IV−21　　並列2貯水池の取水操作に関する考察

九州大学工学部　正員　上田年比古
仝上　学生員　○小川康孝

1. まえがき　貯水池群の取水操作に関する研究は、アメリカの *the Harvard Water Program* (1962年) における成果をまとめた *Design of Water Resource Systems*[1] があるが、その後 日本においても 石原[2], 近森[3] の研究がみられる。しかしながら、わが国の水文事象は降雨強度が大きいうえに流域が急峻であり、洪水量に対する貯水池容量の比が比較的小さく、アメリカとは事情が異なるため、前述の理論[1] のわが国への適用には まだ問題点を残している。本報は、この点を明らかにするため 利水用貯水池群を対象として、並列2貯水池における取水操作を *Design of Water Resource Systems* でのべられている空間基準方式と著者らの提案した取水規準線方式とを、コンピューター・シミュレーション を用いて 比較検討し、さらに O.R 手法の一つである待ち行列理論を用いて、流入量, 貯水池容量, 取水量 の関係を考察したものである。

2. 並列2貯水池取水システムの系　図-1に並列2貯水池取水システムの系を示す。次に システムのモデル化のため、以下の仮定をおく。

① 貯水池の操作を t 日に一回とする。ここでは この t 日を貯水池操作の単位区間とよび、i を 区間の番号とする。

② 無効放流水は還元されず、下流におよぼす治水面の影響はないものとする。

③ 都市用水を対象とするため、年間の需要変動は少いものとして 単位区間 t 日の取水量 P＝一定とする。

④ 各貯水池からの導水路はともに通水能力 P をもつものとする。

⑤ 単位区間 i の貯水池 j への流入量 $Q_j[i]$ の予測が可能であるとして、操作方式にもとづいて 逐次 取水量 $P_j[i]$ を決定していくものとする。

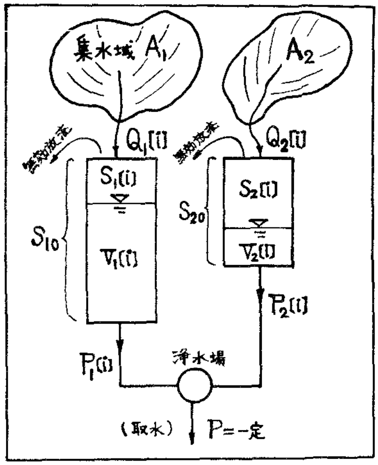


図-1　並列2貯水池取水システムの系

$$\left(\begin{array}{ll} Q[i] = \sum_j Q_j[i], & S[i] = \sum_j S_j[i] \\ P = \sum_j P_j[i], & S_{00} = \sum_j S_{j0} \end{array} \right)$$

3. 最大可能取水量の決定および取水システムの最適化

並列2貯水池からの最大可能取水量は 前報[4] で論じたように、2貯水池の合計貯水池容量 $S_{00} = S_{10} + S_{20}$ をもつ 一つの貯水池に合計流入量 $Q[i] = \sum_j Q_j[i]$ が流入するとして Ripple 法で算定される最大可能取水量 (T) で与えられ、また このときの総無効放流量を W_{min} とおくと、W_{min} は並列2貯水池からの最小無効放流量となる。いま 並列2貯水池からの統合操作による総無効放流量を W とすると、$W - W_{min}$ が損失水量となり、$W = W_{min}$ の場合が水量的に最有効取水がなされている。したがって、取水システムの最適化は、貯水池群の 統合取水操作によって、W を W_{min} に近づけるようにすることとなる。

4. 取水操作方法　*Design of Water Resource Systems* における空間基準 (*Space Rule*) は、損失水量を最小にするために、貯水池貯水の限界価値を等しいとして、各貯水池の $R_j[i]$ ＝(流入量)/(貯水可能量) をすべて等しいとおくものである。いま i 番目の区間のはじめに $Q_j[i]$ が予測できるものとして、$P_j[i]$ を決定する場合、空間基準は $R_j[i] = Q_j[i] / (S_j[i-1] + P_j[i])$ として $g(R) = Q_1[i] \cdot R_1[i] + Q_2[i] \cdot R_2[i]$ を

最小化することと同値である。いま $P_1[i]+P_2[i]=P$ の制約条件のもとで $g(R)$ を最小にする $P_1[i]$, $P_2[i]$ を決定するために、次のような Lagrange 関数をつくる。

$F(R)=g(R)+\lambda\cdot(\sum_j P_j[i]-P)$, 前式において $\partial F(R)/\partial P_j[i]=0$ より、

$$\left.\begin{array}{l} P_j[i]=\dfrac{Q_j[i]}{Q[i]}\cdot(P+S[i-1])-S_j[i-1] \\ \text{ここで } Q[i]=\sum_j Q_j[i], \quad S[i-1]=\sum_j S_j[i-1] \\ \text{ただし、} P_j[i]\geqq P \text{ のときは } P_j[i]=P \text{ とする。} \end{array}\right\} \text{-------------- (1)}$$

がえられる。流入量の比率を $Q_j[i]/Q[i]=\alpha_j$ とすると (1)式は $P_j[i]=\alpha_j\cdot P+\alpha_j\cdot S[i-1]-S_j[i-1]$ となる。

$\alpha_j\fallingdotseq const$ の場合、$S_j[i-1]=\alpha_j\cdot S[i-1]$ とすれば $P_j[i]=\alpha_j\cdot P$ であるから $S_j[i-1]=\alpha_j\cdot S[i-1]$ に貯水池の水位を調整していくと操作が安定することが想定される。よって $\overline{Q_j[i]}$ を各貯水池への流入量の平均，$\overline{Q[i]}$ を合計流入量の平均，および $\alpha_j=\overline{Q_j[i]}/\overline{Q[i]}$ とおれば取水規準線として、

$$f_j(S[i])=\alpha_j\cdot S[i] \text{ -------------------------------- (2)}$$

が考えられる。これは図-2に示すように折線の取水規準線となる。

さらに取水規準線として直線を用いた場合は図-3のようになり、これは、

$$f_j(S[i])=\frac{S_{j0}}{S_{00}}\cdot S[i] \text{ ------------------------- (3)}$$

で与えられる。ここでは、以上の(1)の空間基準方式および(2),(3)の取水規準線方式について比較検討した。

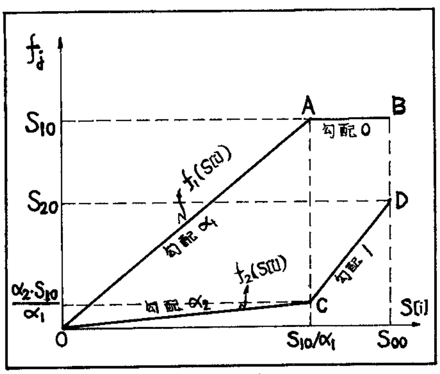


図-2 折線の取水規準線（$\frac{S_{10}}{\alpha_1}<\frac{S_{20}}{\alpha_2}$ の場合の図）

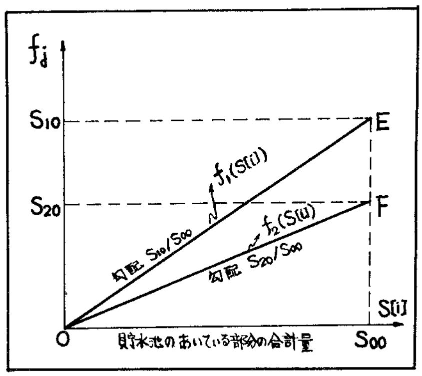


図-3 直線の取水規準線

5. コンピューター・シミュレーションによる計算結果　前述の三つの取水操作方式を、北九州市の頂吉，福智の2貯水池の5ヶ年の日流入量記録を用いて、コンピューター・シミュレーションにより、2貯水池の合計貯水池容量 $S_{00}=200$ 万m^3, 500 万m^3, 1000 万m^3 について、$S_{00}=S_{10}+S_{20}$ のもとで、S_{10}, S_{20} を変化させて種々の並列2貯水池の比較検討をした。操作の単位区間tを一日とし、取水操作の効果の指標は、$(W-W_{min})/T$ を用いて、この算定結果を表-1に%で示している。表-1で $(W-W_{min})/T$ が0に近いほど操作の効果が大きいことを意味している。種々の貯水池は S_{10}/S_{00} で表示しているが、S_{20}/S_{00} は $1-S_{10}/S_{00}$ となる。合計貯水池容量 S_{00} に対して Ripple 法によって算定された最大

可能取水量Tおよび日取水量 P＝T/(5年間の日数)を表−2にあげる。

なお流入記録の統計値として $Q_1[i]/Q[i]$ は平均値 0.6417 標準偏差 0.0863, $Q_2[i]/Q[i]$ は平均値 0.3583 標準偏差 0.0863 でありほぼ一定の仮定が成立する。また日平均流入量は $\overline{Q[i]} = 42{,}083\,m^3$ であり、平均流入量の比率は $\alpha_1 = \overline{Q_1[i]}/\overline{Q[i]} = 0.6118$, $\alpha_2 = \overline{Q_2[i]}/\overline{Q[i]} = 0.3882$ である。

S_{10}/S_{00} ＼ 操作方式	(1) 空間基準方式			(2) 折線規準線方式			(3) 直線規準線方式		
	S_{00}＝200万m^3	500万m^3	1000万m^3	S_{00}＝200万m^3	500万m^3	1000万m^3	S_{00}＝200万m^3	500万m^3	1000万m^3
0.1	9.95	14.63	13.32	2.19	1.97	0.37	0.00	2.06	2.37
0.2	5.99	8.45	8.51	1.06	0.31	0.04	0.00	0.89	0.53
0.3	2.89	4.84	6.49	0.08	0.20	0.67	0.00	0.49	0.00
0.4	1.77	3.16	4.45	0.07	0.07	0.16	0.00	0.18	0.00
0.5	1.01	1.97	2.39	0.18	0.90	0.08	0.00	0.00	0.00
0.6*	0.30	0.93	0.56	0.07	0.00	0.09	0.00	0.00	0.00
0.7	0.52	0.95	1.86	0.03	0.12	0.05	0.00	0.09	0.00
0.8	2.28	3.12	5.39	0.03	0.07	0.08	0.00	0.21	0.00
0.9	5.77	8.35	8.95	0.17	0.27	0.02	0.00	0.51	0.33

表−1 コンピューター・シミュレーションによる算定 $(\overline{W}-W_{min})/T$,（数値は%）

S_{00}	最大可能取水量 T
200万m^3	40,404,447 m^3
500万m^3	64,367,957 m^3
1000万m^3	78,833,162 m^3

S_{00}	$P=\dfrac{T}{5年間の日数}$	$\rho = \dfrac{\overline{Q[i]}}{P}$
200万m^3	22,127 m^3	1.9019
500万m^3	35,251 m^3	1.3392
1000万m^3	43,173 m^3	0.9747

表−2 最大可能取水量 T および日取水量 P

これらの結果をみると次のことがわかる。

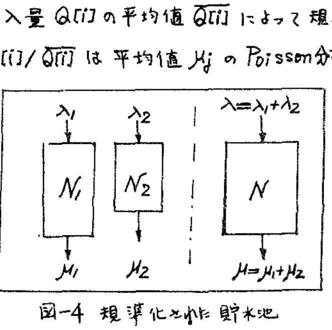
ⓐ $\alpha_1 = 0.6118$ にほぼ等しい $S_{10}/S_{00} = 0.6$（表−1の※印）の近くではいずれの操作も $(\overline{W}-W_{min})/T \approx 0$ であり、最有効取水に近い値がえられている。したがって一般に貯水池容量の比率と流入量の比率が等しい場合は、いずれの取水操作においてもほぼ最有効取水ができると想定される。

ⓑ S_{10}/S_{00} が 0.6 からはずれるに従い $(\overline{W}-W_{min})/T$ が大になっているが、空間基準より取水規準線による方が効果が大きくなる。これより、流入量の比率あるいは貯水池容量の比率を用いた規準線操作方式が安定していると想定される。

ⓒ 全体としては、前述の三つの操作方法でかなりの程度まで最有効取水が実現される。また S_{00}＝500万m^3 に比べて S_{00}＝200万m^3, と 1000万m^3 の場合が比較的よい結果がでている。これは洪水量が貯水池容量に比べて大きく且つ時間的変化が大きいわが国の水文事情と関係しているものと考えられ、これについてはさらに次節で検討しよう。

6. 待ち行列理論による取水システムの考察

流入量 $Q_j[i]$, 貯水池容量 S_{j0}, 取水量 $P_j[i]$ の量的関係をみるため、かなり近似的モデルであるが、単位区間の合計流入量 $Q[i]$ の平均値 $\overline{Q[i]}$ によって規準化された流入量 $Q_j[i]/\overline{Q[i]}$ は平均値 λ_j の Poisson 分布, 取水量 $P_j[i]/\overline{Q[i]}$ は平均値 μ_j の Poisson 分布をなし、取水操作は各貯水池とも独立であると仮定して、待ち行列理論を適用してみた。なお上記、流入量の Poisson 分布の仮定が成立するためには、単位区間 t 日は5日以上をとればよいようである。また Poisson 分布の再生性より $(Q_1[i]+Q_2[i])/\overline{Q[i]}$ は平均値が $\lambda_1+\lambda_2(=\lambda)$ の Poisson 分布になる。ここで $\overline{Q_1[i]}+\overline{Q_2[i]}=\overline{Q[i]}$ であるから $\lambda=1$ となる。規準化された貯水池容量を $N=S_{00}/\overline{Q[i]}$, $N_j=S_{j0}/\overline{Q_j[i]}$ として図−4に示す。



図−4 規準化された貯水池

(M/M/1(N))型の待ち行列理論により、貯水量状態が n である確率 P_n は $\rho=\lambda/\mu$ として、

$$P_n = \begin{cases} \dfrac{1}{N+1} & (\rho=1) \\ \dfrac{\rho-1}{\rho^{N+1}-1}\cdot\rho^n & (\rho\neq 1) \end{cases} \quad \text{------------------}(4)$$

で与えられる。

また単位区間の取水量の期待値は $\mu\cdot(1-P_0)$，無効放流量の期待値は $\lambda\cdot P_N$ であるから，これを並列2貯水池に適用すると $\rho_j=\lambda_j/\mu_j$ として，

$$\frac{\text{損失水量}}{\text{最大可能取水量}} = \frac{W-W_{min}}{T} = \begin{cases} \left(\dfrac{N}{N+1}-\dfrac{\mu_1}{\mu}\cdot\dfrac{N_1}{N_1+1}-\dfrac{\mu_2}{\mu}\cdot\dfrac{N_2}{N_2+1}\right)\Big/\left(\dfrac{N}{N+1}\right), & (\rho=1) \\ \left(\dfrac{\rho^{N+1}-\rho}{\rho^{N+1}-1}-\dfrac{\mu_1}{\mu}\cdot\dfrac{\rho_1^{N_1+1}-\rho_1}{\rho_1^{N_1+1}-1}-\dfrac{\mu_2}{\mu}\cdot\dfrac{\rho_2^{N_2+1}-\rho_2}{\rho_2^{N_2+1}-1}\right)\Big/\left(\dfrac{\rho^{N+1}-\rho}{\rho^{N+1}-1}\right), & (\rho\neq 1) \end{cases} \text{---}(5)$$

がえられる。したがって(5)式より

ⓐ $\rho=\rho_1=\rho_2$ ， $N=N_1=N_2$ のときは $(W-W_{min})/T=0$

ⓑ $\rho,\ \rho_1,\ \rho_2 \longrightarrow$ 大のとき $(W-W_{min})/T \longrightarrow 0$

ⓒ $N,\ N_1,\ N_2 \longrightarrow$ 大のとき $(W-W_{min})/T \longrightarrow 0$

ⓐ～ⓒの場合では最有効取水がなされることを示している。これは前節のⓒでのべたように表-2における ρ の大きい $S_{00}=200$ 万m^3の場合と N が大きい $S_{00}=1000$ 万m^3の場合が比較的よく操作ができていることと対応する。

7. むすび

以上の結果を要約すると

① シミュレーションの算定結果によると空間基準方式より規準線方式がよい。これは日本の洪水流出の時間的変化が大きいことと、貯水池容量の比率が小であることが原因であろう。

② 流入量の比率と貯水池容量の比率が等しいときは、前述のいずれの操作方法でもほぼ最有効取水がえられる。

③待ち行列理論による考察より、流入量に比べて貯水池容量が大きい場合，あるいは（流入量）/（取水量）が大きいときは、取水操作の効果が大きくなることが想定される。

本報では、各貯水池からの通水能力が最大のPをもつ場合を考えたが、今後は通水能力に制限がある場合を検討し、さらに一般的な貯水池群の操作を明らかにしていきたい。

以上の計算は九州大学 OKITAK 5090 H 電子計算機によったものである。

なお本研究は昭和44年度文部省科学研究費の補助を受けた。ここに記して謝意を表する。

参考文献

(1) the Harvard Water Program: Design of Water Resource Systems (1962)の訳として
『水資源開発総合計画』；建設省河川局河川計画課

(2) 石原安雄 ； 水工学に関する夏期研修会講義集 (1968年)

(3) 近森邦英 ； 貯水池群操作方式の基礎的考察(I) ，農業土木学会論文集第24号

(4) 上田，小川 ； 取水規準線による並列2貯水池の取水操作，土木学会西部支部研究発表会論文集(昭43年度)