & G_{12} \\ G_{21} & G_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} d_1 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} C_1 \\ C_2 \end{pmatrix} \quad \therefore \begin{pmatrix} d_1^a \\ K_2^c \end{pmatrix} = -G_{11}^{-1} C_1 \quad (8)$$



(8)式によって求まる K_2^c を(6)式の中1, 中2式に入れて、すべての切断面における内力と変位を得る。そのうちの変位 d_1^a, d_2^c ($J=A,B,C$) を(2)式に代入して、各部分構造の中節節点変位を得る。以上と全く同様の手法で、図-2 に示すような立体高層ラーメンも解析できる。

4. 有限要素法への適用 本解析は、その出発点が剛性法であるから、有限要素法にも適用できる。たとえば図-3に示す重力ダムに適用する。堤体、岩盤を図に示すような三角形要素に分割し、外力としては水圧、自重、揚水圧、泥圧が作用するが、ここでは水圧のみを考える。要素系を部分構造に分割するのであるが、2及び3で見るように、状態ベクトルの次数(切断面における節点数)は系全体ですべて同一でなければならぬ。



解析すると全く同様に1で行うことができる。 S_1^a, S_2^b, C^T ($J=A,B,C$) の次数は (44×1) , G^T, U ($J=A,B,C$) の次数は (44×44) であり、境界条件としては $d_2^c = 0, K_1^a = 0$ を代入する。

参考文献 (1)土木学会第25回年次学術講演会講演集第1部 P.415, 416。