

宮崎大学 工学部 ○学生員 前原幸夫

正 員 太田俊昭

宮崎県方

正 員 藤本 坦

I まえがき 本研究は長大吊橋の弾塑性挙動に関する理論的解明を試みたもので、主ケーブル、吊桁および補剛桁の塑性特性は勿論のこと、主ケーブルのたたみへの影響をも考慮するといういわゆる弾塑性有限変形理論を骨子とし、その解析手法としては Computer に便利な変形法による行列解法を採用した。

II 基礎公式

(1) ケーブルおよび吊桁の変形法公式

主ケーブルおよび吊桁 AB の位置ベクトルを $\mathbf{d}_A, \mathbf{d}_B$ とし、AB の方向余弦ベクトルを $\mathbf{C}_{AB}$ とすれば、図-1 より一般に次式が成立する。

$$l_{AB} \mathbf{C}_{AB} = \mathbf{d}_A - \mathbf{d}_B \quad (1)$$

式(1)を微分して

$$\Delta l_{AB} \mathbf{C}_{AB} + l_{AB} \Delta \mathbf{C}_{AB} = \Delta \mathbf{d}_A - \Delta \mathbf{d}_B \quad (2)$$

ただし、 $\Delta \mathbf{d}_A, \Delta \mathbf{d}_B$ は A, B 点の変位、 l_{AB} は AB の長さ、

式(2)に $\mathbf{C}_{AB}^T$ を乗ずれば

$$\Delta l_{AB} = \mathbf{C}_{AB}^T (\Delta \mathbf{d}_A - \Delta \mathbf{d}_B) \quad (3)$$

式(3)を式(2)へ代入し $\mathbf{C}_{AB} (\Delta \mathbf{d}_A - \Delta \mathbf{d}_B)$ がスカラー量であることに留意して変形すれば結局次式を得る。

$$l_{AB} \Delta \mathbf{C}_{AB} = \mathbf{C}_{AB}^* (\Delta \mathbf{d}_A - \Delta \mathbf{d}_B) \quad , \quad \mathbf{C}_{AB}^* = \mathbf{I} - \mathbf{C}_{AB} \mathbf{C}_{AB}^T \quad (4)$$

ただし、 $\mathbf{I}$: 単位行列、 $\mathbf{C}_{AB}^T$: $\mathbf{C}_{AB}$ の転置行列、

さて、活荷重により AB に新たに生ずる軸力 N_{AB} は

$$N_{AB} = \int \sigma dA = \sigma A \quad (5)$$

一方、弾塑性域における応力-ひずみ方程式は文献の式をそのまま用いれば、

$$\sigma = E_0 \epsilon (\epsilon - \epsilon^*) \quad (6)$$

式(5)に式(6)を代入しかつ温度変化の項 $\alpha \Delta t$ を考慮すれば、結局次式がまとめられる。

$$N_{AB} = EA \left\{ \frac{\Delta l_{AB}}{l_{AB}} - (\epsilon^* + \frac{\alpha \Delta t}{\epsilon}) \right\} \quad (7)$$

式(7)に式(3)を代入して

$$N_{AB} = EA \left\{ \mathbf{C}_{AB}^T (\Delta \mathbf{d}_A - \Delta \mathbf{d}_B) / l_{AB} - b_{AB} \right\} \quad ; \quad b_{AB} = E_0 \epsilon^* + \frac{\alpha \Delta t}{\epsilon} \quad (8)$$

ここで変形前後の A 端の部載力、および軸力をそれぞれ $\mathbf{F}_{AB}^0, \mathbf{F}_{AB}^*$ および $N_{AB}^0, N_{AB}^* (= N_{AB}^0 + N_{AB})$ とすれば

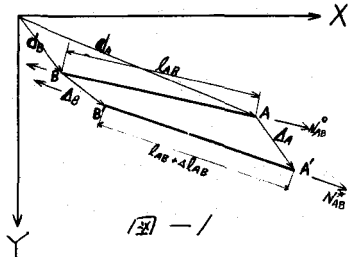
$$\left. \begin{aligned} \mathbf{F}_{AB}^0 &= \mathbf{C}_{AB} N_{AB}^0 \\ \mathbf{F}_{AB}^* &= (\mathbf{C}_{AB} + \Delta \mathbf{C}_{AB}) N_{AB}^* \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

で与えられるゆえ、変形後に新たに生ずる A 端の部載力 $\mathbf{F}_{AB}$ は式(9)より

$$\mathbf{F}_{AB} = \mathbf{F}_{AB}^* - \mathbf{F}_{AB}^0 = \mathbf{C}_{AB} N_{AB} + \Delta \mathbf{C}_{AB} N_{AB}^* \quad (10)$$

式(10)に式(8)を代入して次の変形法公式を与える。

$$\mathbf{F}_{AB} = K_{AB} (\Delta \mathbf{d}_A - \Delta \mathbf{d}_B) / l_{AB} + \mathbf{F}_{AB} \quad (11)$$



ここに、 $K_{AB} = \alpha_{AB} C_{AB} C_{AB}^T + N_{AB} C_{AB}^*$, $F_{AB} = -\alpha_{AB} b_{AB} C_{AB}^*$ であり、特に $\varepsilon^* = 0$ の弾性変形の場合は、後藤茂夫の方程式に一致する。⁽²⁾

(2) 補剛筋の変形法公式

補剛筋と吊材の全節点 A' の補剛筋に作用する水平ならびに垂直力 $\bar{X}_{A'}$, $\bar{Y}_{A'}$ とし、同じく荷重を一括して $\bar{P}_{A'}$ で表わせば全節点 A' に作用する力は一般に

$$\bar{F}_{A'} - \bar{P}_{A'} - \begin{bmatrix} \bar{X}_{A'} \\ \bar{Y}_{A'} \end{bmatrix} = 0 \quad (12)$$

ただし、記号 $\bar{\cdot}$ は全節点のベクトルを行列で一括表示した場合の記号である。一方、補剛筋の曲率 $\kappa = 1/R_{A'}$ は図-2を参照。

$$\bar{M}_{A'} = \lambda_{A'} \bar{Y}_{A'} + \Delta y_{A'} \bar{X}_{A'} = K_{A'} \begin{bmatrix} \bar{X}_{A'} \\ \bar{Y}_{A'} \end{bmatrix} \quad (13)$$

ただし、 $\lambda_{A'}$ は点 A' の κ に関する定数で、長さの次元に有する。また $\Delta y_{A'}$ は弾塑性体の曲率 $\kappa_{A'}$ および $\varepsilon_{A'}$ は $M_{A'}$ によるベクトル表示すると、

$$\begin{bmatrix} \bar{X}_{A'} \\ \bar{Y}_{A'} \end{bmatrix} = [\eta_{A'}] \bar{M}_{A'} + \bar{Z}_{A'} \quad (14)$$

さて補剛筋の点 A' の垂直、水平変位 $\Delta y_{A'}$, $\Delta x_{A'}$ は一般公式より

$$\left. \begin{aligned} \Delta y_{A'} &= \int_0^1 \eta(1-x) dx \cdot \bar{Y}_{A'} - \int_0^1 \eta(x_{A'} - x) dx \cdot \bar{X}_{A'} \\ \Delta x_{A'} &= \int_0^1 \varepsilon_{A'} dx \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

式(15)を一般公式に代入して行列表示すると結局、

$$\bar{D}_{A'} = K_{A'} \begin{bmatrix} \bar{X}_{A'} \\ \bar{Y}_{A'} \end{bmatrix} \quad (16)$$

式(16)に式(14)(15)を代入して整理すれば

$$\bar{D}_{A'} = K_{A'} \eta_{A'} K_{A'}^T (\bar{F}_{A'} - \bar{P}_{A'}) + \bar{Z}_{A'} \quad \therefore \bar{F}_{A'} = K_{A'} \bar{D}_{A'} + \bar{F}_{A'} \quad (17)$$

$$\therefore \text{ここに } K_{A'} = [K_{A'} \eta_{A'} K_{A'}^T]^T, \quad \bar{F}_{A'} = \bar{P}_{A'} - K_{A'} \bar{Z}_{A'}$$

III 解法例

以上、導出した諸式を用いて吊橋の解析を行なうには次のようにすればよい。

まず、主ケーブルと吊材の各節点において力の釣り合い式を立てると、

$$\bar{F}_{A'} + \bar{F}_{A'} = 0 \quad (18)$$

式(18)に式(17)を代入する全節点についてまとめれば結局

$$A \bar{D}_{A'} + B \bar{D}_{A'} = -\sum \bar{F}_{A'} - \sum \bar{F}_{A'} \quad (19)$$

一方補剛筋に関しては吊材との釣り合い条件が次式で与えられる。

$$\sum \bar{F}_{A'} + \bar{F}_{A'} = 0 \quad (20)$$

式(20)に式(19)(17)を代入してまとめれば次のようになる。

$$D \bar{D}_{A'} + E \bar{D}_{A'} = -\sum \bar{F}_{A'} - \bar{F}_{A'} \quad (21)$$

ただし、 A, B, D, E は係数行列

式(19)(21)より変形量 $\bar{D}_{A'}, \bar{D}_{A'}$ が求められることになる。なお実際計算は弾性復元効果を考慮するため、文献(1)の荷重増法を採用する必要がある。

IV 参考文献

- (1) 山崎太田 藤本；“構造物の弾塑性変形について” 才25回土木学会 年次学術講演会 (昭和25年11月)
- (2) 後藤茂夫；“有限変形法による吊橋の解析” 土木学会論文集 才156号 (昭和43年8月)
- (3) 山崎太田；“有限変形理論によるR.Cおよび合成材の弾塑性解析” 才16回 橋梁構造研究委員会 (昭和44年12月)

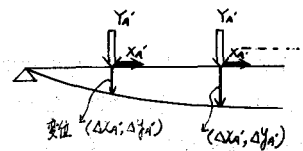


図-2

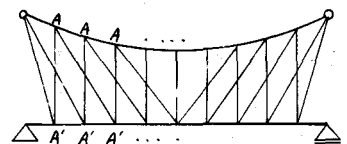


図-3