

九州大学工学部 正員 後藤忠文輔

" 学生員 O. 宅野慎一

1. 序言

有孔板は、箱げたのダイヤフラム、船舶のデッキプレートおよび建物の有孔床版など種々の構造物の構成要素として多用されている。この種板の破壊は、孔の存在による高い応力集中に起因すると考えられる場合が多く、したがって、その破壊機構を説明するには、孔縁近傍の応力集中や応力分布を正確に知らねばならない。本研究は、かかる観点より、任意形孔をもつ無限平板が無限遠において一様な曲げモーメントおよび捩りモーメントを受ける場合を対象として (Fig. 1 参照)、孔形状および孔隅角部の応力集中、断面力との関係と明らかにせんとするものである。孔の境界条件は自由か固定支持とし、解法には Muskhelishvili の複素変数法を用いる。

2. 解法

平板の断面力 N を複素変数法により求めるには、次式により平板のたわみ w を与える 2 種の解析関数 $\Xi(z)$, $\Pi(z)$ を決定すればよい。

$$w = \operatorname{Re} \left\{ \bar{z} \Xi(z) + \int \Pi(z) dz \right\} \quad (1)$$

ここに、 $z = x + iy$, (x, y) : 直角座標

孔の外部領域 S を単位円外に等角写像する関数を次式で表わす。

$$Z = w(\zeta) = R \left(\zeta + \sum_{n=1}^N a_n \zeta^{-n} \right) \quad (2)$$

ここに、 $\zeta = \rho e^{i\theta}$, (ρ, θ) : 極座標

しかるとき、式 (1) 中の解析関数 $\Xi(z)$, $\Pi(z)$ はそれぞれ $\varphi(\zeta)$,

$\psi(\zeta)$ に変換され、さらに次式で表わされる。

$$\varphi(\zeta) = \varphi_0(\zeta) + \varphi_1(\zeta), \quad \psi(\zeta) = \psi_0(\zeta) + \psi_1(\zeta) \quad (3)$$

ここに、 $\varphi_0(\zeta)$, $\psi_0(\zeta)$ は平板に孔が無いときのたわみ関数であり、 $\varphi_1(\zeta)$, $\psi_1(\zeta)$ は孔の存在による付加たわみ関数である。

$\varphi_1(\zeta)$, $\psi_1(\zeta)$ は、板の曲げ剛性 D として次式で与えられる。

$$\varphi_1(\zeta) = -\frac{M_1 + M_2}{4(1+\nu)D} R \left(\zeta + \sum_{n=1}^N a_n \zeta^{-n} \right), \quad \psi_1(\zeta) = -\frac{M_1 - M_2 - 2iM_3}{2(1-\nu)D} R \left(\zeta + \sum_{n=1}^N a_n \zeta^{-n} \right) \quad (4)$$

$\varphi_0(\zeta)$, $\psi_0(\zeta)$ は、次式のごとく仮定される。

$$\varphi_0(\zeta) = \sum_{n=1}^{\infty} b_n \zeta^{-n}, \quad \psi_0(\zeta) = \sum_{n=1}^{\infty} c_n \zeta^{-n} \quad (5)$$

ここに、 b_n , c_n : 未定係数

孔の境界条件は、自由および固定支持に対してそれぞれ次のごとくなる。

$$\left. \begin{aligned} \text{孔縁自由のとき: } -k\varphi(a) + \frac{w(a)}{w'(a)} \overline{\varphi'(a)} + \overline{\psi(a)} &= 0 \\ \text{孔縁固定支持のとき: } \varphi(a) + \frac{w(a)}{w'(a)} \overline{\varphi'(a)} + \overline{\psi(a)} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

ここに、 $a = e^{i\theta}$, $k = \frac{3+\nu}{1-\nu}$, D : 板材料のポアソン比

式 (4), (5) を式 (6) に代入し複素積分することにより、付加たわみ関数 $\varphi_1(\zeta)$, $\psi_1(\zeta)$ が決定される。

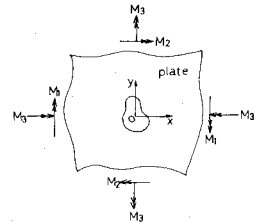


Fig. 1 Infinite plate containing hole of arbitrary shape subjected to bending and twisting moments

以上のたわみ関数と式(2)の導関数を用いて、断面力、すなわち曲げモーメント M_p, M_θ , せん断力 Q_p およびせん断力 Q_θ が次式により算定されることになる。

$$\left. \begin{aligned} M_p &= -D \operatorname{Re} \left[2(1+\nu) \frac{\psi'(s)}{w'(s)} + (1-\nu) \frac{s^2}{p^2 w'(s)} \left\{ \frac{\psi'(s)}{w'(s)} + \psi'(s) \right\} \right] \\ M_\theta &= -D \operatorname{Re} \left[2(1+\nu) \frac{\psi(s)}{w(s)} + (1-\nu) \frac{s^2}{p^2 w(s)} \left\{ \frac{\psi(s)}{w(s)} + \psi(s) \right\} \right] \\ M_{p\theta} &= D(1-\nu) \operatorname{Im} \left[\frac{s^2}{p^2 w'(s)} \left\{ \frac{\psi(s)}{w'(s)} + \psi'(s) \right\} \right] \\ Q_p &= -4D \operatorname{Re} \left[\frac{s}{p |w'(s)|} \left\{ \frac{\psi'(s)}{w'(s)} \right\}' \right] \\ Q_\theta &= 4D \operatorname{Im} \left[\frac{s}{p |w(s)|} \left\{ \frac{\psi(s)}{w(s)} \right\}' \right] \end{aligned} \right\} (7)$$

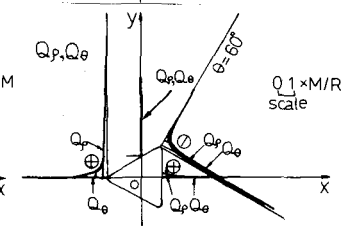
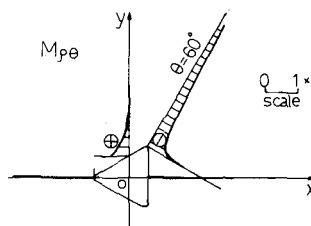
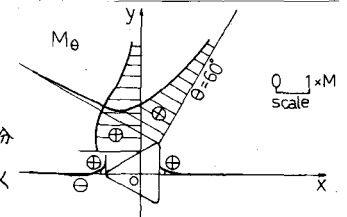
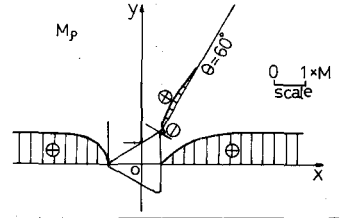


Fig.2 Moment and shearing force distributions in plate containing free equilateral triangular hole ($\eta = 0.05$), purely cylindrical bending in x-direction ($M_1=M, M_2=M_3=0$)

3. 計算例

自由境界の隅と丸めた正多角形孔について、孔縁を含め板内各部分の諸断面力を計算し、その分布と Fig. 2 に例示する。図に見るごとく

孔隅角部にかなり大きな断面力が生

じるが、これらは孔を離れるに従い急減し、応力集中は局部的である。

孔縁に生ずるモーメントのうち最大

のものは M_θ であり、これを M_θ と略記して

分布状態と Fig. 3 に示す。図中、 η は

孔隅角部の丸味を表すファク

ターである。最大 M_θ と作用モー

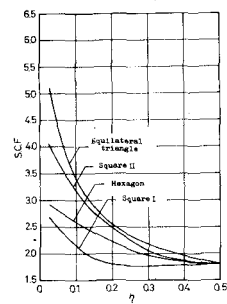
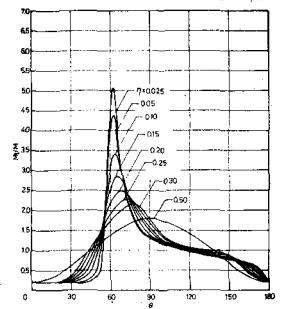
メントとの比、すなわち応力集

中係数 (S.C.F.) と孔隅角部の

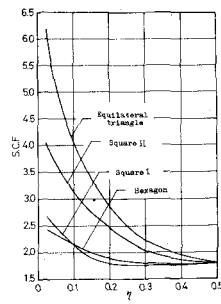
丸味に対して示せば、Fig. 4 のご

となる。

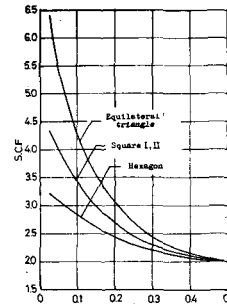
Fig.3 Moment distribution along free equilateral triangular hole, purely cylindrical bending in x-direction



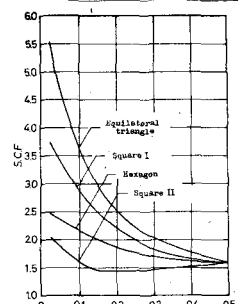
(a) purely cylindrical bending in x-direction ($M_1=M, M_2=M_3=0$)



(b) purely cylindrical bending in y-direction ($M_2=M, M_1=M_3=0$)



(c) pure bending ($M_1=M_2=M, M_3=0$)



(d) pure twisting ($M_1=M_2=0, M_3=H$)

Fig.4 Stress concentration factor, free holes