

九州大学工学部 正員 上田 年比呂

1. まえがき 特性曲線を利用した出水解析法は非線型の流出現象を近似的にとくもので比較的良好結果がえられる。本報はこの基礎式を無次元化し、従来の斜面流出算定法を改良し、次に河道流出については図式に求める方法をのべた。なおこれらの方法は樹枝状構造河川ではかなり計算の簡化がえられることをのべ、これによる計算結果を検討した。

2. 流水の基礎式 いま河川流域の最小単位を図-1のような斜面と一本の河道をもつ流水の場合と考える。等価粗度 N 、勾配 I の斜面上の流水の方程式は

$$\text{連続式 } \partial h / \partial t + \partial q / \partial x_s = r \quad \dots (1) \quad \text{運動式 } q = \frac{\sqrt{I}}{N} h^{5/3} \quad \dots (2) \quad (\text{マンニング式})$$

現象の一般化のため次の無次元化を行う。

$$r/r_0 = r, \quad x_s/L = x, \quad t/T_0 = t, \quad q/q_* = q, \quad h/h_* = \eta \quad \dots (3)$$

ここに r_0 は標準有効雨量強度、 L は斜面長、 q_* 、 h_* は r_0 によって定常状態に達したときの斜面下流端の流量と水深で

$$q_* = L r_0 \quad \dots (4) \quad h_* = (q_* / \frac{\sqrt{I}}{N})^{3/5} = (L r_0 / \frac{\sqrt{I}}{N})^{3/5} \quad \dots (5)$$

また T_0 は r_0 によって定常状態になっているときの、斜面上流端の雨水の影響が斜面下流端に達する時間であり、

$$T_0 = h_* / r_0 = (L N / \sqrt{I})^{3/5} / r_0^{3/5} \quad \dots (6)$$

(3)~(6)式を(1),(2)式に代入すれば、

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{連続式} \quad \partial \eta / \partial t + \partial q / \partial x = r \\ \text{運動式} \quad q = \eta^{5/3} \quad (\text{マンニング式}) \end{array} \right. \quad \dots (7) \quad \dots (8)$$

次に図-1の河道の流水の基本式を求めよう。いま斜面下流端流量を q_e 、河道にその単位長さ当りの斜面下流端流量を q'_e とすれば、

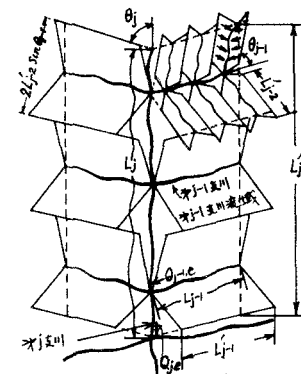


図-2 樹枝状模型図 (x1 河道)

$$q'_e = q_e \cdot \sin \theta \cdot (L'/L) \quad \dots (9)$$

$$\text{定常状態については } q'_* = q_* \cdot \sin \theta \cdot (L'/L) = L r_0 \sin \theta \cdot (L'/L) = F r_0 / 2 L \quad \dots (10)$$

河道は上下流同一断面とし、河道について $A R^{2/3} = k A^p$ (一般に $p=1.45$) $\dots (11)$ 、 $K = (\sqrt{I}/n) L$ $\dots (12)$ とおけば、図-1の河道の流水の方程式は

$$\text{連続式 } \partial A / \partial t + \partial Q / \partial x_r = 2 q'_e \quad \dots (13) \quad \text{運動式 } Q = (\sqrt{I}/n) A R^{2/3} \quad (\text{マンニング式}) \quad \dots (14)$$

現象の一般化のため、次の無次元化を行う。

$$x_r/L = x, \quad t/T_0 = t, \quad q'_e/q'_* = q'_e/q'_* = q'_e, \quad Q/Q_* = \psi, \quad A/A_* = S \quad \dots (15)$$

Q_* を r_0 によって定常状態に達したときの流域下流端流量、そのときの流積を A_* とすれば、

$$Q_* = F r_0 = (\sqrt{I}/n) A_* R_*^{2/3} = (\sqrt{I}/n) k A_*^p = K A_*^p \quad \dots (16)$$

また T_0 を r_0 によって定常状態になっているときの、河道上流端の雨水の影響が下流端に達する時間とすれば、

$$T_0 = A_* / (F r_0) = L / \{ (F r_0)^{1-p} K^p \} \quad \dots (17)$$

いま $m = T_0 / T_0$ $\dots (18)$ とおけば、(13) (14)式は

連続式 $\partial \xi / \partial \tau + (1/m) \partial \psi / \partial \lambda = q_e / m \quad \dots (19) \quad$ 運動式 $\psi = \xi^p \text{ (マンニング式)} \quad \dots (20)$

次に図2のように同等級の支川はすべて等しいとした樹枝状構造河川を考えると、そのオノ支川根型流域における河道流出を考える。横から流入するオノ $j-1$ 支川はすべて同じとし、流入の角度 θ_j をもつてオノ支川に流入するものとする。いまこれを、さらに近似的にオノ $j-1$ 支川からの流入量 $Q_{j-1,e}$ がオノ支川の河道全長 L_j にわたって均等に流入する(河道単位長さ当り片側流量 $q_{j,e}$)と仮定すると、河道 L_j の流れは図1の最小流域における河道の流れと同じ取扱いとなる。

ここに $q_{j,e} = \frac{Q_{j-1,e}}{(2L_{j-2} \cdot \sin \theta_{j-1} / \sin \theta_j)} \cdot \frac{L_j'}{L_j} \quad \dots (21)$

定常状態については $q_{j,*} = \frac{Q_{j-1,*}}{(2L_{j-2} \cdot \sin \theta_{j-1} / \sin \theta_j)} \cdot \frac{L_j'}{L_j} = \frac{F_j \cdot \gamma_0}{2L_j} \quad \dots (22)$

したがって $q_{j,e} / q_{j,*} = Q_{j-1,e} / Q_{j-1,*} = \psi_{j-1,e} \quad \dots (23)$

この $q_{j,e}$ を(13)式の q_e に代入し、これ以外に添字 j をつけるのみで同様の無次元化を行う。この結果 支川流入のある河道の基礎方程式は、支川の均等流入を仮定すれば、(19)、(20)式で q_e を $\psi_{j-1,e}$ とし、降雨および斜面要素として以外の各記号に j の添字をつけた式となる。

3. 斜面流出算定法 (17)、(18)式より η を消去すれば、 $\partial \eta / \partial \tau + \frac{5}{3} \eta^{2/3} \partial \eta / \partial \xi = \sigma \quad \dots (24)$

これを特性曲線表示すれば、特性曲線 $d\xi/d\tau = \frac{5}{3} \eta^{2/3}$ 上にて $\dots (24) \quad d\eta/d\tau = \sigma \quad \dots (25)$

同様に(17)、(18)式より φ を消去すれば 同じく特性曲線(24)式上で $d\varphi/d\xi = \sigma \quad (26)$

いま σ で同じ σ 一定とあれば $d\eta/d\tau = \sigma \quad (27), \quad d\varphi/d\xi = \sigma \quad \dots (28)$

また $\sigma=0$ では η が一定となるので、(24)式より $d\xi/d\tau = \frac{5}{3} \eta^{2/3} \quad \dots (29)$

図3は(8)と(20)、(28)、(29)式を用いて斜面上に $\eta_1, \eta_2, \dots$ の有効降雨がある場合の、時刻 t_0 に斜面上流端を出発する特性曲線上の各時刻の η, φ とその時刻までの流下距離 ξ の算定法を示したもので、図の矢印のように下から上に順次求められる。

次に斜面上流端の流量 q_e とその時刻 $\Delta \tau_e$ を求めるには 斜面長 $\xi_L=1$ すなわち $\xi_L=1/\Delta \tau_0^{5/3}$ の位置において図4のように上から下に求められる。このように各時刻に斜面上流端を出発する特性曲線が斜面下流端に達したときの流量とその時刻を求めてゆけば、河道に流出する流量曲線がえられる。

この方法は従来の対数図表の標準特性曲線を用いる法に比べて計算誤差が少なく、またかなり計算は簡単になる。また電算処理も簡単に行える。

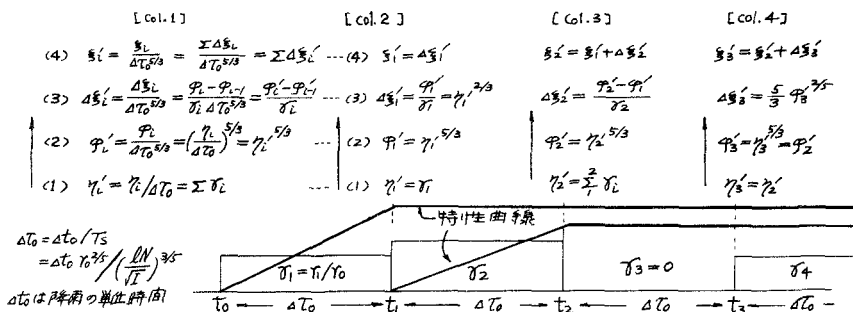


図-3 特性曲線上的各値の算定

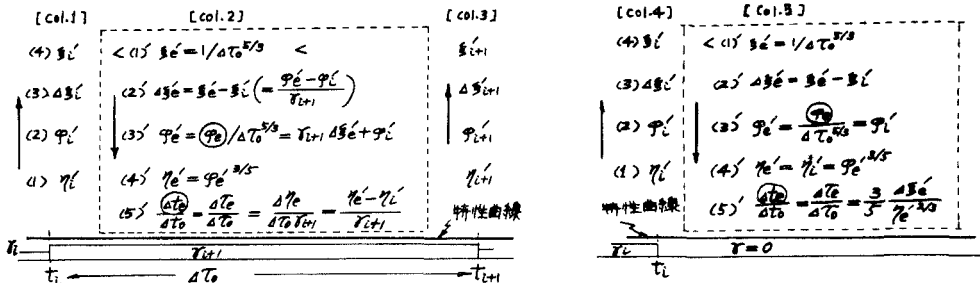


図-4 斜面下流端流出量とその時刻の算定 (○印は未定値)

4 河道流出計算法 (19), (20) 式より ψ を消去すれば, $\partial \psi / \partial T + \frac{P \psi^{P-1}}{m} \frac{\partial \psi}{\partial \lambda} = \psi_c / m$ (30)

すなわち 特性曲線 $d\lambda/dT = P \psi^{P-1}/m$ 上で (31) $d\psi/dT = \psi_c / m$ (32)

河道流出では普通河道到達時間が短いから、この間は横からの流入量を一定として算定してよいようにある。

(1) 河道上流端から流入がない場合 いま河道特性曲線の到達時間内の、横からの流入量 ψ_c を一定とし、その値をその間の平均値 $\bar{\psi}_c$ とすれば、河道特性曲線の到達時間 T_L およびその時間端の流量 ψ_e は (32) 式より $S = (\bar{\psi}_c / m) T$ (33) これを (31) 式に入れた、 $\lambda = 1/T$ と

おけば、 $1 = \frac{P}{m} \int_0^{T_L} (\frac{\bar{\psi}_c}{m} T)^{P-1} dT$ (34) $\therefore T_L = m (\bar{\psi}_c)^{-1/(P-1)}$ (35) また $\psi_e = \bar{\psi}_c$ (36)

したがって図-5の ψ_c 曲線上で、ある時間間隔 T とその間の平均値 $\bar{\psi}_c$ とが (35) 式を満足する状態を求め、 T_L の終端点 (図-5の P 点) を結んでゆけば、河道下流端流量曲線 ψ_{Le} が求まる。図-2の樹枝状模型では前述のように河道にそう支川の均等流入を仮定すれば、(23) 式より ψ_{Le} 曲線が最小流域の横からの流入曲線 ψ_e に相当するから、 ψ_{Le} 曲線に上記と同様の計算を行えば、第2支川の流出量曲線 ψ_{2e} が求められ、これを繰返してゆけば、簡単に樹枝状模型の各級支川の下流端流量曲線が求めつけられる。

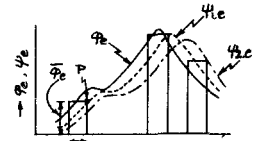


図-5 河道下流端流出量算定図

(2) 河道上流端から流入がある場合 河道上流端からの流入流量を ψ_u 、その流横を S_u とし、河道到達時間 T_L 内の横からの流入量 ψ_c を一定として、その平均値 $\bar{\psi}_c$ をとれば、(20), (31), (32) 式より

$$T_L = \left\{ \left(\frac{\bar{\psi}_c}{S_u} + 1 \right)^{1/P} - 1 \right\} m S_u / \bar{\psi}_c \quad \dots (37)$$

この時刻の下流端流量 ψ_e は、 $\psi_e = \bar{\psi}_c + \psi_u$ (38) すなわち河道流下によって増加する流量 $\Delta \psi = \bar{\psi}_c$

次に (37) 式の T_L の近似式として、 $\bar{\psi}_c \leq \psi_u$ の普通の場合では

$$T_L \approx m / \left\{ P (\psi_u + \bar{\psi}_c / 2)^{1/P-1} \right\} \quad \dots (39)$$

いま図-6の流域Ⅲの到達時間を求めると、Ⅲ流域上流端の流入量 $Q_u = Q_1 + Q_2$ に対して (39) 式より

$$T_L \approx (m/P) (\psi_u + \bar{\psi}_c / 2)^{-(1/P-1)} = (m/P) \left\{ (F_1 \psi_1 + F_2 \psi_2) / F_3 T_0 + \bar{\psi}_c / 2 \right\}^{-(1/P-1)}$$

$$\therefore T_L / \Delta T_0 = T_L' / \Delta T_0 = T_L' = (T_0 / P \Delta T_0) \left\{ (F_1 / F_3) \psi_1 + (F_2 / F_3) \psi_2 + \bar{\psi}_c / 2 \right\}^{-(1/P-1)} \quad \dots (40)$$

いま図-6の流域Ⅰ, Ⅱ, Ⅳの下流端流量曲線およびⅢ, Ⅴの横からの流入曲線が図-7の場合の、

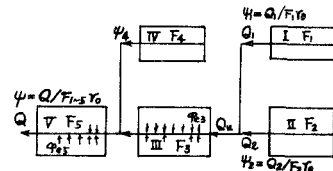


図-6 区分流域図

表-1

流域	I	II	III	IV	V	T'
T'	(1) ψ_1	ψ_2	$\bar{q}_{e3}$			$T'_{L3} = \frac{T_{L3}}{\rho \Delta t_0} \left(\frac{\frac{1}{2} F_1 \psi_1}{F_3} + \frac{\bar{q}_{e3}}{2} \right) - (t-f)$
	(2) $\psi_1 \cdot \frac{F_1}{F_3}$	$\psi_2 \cdot \frac{F_2}{F_3}$	$\bar{q}_{e3}/2$			
$T'+T'_{L3}$	(3) ψ_1	ψ_2	$\psi_3 = \bar{q}_{e3}$	ψ_4	$\bar{q}_{e5}$	$T'_{L5} = \frac{T_{L5}}{\rho \Delta t_0} \left(\frac{\frac{1}{2} F_1 \psi_1}{F_5} + \frac{\bar{q}_{e5}}{2} \right) - (t-f)$
	(4) $\psi_1 \cdot \frac{F_1}{F_5}$	$\psi_2 \cdot \frac{F_2}{F_5}$	$\psi_3 \cdot \frac{F_3}{F_5}$	$\psi_4 \cdot \frac{F_4}{F_5}$	$\bar{q}_{e5}/2$	

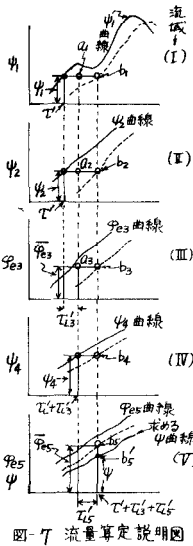
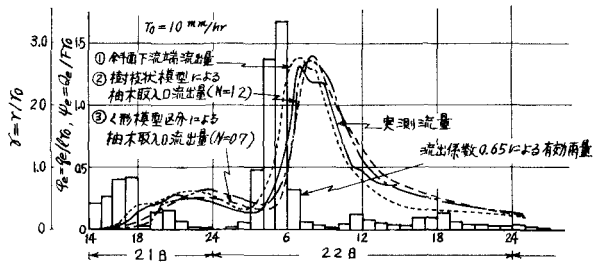


図-7 流量算定説明図

図-8 大山川 楠木取入口 流出量算定図 (昭和21年6月洪水)
(流量は直接流出量を示す)

V流域の下流端の到達時間の算定を図-7、表-1に示している。すなわち $\psi_1, \psi_2, \bar{q}_{e3}, \psi_4, \bar{q}_{e5}$ の合計流量が $T'+T'_{L3}+T'_{L5}$ の時刻にV流域下流端にあらわれる。その合計流量Qは

$$Q = F_1 \psi_1 + F_2 \psi_2 + F_3 \bar{q}_{e3} + F_4 \psi_4 + F_5 \bar{q}_{e5} \quad (\because F \text{ は各流域面積 } \sum_{i=1}^n F_i)$$

$$\therefore \psi = (F_1/F) \psi_1 + (F_2/F) \psi_2 + (F_3/F) \bar{q}_{e3} + (F_4/F) \psi_4 + (F_5/F) \bar{q}_{e5} \quad (41)$$

この ψ 曲線を図-7の(V)の図に、図のようにかき入れればよいであろう (b'_5 点を結んであげればよい)。

5. 流量計算結果 以上の算定法による計算結果例を図-8に示している。この図の②曲線は枕立川および津江川をそれぞれが2支川まで考えた樹枝状構造とし、それぞれの流量を求め、これを合流させて楠木取入口の流量を求めたもので、この流量計算での斜面流出曲線を①曲線にする。③曲線は枕立川を9箇、津江川を5箇のく形模型流域としてそれを水の流量を求め、これを合流させて楠木取入口の流量を求めたものである。なお本計算はピーク流量が実測値にほぼ合うように斜面粗度Nをきめて行った。

この計算結果から(1) Nを適当にきめれば(2)、(3)おれでも大差はなく、一応実測値にほぼ適合せう。(2)、(3)のNが(2)のNより小さいのは、(3)の模型く形流域(図-1に相当する最小流域)の斜面が種々の大きさの斜面をもつから、流量の合計される過程でかなり平均化されピーク流量の低下をきたすからであろう。(3) 降雨曲線から①曲線の間で大きく変化し ②曲線から③曲線の間の変化は少ない。すなわち特性曲線法では斜面要素が最も大きく影響する。したがって影響の少ない河道の配列を大胆に変えた樹枝状構造に対する算定結果の②曲線でも③曲線と大差のない結果がえられたものと考えられる。

終りに本研究は文部省科学研究費の補助をうけた。ここに記して感謝申上げる。