

九州大学工学部 正員 山内 豊 聡
同 同 〇 巻 内 勝 彦

1 まえがき

地盤面からかなりの深度まで同一の土質からなると見なされる地盤において、地中応力分布および沈下の計算は、従来は応力とヒズミが線型な変形理論により均一一体として取扱がわれている。この場合、地中応力は、弾性論の重ね合わせの原理から、土の自重による土圧力と、載荷重によって生ずる付加応力を加え合わせればよい。しかし、実際には地盤を構成している土は、非線型な変形現象を呈し重ね合わせの法則が成り立たないことから、本文では、まず地盤の非線型な変形問題の考え方を述べ、次に砂地盤を対象として、変形係数が応力の関数で表わされる場合の地盤内の応力、変形を多層弾性理論を利用して求めることを試みた。

2 土の非線型な変形特性

2-1 土の非線型な変形問題

地盤の変形問題に弾性理論の手法を適用することについては、土が弾性材料でないということから一般に問題視される。しかし、永久構造物の静的荷重による地盤の沈下量を求める際には、応力分布に基づく最終沈下量の算定が必要なのであり、弾性回復変位量を知る必要はなく、弾性（外力を取り除くと元に戻る性質）の仮定に由来する弾性論の名称に特にこだめる必要はない。この意味で、土質力学では現状においても、弾性論は簡便な実用計算法として広く利用される。

土の応力・ヒズミ曲線は非線型であるから、一般に線型弾性体の弾性係数（ヤング率 E ）とポアソン比（ μ ）に相当する地盤定数として、変形係数 $E' (= \sigma_1 / \epsilon_1)$ とポアソン比を定義する。すなわち、 E' は応力レベル σ_1 に対応して変化する。また、弾性変形と残留変形を含めた全変形に対する割線係数の場合もあるが本文では用いない。地盤の応力・変形解析において、この非線型な変形現象の問題を多層弾性理論を用いて近似的に解決することができる。すなわち、各層の変形係数を一定値とせず、その層に作用する各応力量に対応させた関数とすることによって得られる。

これまでの研究によれば、一般に、砂のような粒状材料の応力・ヒズミ曲線は応力不変量 $J (= \sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3)$ の影響が著るしく、変形係数は応力不変量の増加に伴って大きくなる。一方、粘性土では偏差応力 $\Delta (= \sigma_1 - \sigma_3)$ の影響が大きく、偏差応力の増加につれて変形係数は減少することが分っている。結局、弾性的計算に土の非線型変形現象をとり入れる問題は、変形係数とポアソン比を、応力状態および拘束状態によって変化させることに帰着する。

2-2 地盤内の側圧係数

地表面下のある深さでは、鉛直方向応力（ σ_z ）が生ずると、ポアソン比がゼロでない限り側圧すなわち水平方向応力（ σ_h ）が伴う。この応力比を側圧係数 $\xi (= \sigma_h / \sigma_z)$ という。

a) 自然の地盤では、外部荷重が加わるまでは、静止の釣合状態にあり側方移動が生じないので、完全拘束状態（ $\epsilon_h = 0$ ）に置かれていると考えられる。この場合の側圧係数は静止土圧係数（ ξ_0 ）に他なら

ず 土の単位体積重量が一定ならば深さ方向について一定となる。この一次元的変形状態の側圧係数(ξ_0)とポアソン比(μ)は、一般化されたフックの法則より、 $\xi_0 = \mu / (1 - \mu)$ ---- (1) の関係があり、等方材料で微小な応力変化の場合に非線型材料でも成立すると考えられる。また、Fröhlichの応力集中係数(ν)と土の自重による側圧係数の関係は、地中の応力の釣合から、 $\xi_0 = 1 / (\nu - 2)$ ---- (2) となる。これらについては3-3に後述する。

6) 地表面に部分的に荷重がかかった時の側圧係数(ξ_p)については、一般に複雑であるが、円形等分布荷重の場合では、土の自重を無視すると荷重中心軸下で図-1の破線のようになり、深さ方向に一定値とはならないことがわかる。

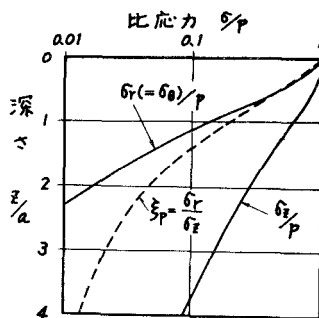


図-1 円形等分布荷重による中心軸下の側圧係数(ξ_p)の分布

したがって、実際には、地盤は以上のa), 6)の合成された側圧係数の下の拘束された状態にあり、ある深さの点の変形係数を求めるには、例えば三軸試験で、初め土の自重による拘束圧から、次に載荷により合成された拘束圧になった時の変形係数を用いなければならない。深さ z の合成側圧係数(ξ_z)は次式で示される。

$\xi_z = (\sigma_r \cdot \xi_0 + \sigma_p \cdot \xi_p) / (\sigma_r + \sigma_p)$, ここで、 σ_r, σ_p はそれぞれ自重および載荷による鉛直応力である。

2-3 砂に対する変形係数と応力量の関係

理想的な完全弾性体では、弾性係数(E)は応力状態に無関係に一定であるが、非線型な土質材料、特に砂に対しては、変形係数(E')は応力不変量(J)の関数として次式で表わされる。⁵⁾ $E' = \alpha \cdot J^\beta$ ここで、 α, β は実験定数である。Barkan, Huang等は、さらに、次のような簡便な式で表現した。 $E' = E_0' [1 + c \cdot J]$ ---- (3) ここで、 E_0' は初期変形係数(kg/cm^2)、 c は非線型係数($1/\text{kg/cm}^2$)で線型材料に対しては $c = 0$ となる。本文ではこの式を利用する。この式の応力不変量(J)は、載荷重による応力(J_1)と土被りによる応力(J_2)の和であり、 J_1 は弾性論の計算から求め、深さ z における土被り重量による応力 J_2 は、 γ を土の単位体積重量とすると、 $J_2 = \gamma \cdot z \cdot (1 + 2\xi_0)$ である。

3 応力と変位(沈下)の計算

3-1 多層地盤の弾性理論

Burmisterの多層弾性理論に基づくもので、円形等分布荷重下の地盤内の応力と沈下量を、次のような仮定条件で求める。¹⁾

a) 本文では、均一な地盤を10層に分割し、最下層は半無限体で、その上に9層の有限な厚さの層(1~6層: $0.5a$, 7~9層: $1.0a$)が滞積している。

6) 層の境界面では、鉛直、せん断両応力および鉛直、水平変位が連続している。

c) 各層とも、等方等質材料から構成されている。

以上の多層地盤化した断面を図-2に示す。鉛直応力と弾性鉛直変位を求める箇所は、荷重中心軸下で、かつ各層の間中点(○印)とした。また、変形係数を求める応力不変量も同一点をとった。

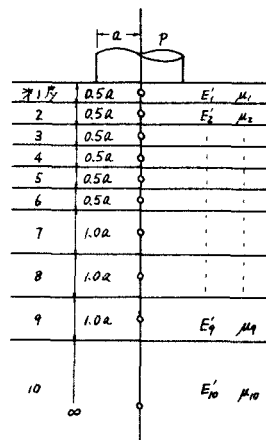


図-2 多層地盤断面

3-2 円形等分布荷重による応力と鉛直変位

本文では、砂地盤上の円形の水槽やオイルタンクのような等分布荷重の場合を想定し、(3)式による関係から、砂の変形係数の深さ方向分布式(E'_z)には、Huang²⁾のデータを半径 $a=20^m$, $\gamma=2\frac{3}{4}cm^2$, $\xi_0=1/2$ として修正したもの、 $E'_z = 1322 [1 + 0.1513 (J_1 + 8 \frac{z}{a})]$ (kg/cm^2) ---- (4) を用い、ポアソン比は深さ方向に一定 ($\mu=1/3$) と考える。鉛直応力 σ_z/p は、変形係数の深さ方向の増減の割合に左右されるが、(4)式をみると、 E' の深度分布には、深さ z/a による影響は一定増加率を示すので、接地圧 p の大小、すなわち J_1 が E' の分布状態を複雑にする支配要素となる。

そこで、まず、載荷重の影響の大きい ($p=100 kg/cm^2$ で、浅部における E' が大きい) 場合の計算を行なうと、深さ方向について比応力 σ_z/p の値は図-3の①曲線のようにになる。 $z/a=3$ 付近までは、変形係数が減少していくので、応力は非線型材料(Boussinesqの応力分布)の場合に比べて小さい。しかし、実際には砂地盤の浅部では、砂粒子の拘束が弱く塑性域となるので、 E' は図にあるようには大きくならないであろう。 $z/a \geq 3$ では、 J_1 の影響が小さく E' は増大していくので、応力は集中して非線型材料よりやや大きくなる傾向にある。

一方、載荷重が比較的小さい時 ($p=1 kg/cm^2$) は、図-3の②曲線に示されるように、 E' は深さと共に直線的に比例し、 σ_z/p は線型材料地盤に比べて大きくなる。すなわち、接地圧が小さいので、 $J_1 \approx 0$ とみなせるから、 E' の分布は深さ方向に直線的に増大し、(3)式は、 $E'_z = E'_0 (1 + \beta \cdot z)$ (5) の形になる。

図-4には、鉛直変位の深度分布を表面鉛直変位に対する比で表す。図からわかるように、荷重が大きい場合(①曲線)は、その比の変化の程度は大きい。このことは、ある深度の変位を基準に考えると、それより上層の圧縮量が、変形係数の分布状態により応力集中現象を起こして大きくなることを意味する。

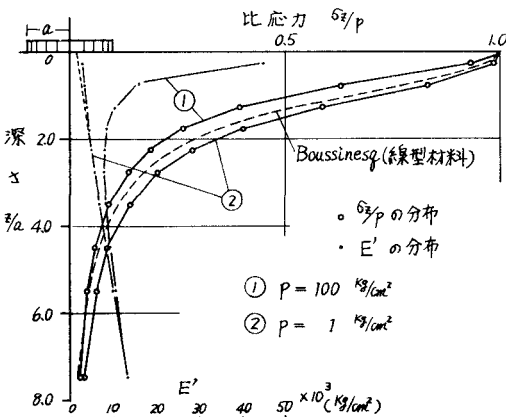


図-3 非線型地盤の接地圧の大きさが変形係数分布と比応力に及ぼす影響

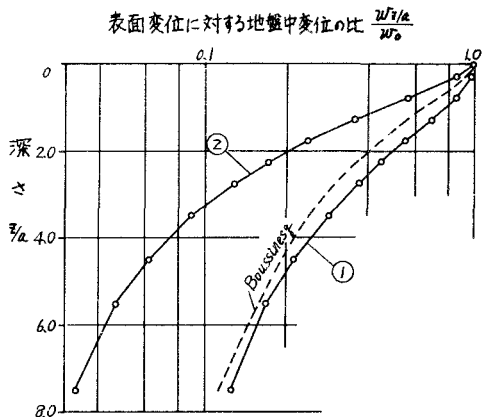


図-4 非線型地盤の接地圧の大きさが鉛直変位分布に及ぼす影響 ($\mu=1/3$, $\xi_0=1/2$, $\gamma=2$)

3-3 応力集中係数との関連について

Okde³⁾(1939), Holl(1940)等は、非線型解析とは別に、Frölichの応力集中係数(ν)と変形係数

との深さ方向の増加割合を示す深さ指数(λ)を用いて次の関係を示した。 $\nu = \alpha + 3$ ---- (6)
 変形係数の深さ方向の分布式は、 $E'_z = E'_0 \cdot z^\lambda$ ---- (7) である。これを先の(1)、(2)式と関連づけると、相互関係式は、 $\nu = \frac{1}{\mu} + 1 = \lambda + 3 = \frac{1}{\frac{1}{3}} + 2$ ---- (8) となる。したがって、ポアソン比が決まれば(深さ方向に一定とする)変形係数の変化状況は定まる。砂地盤では一般に、 $\nu = 4 \sim 5$ 、 $\mu = \frac{1}{3} \sim \frac{1}{4}$ 、 $\lambda = 1 \sim 2$ 、 $\frac{z}{a} = \frac{1}{2} \sim \frac{1}{3}$ といわれる。

ここで、(8)式により $\lambda = 1$ 、 $\mu = \frac{1}{3}$ の場合(変形係数が深さ方向に直線的分布)について、多層理論を用いて近似的に計算すると、図-5に示すようにFröhlichの応力集中係数が $\nu = 4$ の場合に合致する。すなわち、(8)式の関係を満たす。応力集中係数自体の土の物理的意味は明確にされていないが、 $\lambda = 1$ のときの(7)式は、載荷重の影響が少ない場合における(5)式に近似することからみて、応力集中係数 ν は、地盤の変形の非線型特性と関連があるものと考えられる。

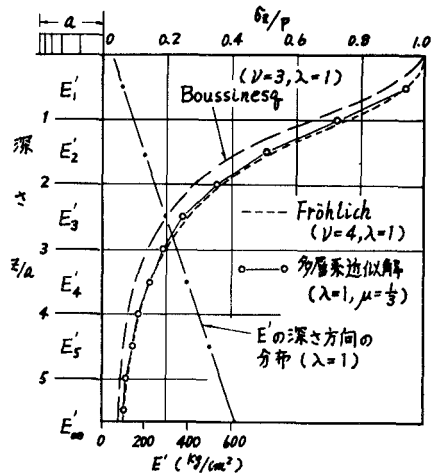


図-5 応力集中係数(ν)と深さ指数(λ)の関係

4 結び

同一材料からなる地盤の応力計算に Boussinesq の理論を応用する際、適合しない場合には Fröhlich の応力集中係数を導入するなどの修正が従来から試みられてきた。本文では、それらを土の非線型変形問題として、地盤における非線型特性の取り扱い方と、砂地盤に対する計算と検討を行った。その結果、次のことがわかった。

- 1) 地盤の性質に基づくといわれていた地中の応力集中現象を、Fröhlich の集中係数の概念とは別に土の非線型変形特性を考慮することにより説明できる。
- 2) 多層弾性理論は、近似的手法により地盤の非線型問題にも適用でき、鉛直方向の応力と変位の計算に有用である。

終りに、多層弾性理論について御指導下さった日大の三浦裕二講師に謝意を表します。なお、数値計算は九大大型電子計算機 FACOM 230-60 によった。

参考文献

- 1) 三浦, 巻内 「多層地盤の応力・変形解析と東名高速道路動態調査結果の検討」土と基礎 Vol.17, No.1, 1969.1
- 2) Y.H. Huang 「Stresses and Displacements in Nonlinear Soil Media」 Proc. ASCE, SM1, 1968
- 3) J. Ohde 「Zur Theorie der Druckverteilung im Baugrund」 Der Bauingenieur 25, Aug. 1939
- 4) M.E. Harr 「Foundations of Theoretical Soil Mechanics」 McGraw Hill, 1966
- 5) 例えは S.F. Brawn and P.S. Pell 「An Experimental Investigation of the Stresses, Strains and Deflections in a Layered Pavement Structure subjected to Dynamic Loads」 Proc. 2nd Int. Conf. on the Structural Design of Asphalt Pavements, July 1968