

IV-3

洪水予報のための流域平均雨量の代表地奥の選定について (II)

九州大学 工学部 篠原 謙爾
同 ○ 池田 茂
同 北島 崇雄

1 まえがき

本報告は災害科学総合シンポジウム講演論文集(1969,10)の第II報である。即ち北九州北部の遠賀川および筑後川上流域について流域平均日雨量の代表地奥を客観的に選定しようとするものである。計算に用いた降雨は5.32.6より5.40.8にいたる8年間の日雨量資料より、梅雨前線、台風、低気圧に起因するもので、河川流域は大雨と降らせに一般的なじょう乱性 のものを採用している。観測地奥は遠賀川流域では、植木(11)、山口(90)、直方(13)、宮田(15)、三ヶ畑(260)、田川(20)、栗原山(720)、大隈(45)、内野(80)の9地奥、流域面積は1032平方Kmであり、筑後川上流域においては、黒川(500)、萬川(740)、朝生(500)、上野田(440)、岳の湯(580)、小田(440)、大野(480)以上の7地奥、大山水系、飯田(828)、野上(450)、森(322)、山浦(540)、糟畑(180)、女子畑(178)以上の6地奥、玖珠川水系、計13地奥で、流域面積は大山水系が約585平方Km、玖珠川水系が約540平方Kmで、計1125平方Kmとなっている。()の中の数字は地奥の標高を示している。観測所の平均標高は大山水系で563m、玖珠川水系で416m、上流流域の平均は495mとなり、遠賀川流域では139mである。

雨量計の配置密度は、筑後川上流域で87平方Km当り1個、遠賀川流域では115平方Km当り1個である。なお筆者等の最近の調査によると、大山水系では梅雨と前線性の雨が、玖珠川流域では台風による雨が多く、合流点の日田附近は低気圧による雨が多い傾向にある。推計処理資料は遠賀川流域で9地奥、32降雨、筑後川上流域で13地奥、46降雨である。最近レターで降水強度を計測に使ったフィードバックにて、いろいろの自動制御に活用しようとする計測の九州地方の河川流域でも考えられているが、レターの性質上雨量計の観測網と組合わせて活用するのが最もよい方法であると思われる。この意味から雨量計測奥の代表性の問題は重要性をもちと考へる。

2 代表奥について

第I報で述べたように、いま考えている流域の日雨量が $j = m$ 個の観測地奥において $i = n$ 個の雨の資料があるは、 R_{ij} の行列で表わされ、ある降雨の地奥間での平均と $\bar{R}_i$ 、ある地奥での各降雨の平均と $\bar{R}_j$ 、全体の平均と $\bar{R}$ とする。遠賀川流域では地奥数 $m=9$ 、降雨数 $n=32$ 、筑後川上流域においては、 $m=13$ 、 $n=46$ である。

m 個の雨量計観測奥の中での地奥と他の地奥を組合わせた計算処理によって求めた算術平均面積雨量 $\bar{R}_i$ についての代表性を示すのを求めるものである。組合わせた地奥数と N とすれば $m \times N$ 個の組合わせがある。 $N=1$ の場合の計算第I報に述べているがその結果については後に表示している。全平均日雨量 $\bar{R}$ の値は遠賀川流域で 96.9、筑後川上流域では 91.4 となつていて両流域間ではほぼ等しい値となつている。

(1) 240の観測奥の日雨量をもとにして平均日雨量を推定する方法

(i) 240の地奥雨量の平均値を用いる方法 平均面積雨量の予想値と $\hat{R}_i$ とすると、

$$\hat{R}_i = \{a + b(R_{ij} + R_{ke}) / 2\}$$

$b = \bar{R}_i$ の $(R_{ij} + R_{ke}) / 2$ に対する回帰係数

$a =$ 常数項 $= f(\bar{R}_i, (R_{ij} + R_{ke}) / 2$ の平均値, $b)$

降雨の予想値と算術平均値との偏差平方和と SD とすると、

$$SD = \sum_{i=1}^N (\hat{R}_i - \bar{R})^2$$

この SD が最小となる組合せ地奥を代表奥とみえる。

(ii) 2 位の観測地をそれぞれ独立変数とする重回帰式を用いる方法

$$\hat{R}_i = a + bR_{ij} + cR_{ke}$$

$b = \bar{R}_i$ の R_{ij} に対する (R_{ke} は独立変数) 偏回帰係数

$c = \bar{R}_i$ の R_{ke} に対する (R_{ij} は独立変数) 偏回帰係数

a = 常数項 = $f(\bar{R}_i, \bar{R}_{ij}, \bar{R}_e, b, c)$ いま添字付変数を見易くするために

基本式を次のように書くと,

$$\hat{Y} = a + bX_1 + cX_2, \quad \sum (X_1 - \bar{X}_1)^2 = S_{X_1X_1}, \quad \sum (X_2 - \bar{X}_2)^2 = S_{X_2X_2}$$

$\sum (Y - \bar{Y})^2 = S_{YY}$, Z = 此は, 独立変数 X_1, X_2 , 従属変数 Y と, それぞれの平均値との偏差積和と

であり, $\sum (X_1 - \bar{X}_1)(X_2 - \bar{X}_2) = S_{X_1X_2}$, $\sum (X_1 - \bar{X}_1)(Y - \bar{Y}) = S_{X_1Y}$, $\sum (X_2 - \bar{X}_2)(Y - \bar{Y}) = S_{X_2Y}$, $\sum$ は各変数と平均値との偏差積和 Z である。以上のよう偏差平方和および偏差積和が求まると,

$$b = (S_{X_1Y} S_{X_2X_2} - S_{X_2Y} S_{X_1X_2}) / (S_{X_1X_1} S_{X_2X_2} - S_{X_1X_2}^2)$$

$$c = (S_{X_2Y} S_{X_1X_1} - S_{X_1Y} S_{X_1X_2}) / (S_{X_1X_1} S_{X_2X_2} - S_{X_1X_2}^2)$$

$$a = \bar{Y} - b\bar{X}_1 - c\bar{X}_2$$

重回帰方程式による降雨の予想値 $\hat{R}_i$ と算術平均との偏差平方和を SE とすると,

$$SE = \sum (\hat{R}_i - \bar{R}_i)^2 = \sum \{ (a + bR_{ij} + cR_{ke}) - \bar{R}_i \}^2$$

この SE が最小となる組合せ地帯を代表地帯とみなす。

(iii) 重回帰式における相関係数は, 以下

(i) 単純相関係数より 第 1 次偏相関係数 を求める方法

$\hat{Y} = a + bX$ なる回帰直線の方程式より求めた単純相関係数 (単に相関係数と云ふ) の偏相関係数或は

偏相関係数を求める時はこのように区別してやる方が, (わかり易い) は次式による。

$$r_{YX} = \sum (X - \bar{X})(Y - \bar{Y}) / \sqrt{\sum (X - \bar{X})^2 \sum (Y - \bar{Y})^2} = \text{共分散} / \text{2つの変数の分散の幾何平均}$$

故に重回帰式 $\hat{Y} = a + bX_1 + cX_2$ における偏相関係数 $r_{YX_1 \cdot X_2}$, $r_{YX_2 \cdot X_1}$, $r_{X_1X_2 \cdot Y}$ はそれぞれ,

$$r_{YX_1 \cdot X_2} = (r_{YX_1} - r_{YX_2} r_{X_1X_2}) / \sqrt{(1 - r_{YX_2}^2)(1 - r_{X_1X_2}^2)}$$

$$r_{YX_2 \cdot X_1} = (r_{YX_2} - r_{YX_1} r_{X_1X_2}) / \sqrt{(1 - r_{YX_1}^2)(1 - r_{X_1X_2}^2)}$$

$$r_{X_1X_2 \cdot Y} = (r_{X_1X_2} - r_{YX_1} r_{YX_2}) / \sqrt{(1 - r_{YX_1}^2)(1 - r_{YX_2}^2)}$$

(ii) 偏相関係数に ついて 偏相関係数 $r_{Y \cdot X_1X_2}$ は次式によって求める。

$$r_{Y \cdot X_1X_2} = \sqrt{\{Y_{YX_1}^2 + Y_{YX_2}^2 - 2(Y_{YX_1} Y_{YX_2} r_{X_1X_2})\} / (1 - r_{X_1X_2}^2)}$$

以上の計算は遠賀川流域においては $qC_2 = 36$, 筑後川上流域においては $qC_2 = 78$ の組合せについて行った。

(2) $N=3$ についての計算は次の表に報告する。

3 計算の結果

計算結果を表にまとめて以下に示す。 SD , SE は 36 位乃至 78 位のなかから 13 位だけ抜書したものである。

(1) 表-1 遠賀川流域 9 地点, 32 降雨 $N=1$

	1 榎木	2 山口	3 直方	4 富田	5 三々畑	6 田川	7 大隈	8 栗倉山	9 内野
$S_R = \sum (R_{ij} - \bar{R}_i)^2$	② 22176	② 28883	③ 23404	⑤ 28631	⑦ 17983	④ 26676	⑥ 72759	⑨ 156213	⑦ 50521
$S_C = \sum (\bar{R}_i - \bar{R}_i)^2$	② 5122	② 10352	③ 9997	③ 7895	⑦ 7121	④ 8662	⑥ 16647	⑨ 14460	⑦ 11268
Y : 相関係数	② 0.9412	② 0.5875	③ 0.6062	③ 0.7075	⑦ 0.7613	④ 0.6723	⑥ 0.2708	⑨ 0.2918	⑦ 0.5358

(注)
1. 地名の右肩の数字は地点番号を示す。
2. 数値の上の○の数字は順位の番号を示す。

(2) 表-2 筑後川上流域 13地点 46降雨 N=1

	1 黒川	2 黒川	3 黒川	4 上野田	5 黒川	6 小国	7 飯田	8 野上	9 森	10 山浦	11 大野	12 横畑	13 女子畑
$S_g = \sum (R_i - \bar{R})^2$	① 80298	② 55076	③ 129230	④ 133000	⑤ 35327	⑥ 46601	⑦ 133509	⑧ 44723	⑨ 53208	⑩ 70597	⑪ 33707	⑫ 85009	⑬ 65279
$S_d = \sum (\hat{R}_i - \bar{R}_i)^2$	④ 32204	④ 29260	④ 52952	④ 46699	① 11030	④ 17998	④ 45504	⑤ 29589	⑤ 26390	④ 46281	④ 38971	④ 58998	④ 45197
Y: 相関係数	④ 0.8508	④ 0.8655	④ 0.7388	④ 0.7743	① 0.9515	④ 0.9196	④ 0.7808	⑤ 0.8638	⑤ 0.8796	④ 0.7766	④ 0.8170	④ 0.7034	④ 0.7825

(3) 表-3 遠賀川流域 (9, 32) N=2 $9C_2=36$ の中より 13 点

	4 宮田	5 直方	1 植木	1 植木	3 直方	1 植木	5 三ヶ田	1 植木	2 山口	4 山口	7 英彦山	8 大隈	7 英彦山
$S_D = \sum (\hat{R}_i - \bar{R}_i)^2$	① 3068	④ 4310	④ 3398	④ 4877	④ 4171	④ 9785	④ 10038	④ 6649	④ 8042	④ 9172	④ 11954	④ 12066	④ 13000
Y: 相関係数	④ 0.8977	④ 0.8529	④ 0.8860	④ 0.8316	④ 0.8580	④ 0.6772	④ 0.6041	④ 0.7620	④ 0.7009	④ 0.6498	④ 0.4937	④ 0.4877	④ 0.4214

(4) 表-4 筑後川上流域 (13, 46) N=2 $13C_2=78$ の中より 13 点

	6 小国	2 黒川	3 黒川	6 小国	2 黒川	1 黒川	3 黒川	4 上野田	8 野上	3 黒川	12 横畑	10 山浦	3 黒川
$S_D = \sum (\hat{R}_i - \bar{R}_i)^2$	① 5522	④ 8161	④ 14185	④ 10886	④ 7769	④ 9623	④ 14412	④ 26011	④ 28407	④ 39040	④ 43135	④ 42286	④ 41945
Y: 相関係数	④ 0.7760	④ 0.9644	④ 0.4463	④ 0.7524	④ 0.9661	④ 0.9578	④ 0.9364	④ 0.8814	④ 0.8697	④ 0.8156	④ 0.7437	④ 0.7983	④ 0.7999

(5) 表-5 重回帰式による値 遠賀川流域 32点 $9C_2=36$ の中より 13 点

	4 宮田	5 直方	1 植木	1 植木	3 直方	1 植木	5 三ヶ田	1 植木	2 山口	4 山口	7 英彦山	8 大隈	7 英彦山
$S_E = \sum (\hat{R}_i - \bar{R}_i)^2$	① 3062	④ 3198	④ 3278	④ 3837	④ 4139	④ 5274	④ 5709	④ 6537	④ 7696	④ 9135	④ 10780	④ 11143	④ 12928
$r_{YX_1 \cdot X_2 \cdot \dots}$ 偏相関	④ 0.8041	④ 0.8463	④ 0.7884	④ 0.8121	④ 0.7226	④ 0.7970	④ 0.7979	④ 0.4117	④ 0.1588	④ 0.2938	④ 0.2082	④ 0.1055	④ 0.3426
$r_{YX_2 \cdot X_1 \cdot \dots}$ 偏相関	④ 0.7824	④ 0.8247	④ 0.7346	④ 0.6791	④ 0.7635	④ 0.5044	④ 0.4452	④ 0.2817	④ 0.5065	④ 0.3429	④ 0.5045	④ 0.4891	④ 0.3255
$r_{YX_2 \cdot Y \cdot \dots}$ 偏相関	④ -0.5618	④ -0.7522	④ -0.4683	④ -0.5037	④ -0.5038	④ -0.4406	④ -0.3517	④ 0.5854	④ 0.5328	④ 0.5190	④ 0.0850	④ 0.2517	④ -0.2268
$R_{Y \cdot X_1 X_2 \cdot \dots}$ 偏相関	④ 0.8979	④ 0.8931	④ 0.8903	④ 0.8902	④ 0.8594	④ 0.8163	④ 0.7993	④ 0.7650	④ 0.7163	④ 0.6497	④ 0.5639	④ 0.5432	④ 0.6267

(6) 表-6 重回帰式による値 筑後川上流域 (13, 46) N=2 $13C_2=78$ の中より 13 点

	6 小国	2 黒川	3 黒川	6 小国	2 黒川	1 黒川	3 黒川	4 上野田	8 野上	3 黒川	12 横畑	10 山浦	3 黒川
$S_E = \sum (\hat{R}_i - \bar{R}_i)^2$	① 5510	④ 5750	④ 6325	④ 6596	④ 6771	④ 8904	④ 14128	④ 17995	④ 25630	④ 36051	④ 41355	④ 41724	④ 41822
$r_{YX_1 \cdot X_2 \cdot \dots}$ 偏相関	④ 0.8895	④ 0.6919	④ 0.6531	④ 0.9247	④ 0.8578	④ 0.8140	④ 0.8304	④ 0.0119	④ 0.7516	④ 0.2669	④ 0.2916	④ 0.5400	④ 0.3229
$r_{YX_2 \cdot X_1 \cdot \dots}$ 偏相関	④ 0.8330	④ 0.8764	④ 0.9384	④ 0.7959	④ 0.8728	④ 0.8506	④ 0.8563	④ 0.7831	④ 0.3652	④ 0.5650	④ 0.5458	④ 0.3138	④ 0.4585
$r_{YX_2 \cdot Y \cdot \dots}$ 偏相関	④ -0.5630	④ -0.3751	④ -0.4535	④ -0.6047	④ -0.5932	④ -0.5022	④ -0.6201	④ 0.5117	④ 0.1258	④ 0.4786	④ 0.4371	④ 0.4160	④ 0.5195
$R_{Y \cdot X_1 X_2 \cdot \dots}$ 偏相関	④ 0.9761	④ 0.9750	④ 0.9725	④ 0.9713	④ 0.9696	④ 0.9611	④ 0.9375	④ 0.9190	④ 0.8833	④ 0.8311	④ 0.8033	④ 0.8013	④ 0.8008

4 まとめ

以上の計算結果より次のことがわかるように思ふ。

(1) 特定の1個の日雨量をその平均日雨量の推定のための偏差平方和は S_g 値と r 値より、 r は大きい方が、二の場合代表数とみられるのは、遠賀川流域に於いては三ヶ田の値が最も小さく、相関係数も最大であるが、流域と考へるならば植木、直方、由川、宮田のいずれかを選びたい。筑後川上流域では

大山川水系、筑後川水系に対する流域配合を考へて、岳の場が、地域的にも、数値的にも代表地帯とすることが算出されるであろう。しかしながらこの方法は最も簡単であるが、表-1, 2 の S_A に与えられるのはこの値が可成り大きい。遠賀川流域では最小値は三ヶ畑の 17983, 最大値は安曇山の 158213 であり、筑後川上流域においては最小値が大体の 33707, 最大値は原田の 133509 である。

(2) 日雨量をもとにして、単回帰式で平均面積日雨量を推定するほうが精度はよくなる。

(i) 7個の観測点の日雨量をもとにして単回帰式で平均雨量を予想し求めた偏差平方和 S_C の値を表-1, 2 に示しているが、平方和の小さいと S_A の 1/2 程度となり、大きいと S_A の約 1/3 程度となっている。即ち遠賀川では最小値が三ヶ畑の 7121, 最大値は大隈の 146472, 筑後川上流域では最小が岳の場の 110302, 最大は横畑の 588982 である。相関係数は F-検定での有意性の検定によると、筑後川流域では大体信頼度 95% を非常に有意、遠賀川流域では信頼度 95% 乃至 90% まで有意である。

ただ遠賀川流域の内野、大隈、安曇山 2 は相関性があるとはなへない。

(ii) 7 地帯を組合せてその平均値を独立変数とする単回帰式による推定値より求めた偏差平方和を 36個或は 78個の 5 から抜きだして表-3, 4 に S_D と示しているが、単に特定の 1 地帯のみの単回帰の場合に比較して更に改善された偏差平方和の値を示している。即ち平方和の最良地帯で S_C の値よりも約 1/2 程度小さくなり、相関係数も更に改善された値となっている。ただ最下位 1 地帯の S_D の値は上位程改善された値とならず、むしろ小さな値を示している。遠賀川流域では最小値 S_D は宮田・田川を組合せた 3068, 最大値は安曇山・大隈を組合せた 13000 となり、筑後川流域においては最小は小国・森の組合せの 5512, 最大は横畑・牛手畑の 43135 である。

以上のことからこの 7 地帯を代表地帯として選り出すことは、いさゝか正確に指摘できているが、 S_A の小さい地帯をとりおける場合が大部分上位にあると見える。更に全体の平均値 $\bar{R}_0$ の影響も大きいように思われる。このように選んだ地帯の単回帰より求めた S_C , 相関係数を要素として 7 地帯を選定することも正確な指標は前と同様に今の段階ではできないが、偏差平方和の最小値がきまる要素は大体、相関係数の大きいもの影響が大きい。次に $\bar{R}_0$ に近い平均値をもつ地帯、或は組合せ要素のそれぞれ平均値の差が 2 までだけ小さい地帯とつたようなことが相対的に成り立つ。

それと遠賀川流域では山地部の代表として標高が特に高い安曇山、平地部の代表として植木、宮田、直方をそれぞれ選定したが、数値的には 36 組合せのうち宮田・安曇山が 23 位、植木・安曇山が 27 位、直方・安曇山が 32 位と良い値を示していない。故に犬鳴川水系、安曇山川水系、遠賀川水系を考慮して、宮田・田川が地域的にも、数値的にも順位が第 1 位となっているのでこの 2 地帯を代表地帯として選定し平均面積日雨量の予想値と算定されると考えられる。筑後川上流域では地域的にも数値的にも小国・森が最良と考えられる。

(3) 独立変数 2 個の重回帰式より面積日雨量を予想し偏差平方和 S_E , 3 つの偏相関係数、単相関係数の値を各組合せ地帯に対して表-5, 6 にその一部を抜きだして示している。この値は更に改善された値となっているが、その順位は表-3, 4 に比較して可成り変っている。しかし順位 1 の地帯は両流域とも同一地帯を示している。

(4) 総括すると代表地帯としては下記のように選定し得ると考えられる。

	特定地帯を代表地	特定地帯の単回帰	7 地帯平均の単回帰	重回帰
遠賀川流域	植木	植木	宮田・田川	宮田・田川
筑後川上流域	岳の場	岳の場	小国・森	小国・森

この研究は文部省科学研究費の援助のもとに行われたことを附記し、お礼申し上げる。また計算整理に協力された、大岡治、丸山栄、天手豊子、堀川宗雄の諸君に感謝する。