

九州大学工学部 正 員 栗谷陽一

学生員 楠田哲也

1. まえがき

従来の薬品混和池—横流式沈澱池系による浄水プロセスに代って、近年大フロクの干渉沈降を利用して濁質を大フロクに吸着あるいは衝突させて除濁するフロクブランケット型の高速接触沈澱池が用いられてきている。この型の高速接触沈澱池のフロクブランケットの工学的な挙動については、丹保博士らによって調べられているが、この沈澱池に最も期待している *high rate* な除濁のメカニズムについては全く研究されていない。このメカニズムを物理的な立場から明らかにしようとする場合には干渉沈降現象と除濁機構の各々が明らかにされなければならない。本報では先ず、これらの機構について解明する第一歩として二球のフロクが相互に影響を及ぼし合う状態下での除濁機構についての新しい考え方を述べる。

2. 考え方

場の流れは Stokes 流とする。まず、二個のフロク(半径 R の球と仮定)が重力方向無限遠に離れている場合、つまり単粒子沈降を行なっている場合を考える。この場合、流れ函数 ψ_s はフロクの中心を原点に採れば

$$\psi_s = \frac{1}{2} U_s \left\{ 1 - \frac{3}{2} \frac{R}{r} + \frac{1}{2} \left(\frac{R}{r} \right)^3 \right\} r^2 \sin^2 \theta \quad (1)$$

で与えられる。ただし U_s は大フロクの沈降速度である。今、大フロクに吸着される小フロク(半径 a)は、大フロクの運動に影響を及ぼさず、大フロクが2個存在する場合の中で単粒子沈降を行なうものとする。これを水流のように考えると、

$$\psi_s = -\frac{1}{2} U_s r^2 \sin^2 \theta \quad (2)$$

と表わされる。ここで、 U_s は小フロクの沈降速度である。大フロクの中に原点を採った場合の大フロクの回りでの小フロクの運動は、(1)と(2)を重ねることにより見かけ上の流れ函数(ψ_a)で与えられる。

$$\psi_a = \frac{1}{2} U_s \left\{ 1 - \frac{U_s}{U_s} - \frac{3}{2} \frac{R}{r} + \frac{1}{2} \left(\frac{R}{r} \right)^3 \right\} r^2 \sin^2 \theta \quad (3)$$

(3)は、小フロクの軌跡を示している。ここで、 $\psi_a = 0$ とおくと、(3)から、

$$1 - \frac{3}{2} \frac{R}{r} + \frac{1}{2} \left(\frac{R}{r} \right)^3 = \frac{U_s}{U_s} \quad (4)$$

となり、(4)から得られる根 $r=r_0$ は小フロクの輸送が行われたい球を示すことになる。したがってこの球内の小フロクはこの球より外に出られないために大フロクへの衝突または吸着の時定数を考えなければ、小フロクが有限の大きさを持つてゐる限り必ず大フロクと衝突することになり結局大フロクに合併されてしまうことになる。大フロクが重力方向の無限遠から徐々に近づいて

きた場合には相互の影響により流れに変化が生ずる。したがって、この場合には図-1を示すように、(4)で与えられる半径 R の球の形が卵型になり、最後には両方の卵型の先端が連絡し合い、垂鈴型になる。更に近づくとき垂鈴型を失っても2個のフロックの相互の影響によって沈降速度が増加するために大フロックに対する小フロックの沈降速度(以下沈降速度比と称す)が小さくなり垂鈴の球の部分小さくなる。

以上のように大フロック間の距離の変化に従って大フロックに合体される部分の体積(以下吸着体積と称す)が変化するため

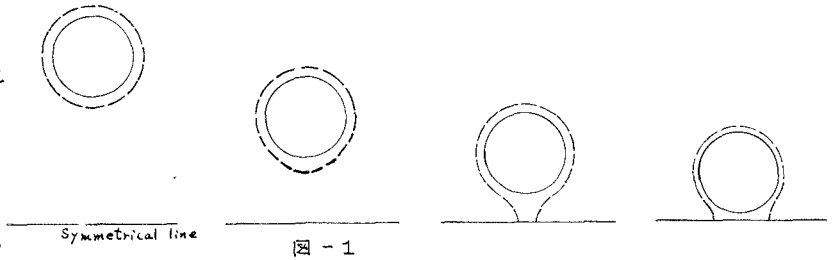


図-1

にこの変化が大フロックに合体される部分となり、その結果として小フロックの大フロックにつまり濁質の除去が行われることになると考えられる。以上の場合、重力方向に2個のフロックが並んだ場合であるが、他の方向に並んだ場合フロックに回転が発生し現象が複雑になるが上述と同様の現象が生じる。

3. 計算結果

重力方向に2個の球が並び場に流速 V の一樣流が与えられている場合の流れ函数の微分方程式はStimsonとJEFFERY⁽¹⁾によって定められている。これによると円筒座標 (ϖ, ξ) を用いて、

$$\varpi = \frac{a \sin \eta}{\cosh \xi - \cos \eta} \quad \xi = \frac{a \sinh \xi}{\cosh \xi - \cos \eta} \quad (5)$$

とおくとき、2個の球の大きさが相等しいならば次式で流れ函数が与えられる。

$$\Psi = (\cosh \xi - \mu)^{-\frac{3}{2}} \sum_{n=1}^{\infty} U_n V_n + \frac{1}{2} V \left(\frac{a \sin \eta}{\cosh \xi - \cos \eta} \right)^2 \quad (6)$$

$$\text{ここで} \quad U_n = A_n \cosh \left(n - \frac{1}{2} \right) \xi + C_n \cosh \left(n + \frac{1}{2} \right) \xi \quad (7)$$

$$V_n = P_{n-1}(\mu) - P_{n+1}(\mu) \quad P_n(\mu): \text{Legendre function} \quad (8)$$

$$A_n = -(2n+3)k \frac{2\{1 - e^{-\omega(n+1)a}\} + (2n+1)(e^{2d} - 1)}{2 \sinh(2n+1)d + (2n-1) \sinh 2d} \quad (9)$$

$$C_n = (2n-1)k \frac{2\{1 - e^{-(2n+1)a}\} + (2n+1)(1 - e^{-2d})}{2 \sinh(2n+1)d + (2n+1) \sinh 2d} \quad (10)$$

$$k = \frac{a^2 V n(n+1)}{\sqrt{2}(2n-1)(2n+1)(2n+3)} \quad (11)$$

$$R = a \operatorname{cosech} d \quad R: \text{フロック半径} \quad (12)$$

$$B = (a \coth d)/R \quad B: \text{フロック中心間距離の} \frac{1}{2} \text{を} R \text{で無次元化したもの} \quad (13)$$

$$\mu = \cos \eta \quad (14)$$

$V = \text{フロックの沈降速度}$

(5) から(14)までを用いてフロックの体積濃度 12.5% ($B=1.6118$) のものについて求めた流れ線は図-2 のようになる。(2) と(6) とを重畳することにより小フロックの輸送のない面を求めた結果の一例を図-3 に示す。吸着体積をフロック一個の体積で正規化したものと B との関係を図-4 に示す。厳密解で求めた球の沈降速度と中心間距離の関係を表-1 に示す。重力方向にフロックが並んでいる場合には上述の厳密解も利用できるが他の方向にフロックが並んでいる場合にはこれを用いることができない。また、任意の方向に2個のフロックが存在する場合の流れ関数を求めることは非常に困難であるので、第一次近似として単粒子沈降時の流れ関数を重畳することによりどの程度近似できるかを図-4 中に示した。この場合に用いた近似式は

$$\text{重力方向 } \Psi = \frac{1}{2} U \left[1 + \frac{3}{4B} - \frac{1}{16B^3} \right]$$

$$\begin{aligned} & - \frac{3}{2} \frac{1}{(\omega^2 + (z+B)^2)^{3/2}} - \frac{3}{2} \frac{1}{(\omega^2 + (z-B)^2)^{3/2}} \\ & + \frac{1}{2} \frac{1}{\{\omega^2 + (z+B)^2\}^{3/2}} + \frac{1}{2} \frac{1}{\{\omega^2 + (z-B)^2\}^{3/2}} \omega^2 \end{aligned} \quad (15)$$

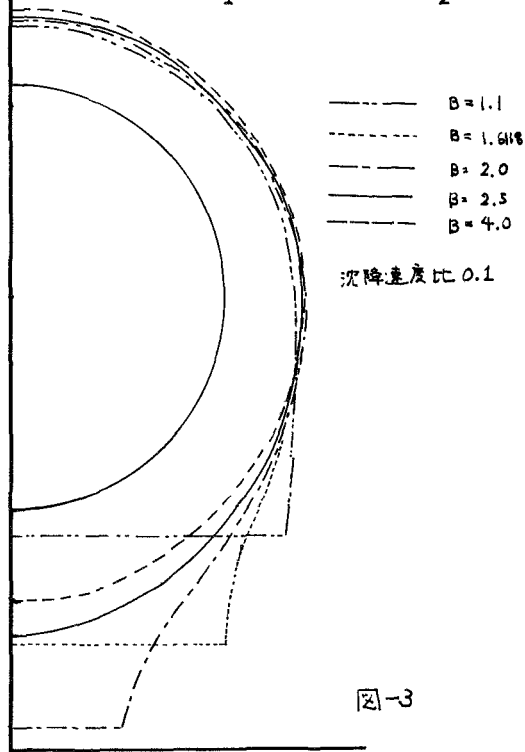
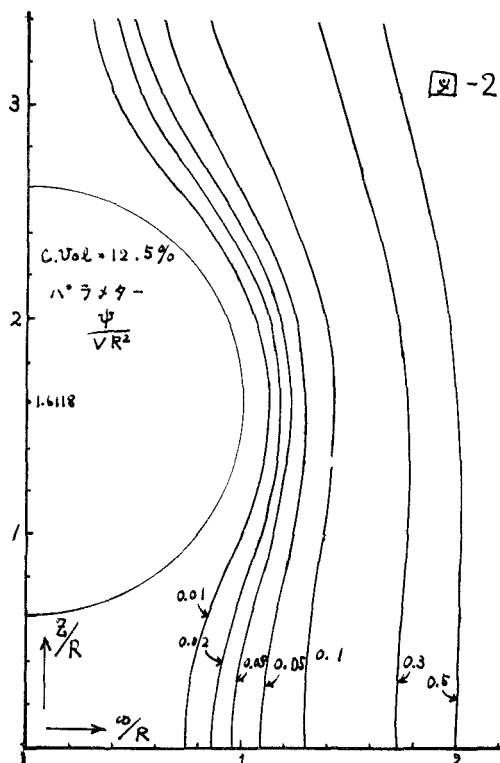
$$\text{水平方向 } \Psi = \frac{1}{2} U \left[1 + \frac{3}{8B} + \frac{1}{32B^3} \right]$$

$$\begin{aligned} & - \frac{3}{2} \frac{1}{\{(\omega+B)^2 + z^2\}^{3/2}} - \frac{3}{2} \frac{1}{\{(\omega-B)^2 + z^2\}^{3/2}} \\ & + \frac{1}{2} \frac{1}{\{(\omega+B)^2 + z^2\}^{3/2}} + \frac{1}{2} \frac{1}{\{(\omega-B)^2 + z^2\}^{3/2}} \omega^2 \end{aligned} \quad (16)$$

である。

4. 考察

図-4 から、フロックが互いに近づいていくときの吸着体積の変化が解る。無限遠から沈降速度比 0.1 の場合には $B=4.0$ 前後まで (沈降速度比 0.01 では $B=1.6$ まで) は吸着体積は漸減が漸増でこれは沈降速度の増加による吸着体積の減少



と相互効果による増大との差によりどちらかに決まる。 $B=4.0 \sim 2.0$ (沈降速度比の小さいものは $B=1.6 \sim 1.1$) では吸着体積の形状が垂鈴型となり体積は急増する。 $B=2.0 \sim 1.0$ (沈降速度比の小さいものでは $B=1.1 \sim 1.0$) では垂鈴型の腕の部分の体積が減少すると同時に沈降速度が大きくなるので、吸着体積は急減する。フロックが水平方向に並んでいる場合と重力方向に並んでいる場合を較べると格段に水平方向に並んだ場合の方が大きくなる。これらの近似は境界条件も満足していないので、今後検討を要する。結局のところ、小フロッ

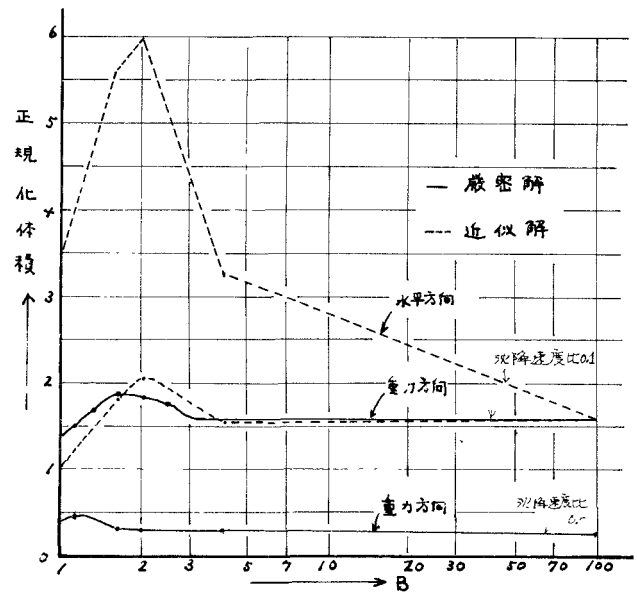


図 - 4

クの除去が最も期待できるのは沈降速度比によって異なるが、だいたい $B=4.0 \sim 2.0$ 前後であり、フロックブランケット層内の渦のスケールが約 1 cm 、フロック径を 2.0 mm とすれば、 $B=4.0 \sim 2.0$ はフロック中心間距離 $8 \sim 4 \text{ mm}$ に相当することになり、この考え方による濁質除去も無視できないと思われる。また $turbulent\ intensity$ は従来の実験から約 1 m/sec ⁽²⁾ なので、吸着体積内での大フロックへの小フロックの吸着の時定数を無視すれば、 $B=4.0 \sim 2.0$ での沈降速度比 0.1 の場合の重力方向に並んだフロックの単位時間当りの小フロック除去体積は、 $0.2 \times 70 \text{ m}^3/\text{sec}$ となり、値としてもかなり大きくなる。

なお、フロックに透水性が存在するので、沈降速度比だけの浸透率があれば、小フロックの沈降速度が無いのと現象は全く同じになる。

B	沈 降 速 度		B	沈 降 速 度	
	理論値	近似値		理論値	近似値
100.00	1.00008	1.00008	2	1.34724	1.36717
50.00	1.00014	1.00014	1.6118	1.41060	1.45037
20.00	1.00038	1.00038	1.5	1.43205	1.48148
10.00	1.00074	1.00074	1.4	1.45260	1.51299
5.00	1.00150	1.00150	1.3	1.47453	1.54847
3.00	1.00250	1.00250	1.2	1.49799	1.58883
2.00	1.00375	1.00375	1.1	1.52301	1.63486
1.00	1.00750	1.00750	1.08	1.52835	1.64482
50	1.01500	1.01500	1.06	1.53365	1.65507
30	1.02499	1.02500	1.05	1.53623	1.66030
20	1.03797	1.03784	1.04	1.53903	1.66554
10	1.07445	1.07444	1.03	1.54178	1.67076
4	1.08312	1.08324	1.02	1.54450	1.67640
8	1.07346	1.07363	1.01	1.54727	1.68191
7	1.0668	1.0697	1.005	1.54866	1.68490
6	1.12425	1.12471	1.003	1.54923	1.68582
5	1.14863	1.14950	1.001	1.54976	1.68674
4	1.18467	1.18652	1.0005	1.54991	1.68726
3	1.24267	1.24567	1.0003	1.55005	1.68734
2.5	1.27660	1.27600	1.0001	1.55005	1.68745

表 - 1

参考文献

- ① M. Stimson and G.B. JEFFERY: "The motion of Two Spheres in a Viscous Fluid" Proc. Roy. Soc. A111 London (1926) pp110~116
- ② 桑谷・楠田: "フロックブランケット中での粒子と粒の相互関係について" 土木学会第24周年沈降付着講演会講演集 pp357~354 (1964)