

IV-1 貯留方程式の 2, 3 の問題について

九州大学 エ 正員 篠原謹爾 正員 池田茂
正員 北島栄雄 ○ 学生員 高崎英邦

要旨 流出解析、或いは洪水追跡手法の基礎式として、貯留方程式が多く用いられる。貯留方程式には数多くの実験・経験式が提案されているが、本報ではその代表的な例として、

$$\begin{array}{l|l} S = K Q & \text{ここで } S \quad \text{storage volume} \\ S = K Q^p & Q \quad \text{run-off} \\ S = K_1 Q^p + K_2 \frac{dQ}{dt} & K, P \quad \text{numerical constant} \end{array}$$

の 3 式を選び、これを筑後川流域に適用する事に依って、その numerical constant の決定法、及び適応性について 2, 3 の問題点を示した。

I 始めに

対象とした流域は、筑後川水系大山川小平量水標地英上流部であって、流域に関する諸値は次の通りである。

流域面積	5337 km ²	本川長	38 km
流域平均勾配	0.057	本川平均河道勾配	0.015

資料としては、昭和 35~40 年に生じた 11 洪水記録を使用した。hydrograph の丘より英と、勾配急変点とを直結する事に依って、直接流出と基底流出の 2 成分に分離し、直接流出のみを算定の対象とした。又、有効雨量は、上記洪水記録より総雨量と総損失雨量の関係を調べ、次の標名累加損失雨量の式を定め、これにより抽出した。

$$R_L = R(1 - 0.26 R^{0.1}) \quad \text{ここで, } R \quad \text{累加雨量 (mm)} \\ R_L \quad \text{累加損失雨量 (mm)}$$

II 線型貯留方程式

R. E. HORTON に依れば、流域の貯留方程式は $S = K Q$ の線型で充分だと言う。常数 K を決定する方法として、次の 3 手法を試みた。

(1) 洪水減水部 降雨流入終了後の減水曲線は、よく知られている様に次式で表わされる

$$Q = Q_0 \exp\left(-\frac{t}{K}\right) \quad \text{ここで, } Q_0 \quad \text{初期流量 (} t=0 \text{)} \\ t \quad \text{時間}$$

(2) NASH の moment 法¹⁾ J E NASH は彼の流出関数の parameter である、貯水池の個数 n と K を決める方法として、moment に依る手法を提案した。

$$n K = \frac{\int_0^\infty Q(t) t dt}{\int_0^\infty Q(t) dt} - \frac{\int_0^\infty R_L(t) t dt}{\int_0^\infty R_L(t) dt}$$

$$n(n+1) K^2 = \frac{\int_0^\infty Q(t) t^2 dt}{\int_0^\infty Q(t) dt} - \frac{\int_0^\infty R_L(t) t^2 dt}{\int_0^\infty R_L(t) dt} - 2n K \frac{\int_0^\infty R_L(t) t dt}{\int_0^\infty R_L(t) dt}$$

(3) NASH の経験式²⁾ NASH は彼の方法を (ここで, R_L 有効雨量)

実際の流域に数多く適用する事に依って、 K は次の式で充分に近似できるとしている。

$$K = 14 A^{0.3} S^{-0.3} L^{-0.1} \quad \text{ここで, } A \quad \text{流域面積 (km}^2\text{)} \\ S \quad \text{流域平均勾配} \times 10^4 \\ L \quad \text{本川長 (km)}$$

以上3法に依る計算の結果は、表-1に示されて
いる。午法(1)は、立神博士の流出解析法等にも使
用されるかなり応用範囲の広いもので、流域特性を
示す一つの指標と言われる。篠原 上田博士が、
昭和20年代の洪水記録を用いての値³⁾に依れば、 $K =$

表-1 線型貯留方程式 K の算定値

午法	資料数	K	平均値	K	標準偏差
(1)	11	8	1.6	2	4.6
(2)	6	5	5.5	1	2.9
(3)		9	5.4		

7.14となっており、表-1の値(午法(1))に較べすこし小さく、近年の方が貯留量は増加している様
である。流量の peak に対応する時間降雨とそれからの peak 流量到達時間の相関を、篠原 上田博士
のそれと比較してみると、peak 到達時間は遅目に出現しており、やはり前述した事実を裏づけている
ようだ。標準偏差はすこし大きい。複雑な流域及び降雨を考慮すれば、この程度は止むを得ない
だろう。午法(2)は、hydrograph と hyetograph の幾何学的性質を利用する興味深いものである。経
験的事実より、線型貯留地の数 $n > 1$ 、 $K > 0$ とならなければならない。しかるに本法に依る計算結果
を調べると、この条件を満足しない例がかなり多くみられた。式を検討してみると、 n 及び K の決
定には直接流出時間が大きく支配しており、直接流出終了時刻の決定が問題となる。又、有効雨量
の抽出方法も大なる影響を与え、この午法(2)を我が国の標高複雑な流域、降雨特性を示す河川に適用
するに当たっては、研究者及び技術者の主観が入り易い様である。しかも 著者等がこの方法で筑後
川に適用した結果、その適合度は非常に悪かった。

Ⅲ 非線型貯留方程式

(1) $S = K Q^P$ 本式の parameter を決定する午法として、洪水減水曲線の使用、及び最も重
要な peak 流量付近の $S \sim Q$ 相関を用いる事にした。

$$\begin{cases} S = K Q^P & (P \neq 1) & (1) \\ \frac{dS}{dt} = I - Q & \text{(水理方程式)} & (2) \quad I \text{ 流入量} \end{cases}$$

$$(1), (2) \text{ 式より } \frac{dQ}{dt} = \frac{1}{PK} Q^{1-P} - \frac{1}{PK} Q^{2-P} \quad (3)$$

$I = 0$ の時、(3)式は、

$$\frac{dQ}{dt} + \frac{1}{PK} Q^{2-P} = 0 \quad (4)$$

(4)式の解は、

$$Q = \left(\frac{1-P}{PK} t + C \right)^{\frac{1}{1-P}} \quad (5)$$

今 $t=0$ で $Q=Q_0$ とすれば

$$C = Q_0^{-(1-P)}$$

$$\text{故に } Q = \left(\frac{1-P}{PK} t + Q_0^{-(1-P)} \right)^{-\frac{1}{1-P}} \quad (6)$$

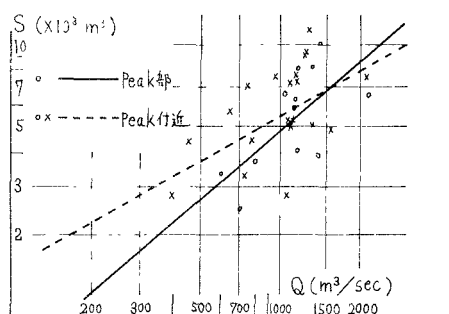
(6)式を用いて計算した結果、ほとんどの洪水記録において、 P はほぼ1に近い値をとり、洪水減水
部に関する限り、実用的には $S = KQ$ の線型でとり換えて差しつかえないと考えられる。次に、資

表-2 K, P の算定値

	Peak部	Peak付近
K	1.38	1.14
P	0.849	0.561
$s \sim a$ 相関係数	0.627	0.438

料より Peak 付近の貯留量 S と流量 Q を抽出し、
最小自乗法を用いて K, P を算出した結果が、表
-2 に示してある。但し、peak 部とは、各洪水
の peak 流量時を、peak 付近とは、peak

図-1 $S \sim Q$ 相関図



流量時前後5時間の比較的単純な hydrograph の記録を用いたものである。相関係数を調べてみると非常に悪く、特に peak 付近は相関を認める事が困難である。(図-1 参照) この式形の特徴は、わずかの資料の取捨で parameter K, P が大きく変動すること、特に K の値に著るしく現われ、研究者及び技術者は資料の整備に多大の注意を払わねばならない。

(ii) $S = K_1 Q^P + K_2 \frac{dQ}{dt}$ (PRASAD の式) この式の parameter を決定する際問題となる英は右辺第2項の $\frac{dQ}{dt}$ の取り扱い方である。そこで本法を適用するに当たって、hydrograph の微小区間は近似的に二次放物線とみなしてさしつかえない、と仮定する。単位を hour とすれば、

$$\frac{dQ}{dt} \Big|_{t=t_0} = \frac{1}{2} (Q_{t_0+1} - Q_{t_0-1})$$

で表わされ、以降の算定にはこの式を使用した。parameter を求める手順は、peak 流量時における $\frac{dQ}{dt} = 0$ の性質を利用して、peak 流量時の資料のみで得た前節の値を用いて K_1, P を決定する。次に、 $S, Q, \frac{dQ}{dt}$ の資料を原式に投入して、 K_2 を算術平均により求めた。実際の $S \sim Q$ を plot すると、一般にループ形状を示すが、この式は増水時と減水時における貯留量の相違が考慮されており、最も近似させ易い方法であろう。

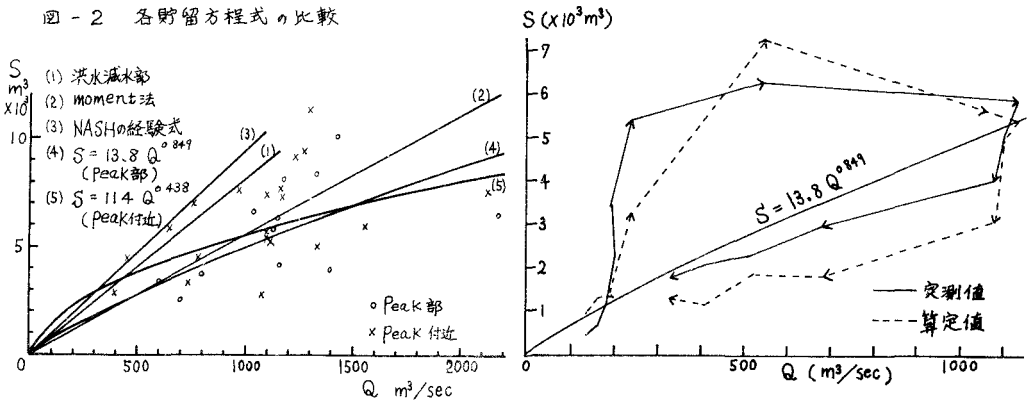
表-3 PRASAD の貯留方程式

K_1	P	K_2	K_2 標準偏差
13.8	0.849	10.44	2.84

IV 考察

各手法の問題点は前述した通りであり 本節では筑後川流域における貯留方程式の総合的な適合度を調べてみる。一般に hydrograph が複雑になればなる程、 $S \sim Q$ 関係の相関性も認め難くなってきて 上述の式を適用する際には非常に困難性が生じる。我が国で最も広く使用される $S = K Q^P$ は、比較的単純な洪水毎に K, P を定めるのは可能であるが、図-2 にも見られるごとく、多くの洪水記録を使用して $S \sim Q$ 関係を表わしてみると、大きなばらつきを示しており、筑後川の流域特性をこの parameter K, P に反映させるには、常に大きな危険が伴っている事がわかる。実用的にこの程度の相関で十分な場合には 曲線近似よりも数種の直線を接合しな近似の方が計算には簡易と思われる。図-3 には、PRASAD の式を用いた適用例が示してあるが、この式は前述の諸式に較べて、かなりの精度を示している。式形も比較的簡単であるが、応用する際、 $\frac{dQ}{dt}$ の取り扱い方が問題となろう。矢印の方向は時間の経過を表わす。

図-3 PRASAD の式の適用例



V 終りに

最近では、貯留方程式の精度を上げるため、増す増す複雑化する傾向が見られる。特に米国において研究されており、論文も多いのであるが、しかしかなり高度な非線型の性質を内包しているものは、実際の応用に供するに非常に困難さが存在し、実用的な解法を發展せねばならない。本来、貯留方程式の大多数が実験・経験式であって、物理的根拠の乏しい system approach である。将来の課題としては、流域の物理的性格をなお一層くわしく把握することに依り、その physical law を system に綿密に組み込んでいくことであろう。終りに、本報に用いた計算機は、九州大学大型計算機センター FACOM 230-60 である。

参考文献

- 1) J.E.NASH The form of the instantaneous unit hydrograph
C R et Rapports. Assn Internat.
Hydrol IUGG Tronto. 1957
- 2) J.E.NASH River engineering and water conservation works
chap. 6, London, Butterworth, 1966
- 3) 篠原 上田 筑後上流部の出水解析 才1報
九州大学応力研究所報 才12号別刷 昭和33年
- 4) R PRASAD Nonlinear simulation of a regional
hydrologic system
Ph.D. Thesis, University of Illinois, 1965