Ⅳ－2　筑後川上流域に於ける貯留関数の定数について

九州大学　工　正員　篠原謹爾
九州大学　工　正員　池田　茂
九州大学　工　正員○北島宗雄

Ⅰ．はじめに

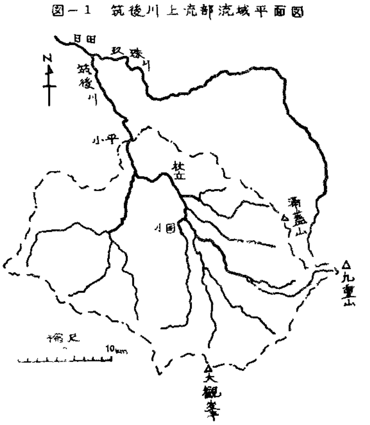
近年，流出解析は，単位図法のような線形的取扱いから，特性曲線法，貯留関数法，等のような非線形解析へと発展している。　R.E.HORTON により，提唱された $S=KQ^P$ なる貯留方程式と連続式とから，逐次，流量を追跡算出していく貯留関数法が，建設省土木研究所の木村氏により研究され，河道追跡はもちろん，流域においても，降雨から流出までに貯留域なるものを想定して，河道と同じように連続条件が成り立つものとして，追跡計算を行なった結果，比較的に良く適合することが発表された。　現在，この貯留関数法が，建設省で流出解析に広く用いられているが，その意義について考察してみたい。　そこで，著者らは，はたしてどの程度 $S=KQ^P$ なる貯留方程式が成り立っているのか，定数K，Pの値に変動はないのか，等について調べてみることにした。　流域定数として一定なKとPの値をそれぞれの洪水に適用して追跡計算を行なった結果，良く実測 hydrograph に適合するためには，洪水毎のS～Q関係の相似度が高いはずである。　そうであるならば，その流域の洪水の相似性，すなわち，洪水をおこす原因である豪雨の降り方の相似性について考察してみなければならない。　そのような理由から，洪水毎のS～Q関係を一定に定数K，Pを決定してみると，洪水毎の変動が大きく，流域定数として平均的にK，Pを決定するのは，少々無理だと考えられる。
そこで，もっと詳細に，K，Pの変動状態を調べるために，洪水の立上がり点より，ある時間でもって，hydrograph を細分割し，それぞれ貯留方程式 $S=KQ^P$ が成り立つかどうか，その相関度を調べるとともに，K，Pの値を算出して考察してみた。

Ⅱ．流域概況及び適用洪水資料について

1）．流域概況

本研究の対象流域は，図－1に示すように，小平地点より上流域であり，現在，下筌　松原ダムが建設中である。　源を阿蘇外輪山に発し，流路延長，約34Km，流域面積533．7Km²，各支川勾配は，平均1/30である。　岩質は，種々の溶岩，火山岩が分布し，複雑な地質構造をなしている。　又，林相は良好で，植林杉は小国杉として有名である。

図－1　筑後川上流部流域平面図



2）．適用洪水資料

降雨及び流量資料は，九州地方建設局，筑後川工事事務所で求めたものを用いた。　適用洪水としては，昭和35年から40年までの洪水のうち，PeaK流量が1000 m³/s以上の8洪水を選んだ。
又，流域平均雨量の算定には，算術平均法，等雨量線法，等があるが，現在，広く用いられている，ティーセン法により求めたものを使用した。

Ⅲ. 貯留定数の決定及び考察

1）．直接流出の分離について

流量立上がり点の流量を初期流量とし，その時点以後，基底流量として初期流量の値をとる。

基底流量以外の流出分は，全て直接流出量とする。

2）．遅滞時間Tと流入係数fについて

遅滞時間及び流入係数の値は，洪水のPeak付近において決定し，洪水期間中一定にとする。貯留域に到達するに要する時間，すなわち，遅滞時間は，流量の増大とともに短くなり，又，流入係数は，大きくなることが予想されるが，この研究においては，それぞれの変化量が定数K，Pに与える影響は，少いものと仮定して，洪水期間中一定にとることにした。

3）．K，Pの決定と考察

貯留域における流入量と流出量との間の連続式は，遅滞時間Tを考慮して，次式であらわされる。

$$S=\int_{t_1-T}^{t_2-T}\frac{fRA}{3.6}dt-\int_{t_1}^{t_2}Q\,dt \text{ ---------------------- (1)}$$

（1）式より，流量立上がり点より，貯留量Sを逐次算出して，S－Q関係を出し，ある時間毎に，細分化して，それぞれ，貯留方程式 $S=KQ^P$ のK，Pを最小自乗法で決定するとともに，貯留方程式の相関度を求めてみた。 その結果，Peak付近においては，非常に高い相関度が認められ，表－1に示すように，相関係数は，全んど1.0に近い値である。

ところが，KとPの値は，相当に変動している。すなわち，流域定数として，全洪水から平均的に算出したK，Pの値を用いて追跡計算を行なうと，洪水によっては，適合度の悪いことがあることを意味している。

又，Peakから減水状態に移行する部分についても，Peak付近と同じように高い相関度を示している。 ただ，注目すべき点は，決定したK，Pの値が変化していることである。

表－1 相関係数及びT，f，K，Pの値

相関係数R	T	f	K	P
0.9654	2.0	0.5	206.4	0.463
0.9576	2.0	0.5	36.1	0.713
0.9829	1.0	0.6	1802.6	0.281
0.9813	1.0	0.6	290.8	0.512
0.9941	1.0	0.5	19.1	0.826
0.9720	2.0	0.6	479.7	0.393
0.9387	2.0	0.6	475.6	0.473
0.9666	2.0	0.6	1148.2	0.305
0.9928	1.0	0.6	580.8	0.381
[illegible]	1.0	0.6	[illegible]	0.327
0.9985	1.0	0.7	2262.6	0.260

すなわち，Pについて言えば，Peak付近で，0.3～0.5の値であったのが，減水するにつれて，1.0に近い値をとっていることである。 最後に，流量立上がり点より，Peakがあらわれるまでの，流量が増えたり減ったりしている部分については，相関度があまり良くなり。このことは，遅滞時間及び流入係数をPeak付近で決定したためであると思われる。 例えば，遅滞時間をPeak付近より遅らせて，同じように，相関度を調べてみると，明らかに，相関係数Rの値は，高くなっている。

以上のことから考察すると，次のことが言える。

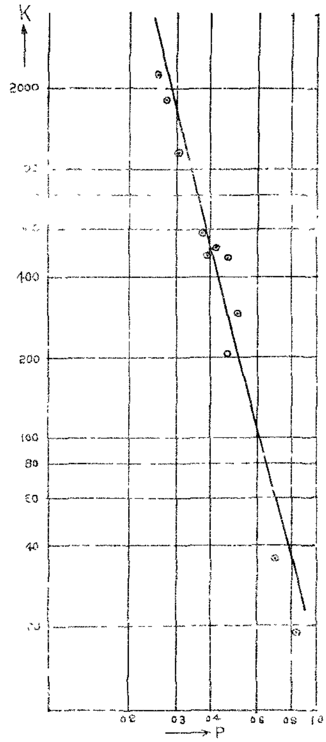
1）．Peak付近で，Pの値が0.3～0.5であり，減水するにしたがって1.0の値に近くなるということは，流量の大小により，Pの値 左右されるのか，それとも，流量の増減という現象によ

るものか，いずれかと考えられる。
このことについて，貯留方程式に，単位時間当りの流量の増減の項を入れて，式を修正したのが，米国の Prasad により発表されたものである。 すなわち，貯留方程式を次式のようにおいた。

$$S = K_1 Q^P + K_2 \frac{dQ}{dt} \quad \text{-------------------------------} (2)$$

ロ)．洪水期間中，一定だとした遅滞時間T及び流入係数fも，算出した hydrograph を実測に良く適合させる為には，変化させる必要がある。 ただ，流出解析の目的が Peak 付近にあるのならば，このような面倒なことは不必要である。
（イ），（ロ）の考察を考慮しつつ，K，P の変動状態を調べてみると，ある規則性が見い出された。特に相関度の高い表－1のK，Pの値を両対数紙にプロットしてみると，直線的関係がK，Pの間にあるということが判った。 図－2に，その関係を示す。

図－2



すなわち，定数K，Pの間に，次式の関係があるということである。

$$K = aP^{-b} \quad \text{----------------} (3)$$

ここに，a，bは，正の定数である。
前に考察したことから，河川流量が定常流に近い場合には，Pの値は，1.0に近く，流量の急激に変動する場合には，非線形的要素が強くなり，Pの値が減少するということが判ったが，このことを基礎とし，(3)式の関係を利用した洪水追跡計算を行なえば，もっと適合度は良くなると考えられる。

IV. K，P をパラメーターとした貯留方程式

貯留方程式 $S = KQ^P$ に（3）式の関係を代入してKを消去すると，$S = aP^{-b}Q^P$ となり，a，b，は，図－2より決定される定数であるから，S－Q関係は，Pの変化に応じて，与えられることになる。 ここで，流域貯留の関係は，Pをパラメーターとする，$S = aP^{-b}Q^P$ の包絡線であると仮定する。
$F(S, Q, P) = aP^{-b}Q^P - S$ とおいて，包絡線は，次の(4)，(5)，式を同時に満足する点の集合である。

$$F(S, Q, P) = aP^{-b}Q^P - S = 0 \quad \text{---------} (4)$$

$$\frac{\partial F}{\partial P} = a(-b)P^{-b-1}Q^P + aP^{-b}Q^P \log_e Q = 0 \quad \text{--------------------} (5)$$

（5）式より，$P \neq 0$，$Q \neq 0$，とすると，次式の関係がある。

$$P = b / \log_e Q \quad \text{--------------------------} (6)$$

(6)式は，Pの値が，流量Qの自然対数に反比例するということで，Prasad のように，Pの変化を dQ/dt という項を貯留方程式に入れて，[illegible]にするのではなく，流量の大小と関係ずけて解析する方法であると言える。

又，（6）式を（4）式に代入して簡単にすると，結局，次式のようになる。

$$S = C(\log_e Q)^{b} \qquad \text{------------------------} (7)$$

したがって，$S = KQ^P$ なる貯留方程式の代りに，（7）式のような貯留方程式を用いて，洪水追跡計算を行なった場合，適合度が良くなるならば，貯留量 S は，流量 Q より，その自然対数との方がより関係があるということになる。

実際に，（6）式と（3）式から，流量に応じて，貯留方程式 $S = KQ^P$ の K，P を変化させ，洪水追跡計算を行なってみると，流域定数として平均的な K，P の値により追跡計算したものより，良く実測データに適合している。そこで，今後は，貯留方程式を $S = K'(\log_e Q)^{P'}$ とおいて，洪水毎の K'，P' を決定し，$S - \log_e Q$ 関係の相関度を調べていこうと思っている。

Ⅴ．あとがき

以上のように，貯留方程式 $S = KQ^P$ の定数 K，P について考察し，K，P の値を流域定数として決定されたことの是非を述べた。筑後川上流域において，対象とした洪水が一般的なものであれば，1洪水期間中でも，K，P の値は変動し，河川流量が定常流に近い減水曲線では，P の値は 1.0 に近い値となり，流量が急激に変動する Peak 付近においては，非線形的要素が顕著にあらわれ，P の値が減少するということが判った。貯留方程式を $S = K'(\log_e Q)^{P'}$ とすることを提案したが，米国のPrasad氏のように，$S = K_1 Q^P + K_2 \, dQ/dt$ とおいて，流量の増減を加味する方が，もっと適切であるかもしれない。将来，この点について，研究をすすめていくことにして，この論文の報告を終る

参考文献

木村俊晃　　貯留関数による洪水流出追跡法　　建設省土木研究所　　昭和36年