

宮崎大学工学部 正 員 ○太田 俊昭
バルデラK.K.(フランス) 遠藤 征夫

1. 序言 最近構造材料の質的向上と建設技術の高度な発達にともなう、我が国の土木分野においても構造物の長大化、軽量化が招来され、このため設計面においては単純な弾性設計法に代わって有限変形理論や塑性理論に基づく、より精緻で合理的な設計法の確立が強く望まれるようになってきた。かかる非線型構造解析に関する研究は、今日の所、量的に漸次増大する傾向にあるが、いまだその一般的手法は完成体系化されていない。本研究は、先に提案した弾塑性補正エネルギー法を拡張応用して、トラス橋の弾塑性変形挙動の解明を試みたもので、特にここではトラス部材のたわみの二次的効果ならびに塑性効果について考慮してみることにする。

2. 基礎理論

(1) トラス部材の変形公式

トラス部材 AB の位置ベクトルを d_A, d_B 方向余弦を C_{AB} とすれば、次式が成立する。図-1 から、

$$\ell_{AB} C_{AB} = d_B - d_A \quad \text{--- (1)}$$

$$\therefore \Delta \ell_{AB} = C_{AB}^T (\Delta_B - \Delta_A) \quad \text{--- (2)}$$

ただし Δ_A, Δ_B : 節点 AB の変位ベクトル, C_{AB}^T : C_{AB} の転置行列。

さて、トラス部材のたわみを考慮するには、これを図-2 のように等分割し、分割点 i の曲げモーメント M_i , 軸力 N_i を求める必要がある。図-2 から、

$$M_i = Q_A \lambda f_i + H_A y_i \quad \text{--- (3)}$$

$$N_i = Q_A \sin \theta_i - H_A \cos \theta_i \quad \text{--- (4)}$$

ただし、 $f_i = \sum_{j=1}^i \cos \theta_j$, $y_i = \lambda \sum_{j=1}^i \sin \theta_j$, λ : 分割長,

θ_i : i 軸と分割部材 $i-1$ 間のなす交角。

しかるに、トラスの部材端はヒンジであるから、 $M_B = Q_A \lambda f_{n+1} + H_A y_{n+1} = 0$ とおけば、 $Q_A = -y_{n+1} H_A / \lambda f_{n+1}$, $H_A = N_{AB} / \cos R$ をえ、したがって式(3),(4)は結局次のように表わされる。

$$M_i = (y_i - \frac{f_i}{f_{n+1}} y_{n+1}) H_A = F_i H_A = + \frac{F_i}{\cos R} N_{AB} \quad \text{--- (5)}$$

$$N_i = - \left(\frac{y_{n+1}}{\lambda f_{n+1}} \sin \theta_i + \cos \theta_i \right) H_A = - G_i H_A = - \frac{G_i}{\cos R} N_{AB} \quad \text{--- (6)}$$

ただし、 $\tan R = y_{n+1} / \lambda f_{n+1}$

ここに θ_i は文献(1)の補正エネルギー法から次式で計算される。

$$\theta_i = \theta_{i-1} - \frac{\lambda}{6} \left[\phi_{i-1} (1 + 0.5 \varepsilon_{N_{i-1}} + 0.5 \varepsilon_{N_i}) + \phi_i (4 + 0.5 \varepsilon_{N_{i-1}} + 3 \varepsilon_{N_i} + 0.5 \varepsilon_{N_{i+1}}) + \phi_{i+1} (1 + 0.5 \varepsilon_{N_i} + 0.5 \varepsilon_{N_{i+1}}) \right] \quad \text{--- (7)}$$

ただし ε_{N_i} : 図心点のひずみ, ϕ_i : 曲率

さて文献(1)にしたがえば、軸力 N_i と曲げモーメント M_i を受けるときの断面の曲率 ϕ_i と ε_{N_i} とは、弾塑性応力状態に対して、それぞれ次式で与えられる。

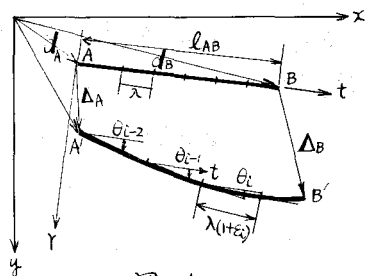


図-1

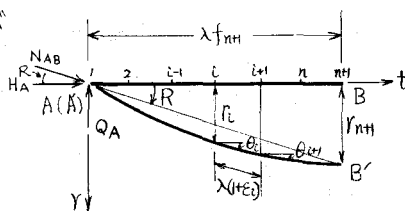


図-2

$$\phi_i = \eta \bar{M}_i + \xi (\bar{N}_i) \quad \text{-----} (8)$$

$$\varepsilon_{Ni} = \xi_i \bar{N}_i + \pi (\bar{M}_i) \quad \text{-----} (9)$$

ただし、 $\bar{M}_i = M_i / M_y$, $\bar{N}_i = N_i / N_y$, M_y および N_y は降伏曲げモーメントおよび軸力。

式(9),(6)より

$$\varepsilon_{Ni} = -\frac{G_i \xi_i}{\cos R} \bar{N}_{AB} + \pi (\bar{M}_i) \quad \text{-----} (10)$$

ところで、変形の適合条件式は、

$$\Delta l_{AB} = \sum_{i=1}^n \lambda (1 + \varepsilon_{Ni}) \cos \theta_i - \lambda \eta = \lambda \sum_{i=1}^n \cos \theta_i \varepsilon_{Ni} \quad \text{-----} (11)$$

$$Y_B - Y_A = \sum_{i=1}^n \lambda (1 + \varepsilon_{Ni}) \cdot \sin \theta_i \quad \text{-----} (12)$$

で与えられ、式(11)に式(10)を代入すれば次のようになる。

$$\Delta l_{AB} = -\lambda \left[\sum_{i=1}^n \frac{\cos \theta_i G_i \xi_i}{\cos R} \right] \bar{N}_{AB} + \lambda \left[\sum_{i=1}^n \pi (\bar{M}_i) \cos \theta_i \right] = l_{AB} (-\alpha_{AB} \bar{N}_{AB} + \beta_{AB}) \quad \text{---} (13)$$

$$\text{ただし、} \alpha_{AB} = \lambda \sum_{i=1}^n G_i \xi_i \cos \theta_i \cdot \frac{1}{l_{AB}}, \quad \beta_{AB} = \lambda \sum_{i=1}^n \pi (\bar{M}_i) \cos \theta_i \cdot \frac{1}{l_{AB}}$$

式(2)を式(13)の右辺と等置して

$$C_{AB}^T (\Delta_B - \Delta_A) = l_{AB} (-\alpha_{AB} \bar{N}_{AB} + \beta_{AB})$$

$$\therefore \bar{N}_{AB} = \frac{1}{\alpha_{AB}} C_{AB}^T \left(\frac{\Delta_A - \Delta_B}{l_{AB}} \right) + \frac{\beta_{AB}}{\alpha_{AB}} \quad \text{-----} (14)$$

式(14)を解析に便ならしめるため、空間に設置された固定座標 (X, Y) に変換すれば、方向余弦 C_{AB} を用いて、

$$\begin{pmatrix} \bar{X}_{AB} \\ \bar{Y}_{AB} \end{pmatrix} = C_{AB}^T \bar{N}_{AB} \quad \text{-----} (15)$$

と表わされる。式(15)に式(14)を代入のうえ整理すれば、結局次式をえる。

$$F_{AB} = \begin{pmatrix} \bar{X}_{AB} \\ \bar{Y}_{AB} \end{pmatrix} = \frac{1}{\alpha_{AB}} C_{AB} C_{AB}^T \left(\frac{\Delta_A - \Delta_B}{l_{AB}} \right) + C_{AB} \frac{\beta_{AB}}{\alpha_{AB}} = (Q_{AB}) \frac{(\Delta_A - \Delta_B)}{l_{AB}} + (b_{AB}) \quad \text{---} (16)$$

$$\text{ただし、} (Q_{AB}) = \frac{1}{\alpha_{AB}} C_{AB} C_{AB}^T, \quad (b_{AB}) = \frac{\beta_{AB}}{\alpha_{AB}} C_{AB}$$

(2) 解法

式(16)を用いてトラス橋の各節点でつり合い式を求めれば(図-3参照)。

$$\sum_{\theta} F_{AB} = P_A$$

$$\therefore \sum (Q_{AB}) (\Delta_A - \Delta_B) \cdot \frac{1}{l_{AB}} = P_A - \sum (b_{AB}) \quad \text{---} (17)$$

が成立する。かくして式(17)を変形成分 Δ_i について連立に解けば式(14),(16)より、枝端力が求められ、式(5)(6)(7)(8)(9)より部材中間点の $M_i, N_i, \phi_i, \varepsilon_{Ni}$ も算定することができることになる。

勿論計算は、荷重増分法によるくり返し試算とはる。(計算例は講演当日に発表する予定である。)なお、本研究は宮崎県庁の委許研究費の補助を受けた。ここに記して謝意を表する。

3. 参考文献

- (1) 山崎太田 藤本;「構造物の弾塑性変形について」, 第25回土木学会 年次学術講演会(昭和45年11月)
- (2) 後藤 茂夫;「有限変形法による吊橋の解法」, 土木学会論文集, 第156号(昭和43年8月)

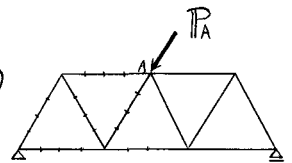


図 - 3