

九州大学工学部 正員 井島 武士

同上 学生員 大石 敏文

同上 格 博行

1. 緒言

風による波の発生機構の問題ならびに波浪予測に関連した問題に際して、方向性も含んだ風波の不規則性について知る必要がある。海岸構造物設計の場合には、波の方向は、波峰に直交の方向として決定するが、不連続な波の方向は、時間的、場所的に変化する。この不連続な波の特性は、波向と周波数に関する風波のエネルギー分布を示す二次元スペクトルによって知ることができる。

著者等は、有義波高、平均周期の2個の統計量から、風波の二次元スペクトルを決定する方法を、研究した。

2. 周波数スペクトル

Frequency Spectrum として

$$\Phi(\sigma) = \alpha_* g^2 \sigma^{-5} \exp\left\{-\beta_* \left(\frac{g}{\sigma U_*}\right)^4\right\} \quad (1)$$

g : 重力の加速度 (m/sec^2), σ : 周波数 (sec^{-1}), U_* : 摩擦速度 (m/sec)

の形を仮定する。このスペクトル形は

$$\frac{\sigma_* U_*}{g} = \left(\frac{4}{5} \beta_*\right)^{1/4} \quad (2)$$

において、Maximumを示し、その値は次のようである。

$$\Phi(\sigma_*) = \alpha_* g^2 \sigma_*^{-5} e^{-\frac{5}{4}} \quad (3)$$

従って Maximum density $\Phi(\sigma_*)$ と その Frequency σ_* が、

与えられると、(2) 式と(3) 式から

$$\beta_* = \frac{5}{4} \left(\frac{\sigma_* U_*}{g}\right)^4 \quad (4)$$

$$\alpha_* = \frac{\Phi(\sigma_*)}{g^2} \sigma_*^5 \quad (5)$$

となる。Maximum density $\Phi(\sigma_*)$ は Phillips (1966) によると

$$\Phi(\sigma_*) = A \frac{U_*^4}{g^4} \frac{\sinh(\mu \sigma_* x)}{\mu \sigma_*} \quad (6)$$

$$A = 240 \left(\frac{g}{U_*^3}\right)^2 = 3.46 \times 10^{-4}, \mu: \text{coupling coefficient}$$

として与えられる。

(5) 式と(6) 式とを(4) 式に代入して

$$\Phi(\sigma, t) = A e^{\frac{5}{4} \left(\frac{\sigma}{\sigma_*}\right)^4} \frac{\sinh(\mu \sigma x)}{\mu \sigma} \exp\left\{-\frac{5}{4} \left(\frac{\sigma}{\sigma_*}\right)^4\right\} \quad (7)$$

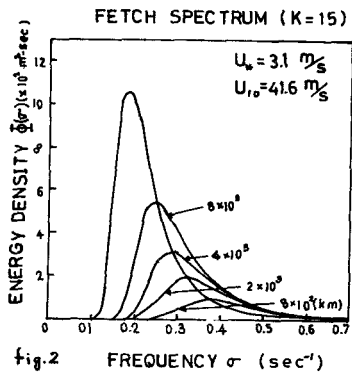
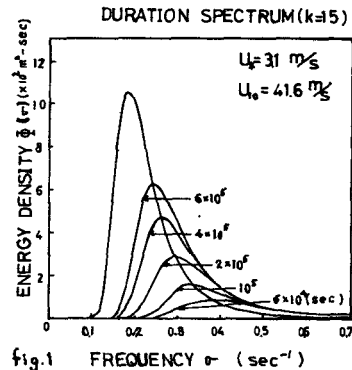
一方、Piereson (1964) によつて、平衡状態における Spectrum として、次の形が与えられている。

$$\Phi(\sigma) = \alpha_* g^2 \sigma^{-5} \exp\left\{-\beta_* \left(\frac{g}{\sigma U_*}\right)^4\right\} \quad (8) \quad \Pi = \left(160 + \frac{1}{f C_0}\right) U_* = K U_* \quad (9)$$

$$C_{10} = (0.80 + 0.114 \Pi_{10}) \times 10^{-3} \quad (10) \quad \Pi_{10} = \frac{U_*}{f C_{10}} \quad (11)$$

ここに $\sigma = 8.10 \times 10^3$, $\beta = 0.74$, Π : 海面上 19.5m における風速, Π_{10} : 海面上 10 m における風速 (m/sec)

また (6) 式で与えられる $\alpha(\sigma)$ は、 σ のある値において、(8) 式で与えられる $\alpha(\sigma)$ に等しい値をとると考えられる。上述の仮定より、式(7)を満足する σ_* が、次式によつて求められる。



$$\frac{A}{\sigma} U_*^* \left(\frac{\sigma_0}{g} \right)^{\frac{1}{2}} \frac{\sinh(\mu \sigma_0 t)}{\mu} = \exp \left\{ -\beta \left(\frac{g}{\kappa U_*^* \sigma_0} \right)^{\frac{1}{2}} \right\} \quad (12)$$

かくして 式(11)は、duration t による Spectrum 即ち Duration Spectrum を表示する式となる。

次に Fetch を x とすると、Phillips より

$$X = \frac{1}{2} C_0 x \quad C_0: \text{Frequency } \sigma_0 \text{ の成分波の位相速度} \quad (13)$$

これを、式(11)に用いて duration t を、fetch x に変換すると、Fetch Spectrum が求められる。

$$\Phi(\sigma, x) = A \exp \left\{ \frac{U_*^*}{g^{\frac{1}{2}}} \left(\frac{\sigma_0}{\sigma} \right)^{\frac{1}{2}} \frac{\sinh(2\mu \sigma_0 x)}{\mu \sigma_0} \right\} \exp \left\{ -\frac{5}{4} \left(\frac{\sigma_0}{\sigma} \right)^{\frac{1}{2}} \right\} \quad (14)$$

さらに

$$\sigma_0 = \frac{g}{C_0} \quad (15)$$

を 式(11)に代入すると次式を得る。

$$\Phi(\sigma, t) = A \exp \left\{ g^{\frac{1}{2}} \frac{\sigma_0^{-\frac{1}{2}}}{\mu \left(\frac{g}{C_0} \right)^{\frac{1}{2}}} \frac{\sinh(\mu \frac{g}{C_0} / \frac{g}{C_0})}{\mu} \right\} \exp \left\{ -1.25 \left(\frac{g}{C_0} \right)^{\frac{1}{2}} \sigma^{-\frac{1}{2}} \right\} \quad (16)$$

$$\Phi(\sigma, x) = A \exp \left\{ g^{\frac{1}{2}} \frac{\sigma_0^{-\frac{1}{2}}}{\mu \left(\frac{g}{C_0} \right)^{\frac{1}{2}}} \frac{\sinh(2\mu \frac{g}{C_0} / \frac{g}{C_0})}{\mu} \right\} \exp \left\{ -1.25 \left(\frac{g}{C_0} \right)^{\frac{1}{2}} \sigma^{-\frac{1}{2}} \right\} \quad (17)$$

Duration Spectrum(式(16)), Fetch Spectrum(式(17))を、 $K=15$ について示したのが、図1 図2である。

3. 海面波の統計量

水位変動 ζ の2乗平均 $\overline{\zeta^2}$ は

$$\overline{\zeta^2} = \int_0^\infty \Phi(\sigma, t) d\sigma \quad (18) \quad C/U_*$$

で表わされ、又月義波高(H_2)の無次元波高は

$$H_2 = 4.00 \sqrt{\overline{\zeta^2}}$$

の関係から

$$\frac{g H_2}{U_*^2} = 4.00 \frac{g \sqrt{\overline{\zeta^2}}}{U_*^2}$$

と表わされる。

(18)式から

$$\overline{\zeta^2} = \frac{A}{5} \exp \left\{ \frac{U_*^*}{g^{\frac{1}{2}}} \frac{\sinh(\mu \sigma_0 t)}{\mu} \right\}$$

従って (15)式とより

$$\frac{g H_2}{U_*^2} = 4.00 \left[\frac{A}{5} \exp \left\{ \left(\frac{\sinh(\mu \frac{g}{C_0} / \frac{g}{C_0})}{\mu} \right)^{\frac{1}{2}} \right\} \right]^{\frac{1}{2}} \quad (19)$$

となる。

また、平均周期 $\overline{T}$ は

$$\overline{T} = 2\pi \sqrt{\frac{\int_0^\infty \Phi(\sigma, t) d\sigma}{\int_0^\infty \sigma^2 \Phi(\sigma, t) d\sigma}} \quad \pi: \text{円周率} \quad (20)$$

で表わされる。

(16)式および(20)式から

$$\overline{T} = 7.9365832 \left(\frac{C_0}{U_*^*} \right) \left(\frac{U_*^*}{g} \right) \quad (21)$$

となる。

Wilsonによると有義波の無次元波高は

次式によつて与えられている。

$$\frac{g H_2}{U_*^2} = \frac{K_3}{C_0} \left[1 - 1 / \left\{ \sqrt{C_0} K_4 \left(-\frac{g}{U_*^*} \right)^{\frac{1}{2}} + 1 \right\} \right] \quad (22)$$

ここに $K_3 = 0.30$, $K_4 = 0.004$

但し (19)式と(22)式は 互いに独立である。

RELATIONS ON C/U_* AND g/U_*^2 AND U_*

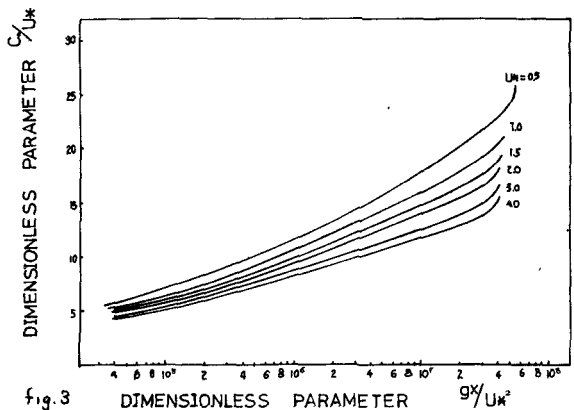


fig.3

RELATIONS ON C/U_* AND g/U_*^2 AND U_*

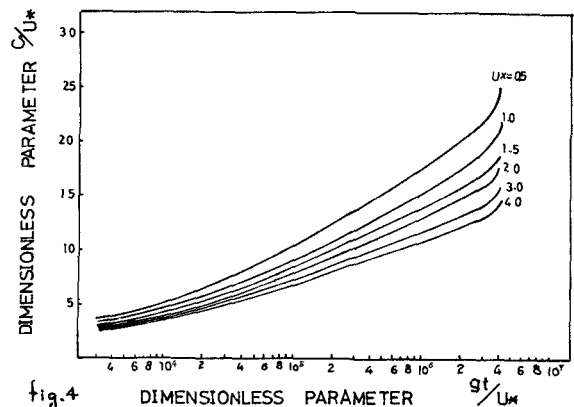


fig.4

(22)式を、(25)式を用いて無次元化すると、次式を得る。

$$\frac{A}{\alpha} \left(\frac{U_*}{C_0} \right)^4 \frac{\sinh(\mu \frac{qz}{C_0})}{\mu} = \exp \left\{ -\beta \left(\frac{C_0}{K U_*} \right)^4 \right\} \quad (23)$$

(24)式を (23)式に代入すると

$$C_{10}^4 \times 10^{-3} - 0.8 C_{10}^4 = 0.114 U_*$$

となる。即ち C_{10} は U_* の関数となる。

また、(9)式より、 K も U_* の関数となる。

これを、それぞれ次式で表わす。

$$C_0 = f_1(U_*), \quad K = f_2(U_*)$$

(19), (20), (23), (24) 各式より

$$\frac{K_2}{f_2(U_*)} \left[1 - \frac{1}{\left\{ K_2 \sqrt{f_2(U_*)} \frac{qz}{U_*} + 1 \right\}} \right] = 4.00 \left(\frac{C_0}{U_*} \right)^4 \exp \left\{ -0.5 \beta \left(\frac{1}{f_2(U_*)} \frac{C_0}{U_*} \right)^4 \right\} \quad (25)$$

を得る。(25)式より $\frac{qz}{U_*}$ は $\frac{C_0}{U_*}$ と U_* の関数として、

表わされ、さらに、(23)式を用いると $\frac{qz}{U_*}$ も

$\frac{C_0}{U_*}$ と U_* で表わされる。上式によって求め

た $\frac{qz}{U_*} - f_2 \left(\frac{C_0}{U_*}, U_* \right)$ の値を、(22)式に代入すると

μ も また $\frac{C_0}{U_*}$ と U_* の関数として表わされ、

同様にして、(19)式と(22)式より、 H_y も

$\frac{qz}{U_*}$ と U_* の関数として示される。

(22)式より $\frac{C_0}{U_*}$ は、 U_* の関数と γ の積として

次式で表わされる。

$$\frac{C_0}{U_*} = F(U_*) \gamma \quad (26)$$

(19), (23), (24) 各式より次式を得る。

$$\frac{qH_y}{U_*} = 4.00 \left(\frac{C_0}{U_*} \right)^4 \exp \left\{ -0.5 \beta \left(\frac{F(U_*)}{f_2(U_*)} \gamma \right)^4 \right\} \quad (27)$$

(27)式より、 H_y は、 γ と U_* の関数として表わせる。

図3、図4、図5、図6、図7、図8、図9

以上の統計量の諸関係を図表化したものである。

4 方向スペクトル

Directional Spectrum の形は Longuet-Higgins (1961)

によると、

$$F(\alpha, \phi) \propto (1 + \cos \phi)^2 \propto (\cos \frac{1}{2} \phi)^2 \quad (28)$$

の形をもつ。ここに ϕ は、波の主方向からの角度

ここに、 α は

$$\frac{U_1}{C} = \frac{1}{K_0} \frac{U_*}{C} \quad K_0: \text{カルマ=定数}(=0.40) \quad (29)$$

と共に減少する数である。Longuet-Higgins の

観測結果により、次式で仮定する。

$$S = 0.2 \left(\frac{C}{U_1} \right)^2 \quad (30)$$

(30)式に、(29)式及び $C = \frac{q}{\sigma}$ を代入すると、次式を得る。

fig.5 RELATIONS ON μ AND C/U_* AND U_*

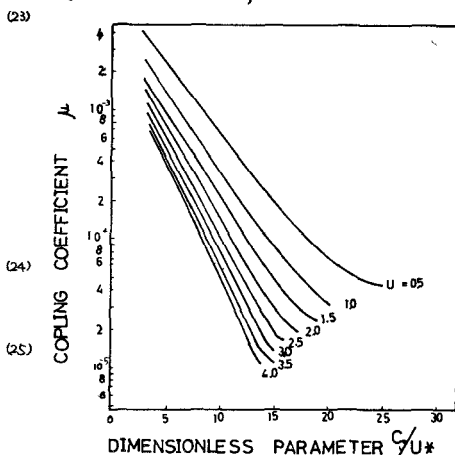


fig.6 RELATIONS ON H_y/U_* AND qz/U_*^2 AND U_*

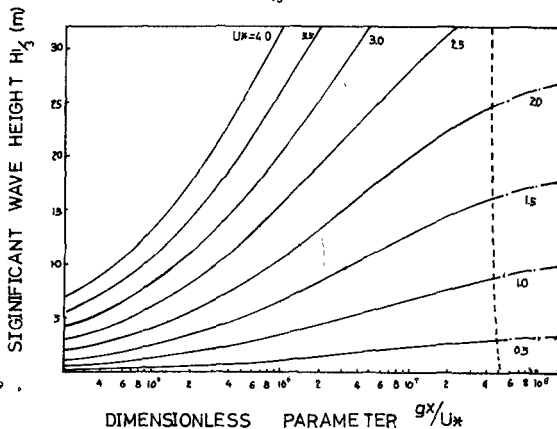
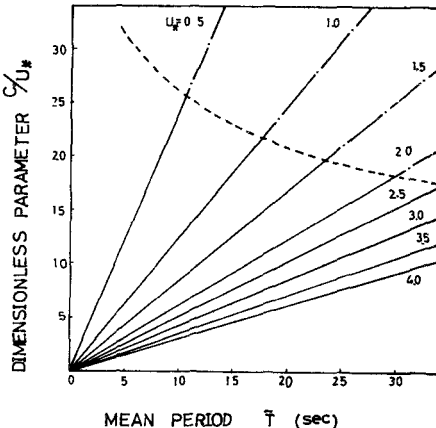


fig.7 RELATIONS ON C/U_* AND γ AND U_*



$$S = m \left(\frac{g}{g_0 U_k} \right)^{\frac{1}{2}} \quad m = \frac{1}{20} \quad (31)$$

そこで、Directional Spectrum を

$$F(\theta, \phi) = \Phi(\theta) \cdot G(s) \cdot (\cos \frac{1}{2} \phi)^{25} \quad (32)$$

とおく。(32)式は、次式を満足すべきである。

$$\int_{-\pi}^{\pi} F(\theta, \phi) d\phi = \Phi(\theta) \quad (33)$$

従って、 $G(s)$ は

$$G(s) = S \cdot \frac{g^{25.5}}{\pi} \cdot \frac{\Gamma^2(s)}{\Gamma(2s)} \quad \Gamma: \text{ガンマ関数} \quad (34)$$

となる。(34)式を (32)式に代入すると、Directional Spectrum として 次式を得る。

$$F(\theta, \phi) = S \cdot \frac{g^{25.5}}{\pi} \cdot \frac{\Gamma^2(s)}{\Gamma(2s)} (\cos \frac{1}{2} \phi)^{25} \Phi(\theta) \quad (35)$$

一般に S は ある程度大きいので、(35)式は 次式によって近似しうる。

$$F(\theta, \phi) = \left(\frac{g}{g_0} \right)^{\frac{1}{2}} e^{-\frac{1}{2} s^2} \Phi(\theta) \quad (36)$$

式(31)と、式(36)に代入すると、

$$F(\theta, \phi) = \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{m}}{\pi} \left(\frac{g}{g_0 U_k} \right)^{\frac{1}{2}} \cdot \exp \left\{ -0.25 m \cdot \left(\frac{g}{g_0 U_k} \right)^{\frac{1}{2}} \phi^2 \right\} \Phi(\theta) \quad (37)$$

を得る。ここで $\Phi(\theta)$ は、式(14) 式(17)に F

requency Spectrum である。

4. 計算例

風波の観測記録から、統計量として $H_{1/2}$, $\bar{T}$ が得られ、図3、図4、図5、図6、図7、図8よりそれぞれ U_k , $\frac{g}{g_0 U_k}$, $\frac{C_0}{U_k}$, μ が求められる。この値を(17)式に代入すれば Fetch Spectrum が、また、(37)式に代入すれば Directional Spectrum (概略) が、得られる。

今、観測記録から $H_{1/2} = 8.5m$, $\bar{T} = 16.0 \text{ sec}$ が与えられると、 U_k , $\frac{g}{g_0 U_k}$, $\frac{C_0}{U_k}$, μ は、それぞれ、 $U_k = 1.0$, $\frac{g}{g_0 U_k} = 3.6 \times 10^7$, $\frac{C_0}{U_k} = 19.8$, $\mu = 3.23 \times 10^{-5}$ となる。

この値と、(17) (37)両式に代入すると、図9、図10のようなスペクトルを得る。

5. 結語

以上の結果は、計算過程にかなりの仮定を含んでいるが、一応二次元スペクトルの概念を用いることができるかと思われる。この結果によって、有義波高、平均周期の2個の統計量から、二次元スペクトルが決定しうることになる。また、浅海における二次元スペクトル、ならびに実測値との比較については、今後の研究において報告する予定である。

Fig. 8 RELATIONS ON $H_{1/2}$ AND $\bar{T}$ AND U_k

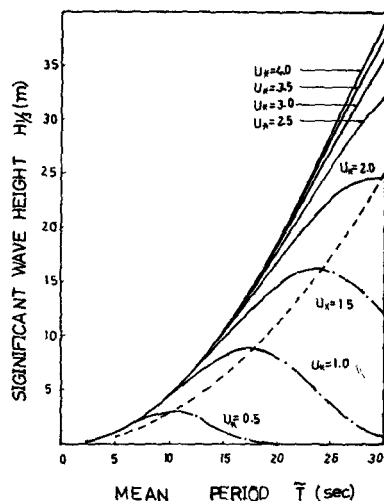
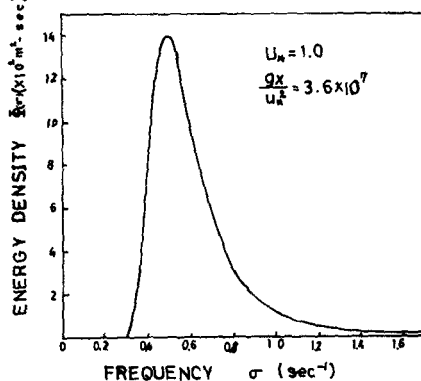


Fig. 9 FETCH SPECTRUM



TWO DIMENSIONAL SPECTRUM

