

九産大 学生員 安藤日出男 ○飯屋道治 高木欣十郎  
正会員 崎山正常

1 まえがき 浸透圧に起因する噴砂については何回か発表の機会をいたたいて<sup>1)2)3)4)5)</sup>いるが、本報は噴砂が未だパイピングに至る以前においても流入部近傍のように動水圧配の変化が大きい極部では砂の移動（ここでは砂層の内部破壊と云う）が見られると云う経験的現象をとりあげ、いわゆる内部破壊の領域と動水圧配の大きさとの間に何うかの関係を見出そうと試みたものである。

## 2. 浸透領域の水理諸量 取扱った流れの場合は図

1に示すような、長方形領域と図のLケのになった無限帯状領域の下辺中央にスリットをもち、上辺全部が流出部になる、こゝる二次元のもの、図-3に示すような軸対称のものである。長方形領域と無限帯状領域の水理諸量についてはすでに一般化したかたちで文献に詳述している<sup>3)4)5)</sup>ので、こゝでは図-1の長方形領域と無限帯状領域への適用式のみを列挙しておく。まず、

### 2.1 長方形領域の流れの場に対して

$$K(\beta)/K(\beta') = L/H, \quad \beta^2 = 1 - \beta'^2 = 1/b \quad \text{----- (1)}$$

$$d = \sin^2 \left\{ K(\beta) \frac{\beta}{H} + \beta \right\}, \quad \kappa^2 = 1 - \kappa'^2 = d/b \quad \text{----- (2)}$$

$$\theta/(K\beta) = K(\kappa)/K(\kappa') \quad \text{----- (3)}$$

$$\tau = \lambda \cdot K(\kappa), \quad \varphi = \lambda' \cdot K(\kappa') \quad \text{----- (4)}$$

$$\left. \begin{aligned} R &= \frac{\{ \sin \varphi \, d\eta \}^2 - \{ \cos \varphi \, d\eta \sin \varphi \, c\eta \}^2}{\{ 1 - d\eta^2 \varphi \cdot \sin^2 \varphi \}^2} \\ I &= \frac{2 \sin \varphi \, d\eta \cos \varphi \, d\eta \sin \varphi \, c\eta}{\{ 1 - d\eta^2 \varphi \sin^2 \varphi \}^2} \end{aligned} \right\} \quad \text{----- (5)}$$

( $\varphi$ の母数は $\kappa'$ ,  $\eta$ の母数は $\kappa$ )

$$\left. \begin{aligned} \zeta &= \frac{d \{ (1d)^2 + (1-R)^2 \} - d(1-R)}{(1d)^2 + (1-R)^2} \\ \psi &= \frac{R(d-S)^2 + \zeta(d-S)}{(1-R)} \end{aligned} \right\} \quad \text{----- (6)}$$

$$\left. \begin{aligned} K_1 &= \{ K(\beta')/K(\kappa') \}^2 \\ K_2 &= \{ \zeta(1-\zeta) + \psi^2 \} (b-S) + (1-2\zeta) \psi^2 \\ K_3 &= (1-2\zeta)(b-S) - \{ \zeta(1-S) + \psi^2 \} \\ K_4 &= \{ -\zeta(d-S) - \psi^2 \} (b-S) - \psi^2(d-2\zeta) \\ K_5 &= -\zeta(d-S) - \psi^2 + (b-S)(d-2\zeta) \\ K_6 &= (\zeta^2 + \psi^2) \{ (d-S)^2 + \psi^2 \} \{ (b-S)^2 + \psi^2 \} \end{aligned} \right\} \quad \text{----- (7)}$$

図-1. 装置略図

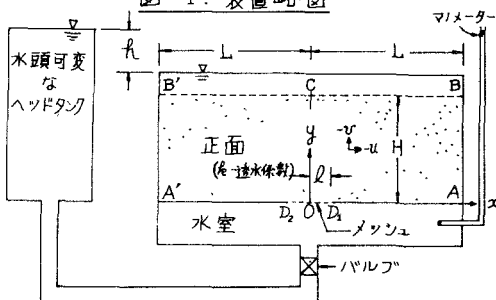


図-2. 二次元スリット

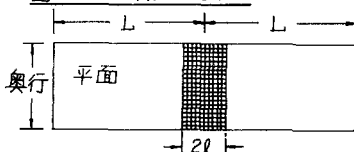
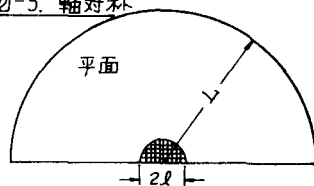


図-3. 軸対称



$$D = K_1 \{ K_2 K_4 - \psi^2 K_3 K_5 \} / K_6, \quad E = -\psi K_1 \{ K_2 K_5 + K_3 K_4 \} / K_6 \quad \text{----- (8)}$$

$$\left. \begin{aligned} U &= \sqrt{\{ \sqrt{D^2 + E^2} + D \} / 2}, \quad V = \sqrt{\{ \sqrt{D^2 + E^2} - D \} / 2} \\ G &= \sqrt{U^2 + V^2} \end{aligned} \right\} \quad \text{----- (9)}$$

$$\{ U = (U/\beta) / (A/H), \quad V = (V/\beta) / (A/H) \}$$

$$A = \sqrt{\{ \sqrt{\zeta^2 + \psi^2} + \zeta \} / 2}, \quad B = \sqrt{\{ \sqrt{\zeta^2 + \psi^2} - \zeta \} / 2} \quad \text{----- (10)}$$

$$C = \{ B \, d\eta / \{ A \, \sin \varphi \, c\eta \} \}^2 \quad \text{----- (11)}$$

$$\sin X = \sqrt{\{ (1 + \beta^2 + C) - \sqrt{(1 + \beta^2 + C)^2 - 4\beta^2} \} / (2\beta^2)} \quad \text{----- (12)}$$

$$\text{検算式: } \sin X \, d\eta / \{ A \{ 1 - d\eta^2 \sin^2 X \} \} \equiv 1 \quad \text{----- (13)}$$

(Xの母数は $\beta$ , Yの母数は $\beta'$ )

境界面上では $\zeta$ を媒介変数とするまでもないが、簡単のために $\zeta$ を媒介変数にとると

$$D = K_1 \left( \frac{1-\zeta}{\alpha-\zeta} \right) \dots\dots\dots (14)$$

は各境界面上で成立ち

$O \sim D$ 上  $\sin \varphi$  を与えて

$$\zeta = \alpha \sin^2 \varphi, \quad \sin X = \sqrt{\zeta}, \quad V = \sqrt{-D} \dots\dots\dots (15)$$

$D \sim A$ 上  $\sin \varphi$  を与えて

$$\zeta = \alpha / \sin^2 \varphi < 1, \quad \sin X = \sqrt{\zeta}, \quad U = \sqrt{D} \dots\dots\dots (16)$$

$A \sim B$ 上  $\sin \varphi$  を与えて

$$\zeta = \alpha / \sin^2 \varphi > 1, \quad \sin Y = \sqrt{\left( \frac{b}{\alpha} \right) \left( \frac{\zeta-1}{b-1} \right)}, \quad V = \sqrt{-D} \dots\dots\dots (17)$$

$B \sim C$ 上  $\sin \varphi$  を与えて

$$\zeta = b / \sin^2 \varphi, \quad \sin X = \sqrt{b/\zeta}, \quad U = \sqrt{D} \dots\dots\dots (18)$$

$C \sim O$ 上  $\sin \varphi$  を与えて

$$\zeta = -\alpha \sin^2 \varphi, \quad \sin Y = \sqrt{-\zeta/(1-\zeta)}, \quad V = \sqrt{-D} \dots\dots\dots (19)$$

すなわち、 $L/H$  を与えて式(1)より  $\beta^2$ ,  $K(\beta)$  などがわかり、 $\ell/H$  を与えて式(2)より  $\alpha$ ,  $K^2$ ,  $K(K)$  などがわかり、式(3)で流量がわかる。入および $X$ を任意に与えて $R$ および $I$ が式(5)からえられ、これに対する $\zeta$ および $\varphi$ が式(6)からえられるから、式(7)および(8)をへて式(9)で動水こう配がえられる。そこで、これに対する座標( $X$ ,  $Y$ )は、まず式(9)において $Y$ を仮定すればこれに対する $X$ が式(12)よりえられるから、この $X$ および $Y$ が式(13)を満足するまで $Y$ の仮定をかえて試算を行なうことにより決定される。なお各境界面上では式(14)~(19)を用いて容易にその水理諸量を求めることができる。

## 2・2. 無限帯状領域の流場の場に対して

この場合の所要式で長方形領域の流場の場に対する各式と表現のちがったもののみを列挙すると

$$d_1 = 1 - e^{(\pi \ell/H)}, \quad d_2 = 1 - e^{(-\pi \ell/H)} \dots\dots\dots (20)$$

$$K^2 = 1 - K'^2 = (\alpha_2 - \alpha_1)/(1 - \alpha_1) \dots\dots\dots (21)$$

$$\left. \begin{aligned} K_1 &= (1 - \alpha_1) \left\{ (\pi/2)/K(K') \right\}^2, \quad K_2 = (1 - \zeta)^2 - \varphi^2 \\ K_3 &= 2(\zeta - 1) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (22)$$

$$K_4 = \{ (\alpha_1 - \zeta)(\alpha_2 - \zeta) - \varphi^2 \} (1 - \zeta) - (\alpha_1 + \alpha_2 - 2\zeta) \varphi^2$$

$$K_5 = \{ (\alpha_1 - \zeta)(\alpha_2 - \zeta) - \varphi^2 \} + (1 - \zeta)(\alpha_1 + \alpha_2 - 2\zeta)$$

$$K_6 = \{ (\alpha_1 - \zeta)^2 + \varphi^2 \} \{ (\alpha_2 - \zeta)^2 + \varphi^2 \} \{ (1 - \zeta)^2 + \varphi^2 \}$$

$$\left. \begin{aligned} X &= \frac{1}{2} \ln \left\{ \frac{1}{\zeta - 1} + \varphi^2 \right\} \\ Y_{\zeta=1} &= \pi - \tan^{-1} \left( \frac{\varphi}{\zeta - 1} \right) \\ Y_{\zeta=-1} &= \tan^{-1} \left( \frac{\varphi}{1 - \zeta} \right) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (23)$$

境界面上においては

$$D = K_1 \frac{(1 - \zeta)}{(d_1 - \zeta)(\alpha_2 - \zeta)} \dots\dots\dots (24)$$

が成立ち

$O \sim D$ 上  $\sin \varphi$  を与えて

$$\left. \begin{aligned} \zeta &= d_1 + (\alpha_2 - d_1) \sin^2 \varphi, \quad X = \ln \left\{ \frac{1}{1 - \zeta} \right\} \\ V &= \sqrt{-D} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (25)$$

$D \sim A$ 上  $\sin \varphi$  を与えて

$$\left. \begin{aligned} \zeta &= \frac{d_2(1 - d_1) - d_1(1 - d_2) \sin^2 \varphi}{(1 - d_1) - (1 - d_2) \sin^2 \varphi} \\ X &= \ln \left\{ \frac{1}{1 - \zeta} \right\}, \quad U = \sqrt{D} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (26)$$

$B \sim C$ 上  $\sin \varphi$  を与えて

$$\left. \begin{aligned} \zeta &= \frac{d_2 - d_1 \sin^2 \varphi}{1 - \sin^2 \varphi} \\ X &= \ln \left\{ \frac{1}{\zeta - 1} \right\}, \quad V = \sqrt{-D} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (27)$$

すなわち、 $\ell/H$  を与えて式(21)より  $d_1$  および  $d_2$  を求め、式(21)をへて式(3)で流量がわかる。式(4)~(6)によつて、任意に与えた入および $X$ に対応する $\zeta$ および $Y$ を求めれば、式(22)および(8)をへて式(9)で動水こう配が求められ、これに対する座標は式(23)で求められ、なお、各境界面上では式(24)~(27)を用いて容易にその水理諸量を求めることができる。

## 2・3. 軸対称流場の場に対して 図-3に示した軸対称流場の場に対してはのちに便利によつて

$$X = x/H, \quad Y = y/H \dots\dots\dots (28)$$

$$\varphi = \left\{ \pm -\ell(Hu - \ell) \right\} / (\ell H), \quad \psi = \psi / (\ell H) \dots\dots\dots (29)$$

( $\psi$  は Stokes の流れの関数)

なる無次元化を行なうと

$$U = \frac{(u/\ell)}{(\ell/H)} = \frac{\partial \varphi}{\partial X} = \frac{\partial \psi}{\partial Y} \dots\dots\dots (30)$$

$$V = \frac{(v/\ell)}{(\ell/H)} = \frac{\partial \varphi}{\partial Y} = -\frac{\partial \psi}{\partial X} \dots\dots\dots (31)$$

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial Y^2} + \frac{\partial \varphi}{\partial X} = 0, \quad \frac{\partial^2 \psi}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial Y^2} - \frac{\partial \psi}{\partial X} = 0 \dots\dots\dots (32)$$

が成立する。式(32)の一般解は Legendre の多項式を用いてえられている<sup>6)</sup>が、この一般解に図-4に示す境界条件をただちに適用させることは筆者らにはかなり困難であると考えられた。そこで、ここでは式(32)の $\varphi$ を図-4に示す境界条件のもとに逐次加速緩和法 (Successive over relaxation method --- 以下SOR法と云う) によって解き、流水の場の任意の点における水理諸量を求めてみた。式(32)の $\varphi$ をSOR法の式で書くと

$$\varphi_{I,J}^m = (\omega/4) \left\{ \varphi_{I-1,J}^m + \left(1 - \frac{1}{2(J-1)}\right) \varphi_{I,J-1}^m + \varphi_{I+1,J}^{m-1} + \left(1 + \frac{1}{2(J-1)}\right) \varphi_{I,J+1}^{m-1} \right\} - (\omega-1) \varphi_{I,J}^{m-1} \quad (33)$$

がえられる。上式に対する境界条件は、たとえば  $0 \sim C$  上においては図-4を参照し

$$\varphi_{I,1}^m = (\omega/4) \left\{ \varphi_{I-1,1}^m + \varphi_{I+1,1}^{m-1} + 2 \cdot \varphi_{I,2}^{m-1} \right\} - (\omega-1) \varphi_{I,1}^{m-1} \quad (34)$$

のようになる。 $D \sim A$  および  $A \sim B$  境界上においても同様な式がえられるがここでは省略した。

$\varphi_{I,J}$  が求められると式(30)および(31)より

$$\left. \begin{aligned} U_{I,J} &= \frac{1}{2A} \left\{ \varphi_{I,I+1} - \varphi_{I,I-1} \right\} \\ V_{I,J} &= \frac{1}{2A} \left\{ \varphi_{I-1,J} - \varphi_{I+1,J} \right\} \\ G_{I,J} &= \sqrt{U_{I,J}^2 + V_{I,J}^2} \end{aligned} \right\} \quad (35)$$

がえられるから、任意の点における動水こう配がえられる。なお、 $\psi$  を  $Y = \text{const.}$  にまつて求めようとするれば式(31)が適用され

$$\psi = - \int X \cdot \frac{\partial \varphi}{\partial Y} dX \quad (36)$$

すなわち

$$\psi_{I,J} = \frac{A}{2} \sum_{j=1}^{J+1} (J-1) (\varphi_{I+1,J} - \varphi_{I-1,J}) \quad (37)$$

がえられる。

図-4. 境界条件

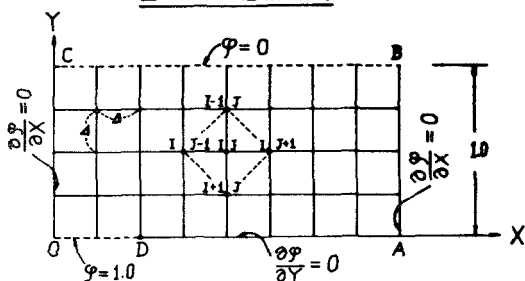


図-5. フローチャート

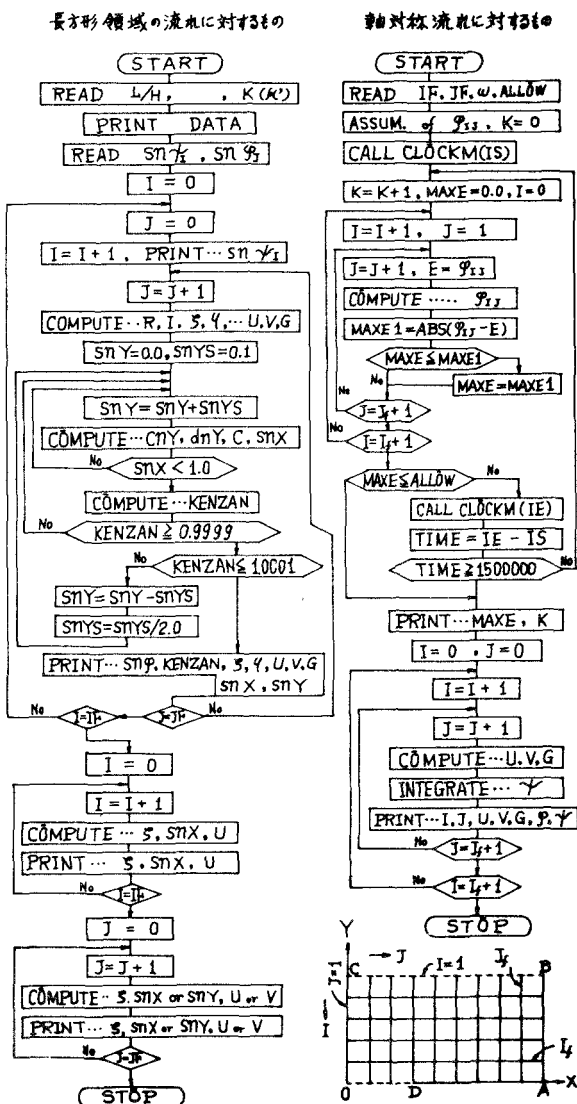


写真-A. 軸対称内部破壊 ( $l/H=1.0, L/H=2.0, b/H=0.2$ )

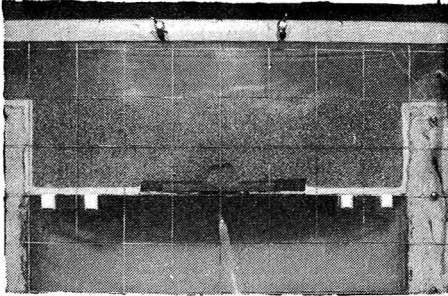
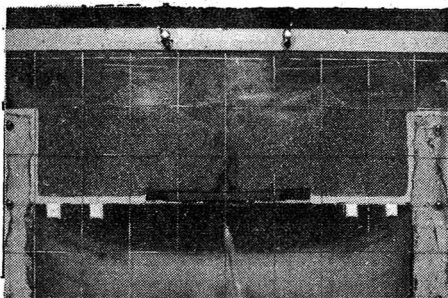


写真-B. 軸対称バイピング ( $l/H=2.0, L/H=2.0, b/H=0.2$ )



3. 数値計算および砂模型実験 数値計算には九座大電子計算機OKITAC 5090および九大大型電子計算機FACOM 230-60を使用したのど、そのフローチャートを図-5に示している。なお、無限帯状領域に対するものは長方形領域に対するものより若干単純化されるのでここでは省略した。次に実験は図-1に示すような装置を用いて二次元および軸対称のそれぞれについて  $L/H$  および  $l/H$  をいろいろ設定して行ないつゝあるが、ここには、その一例を写真に示している。なお使用している砂は相馬砂である。動水こう配が一樣な場合にバイピングに至ると云われている限界動水こう配  $l/H=1.0$  でもここでは未だバイピングには発達せず流入部近傍で砂層の内部破壊が認められ、その領域は  $y$  方向の動水こう配  $V \geq 1.0$  の範囲とほぼ一致していることがわかる。なお、このことについては講演時までにも、と整理をすすめておく計画である。

文献

- 1) 滝野・崎山・橋; スリットによる噴砂現象, 土木学会西部支部 (昭41.2).
- 2) 滝野・崎山・橋; 地下水流による噴砂現象, 土木学会年次講演 (昭41.5).
- 3) 砥根・崎山・上田; 長方形領域内の流れ解析, 土木学会西部支部 (昭44.2).
- 4) 砥根・崎山; 不透水層の裂目からの噴砂について, 土木学会年次講演 (昭44.9).
- 5) 崎山; 浸透流による噴砂現象 (予報), 九座大工研報 (昭44.5).
- 6) 友近; 流体力学, 共立出版 (昭19.3).

