

九州大学 工学部 正員 小坪 清 眞
九州工業大学 正員 高西 照 彦

1. まえがき

一般に、上層地盤が非線型性を有する場合、下層基盤から受けた地震波動によつて、上層地盤中には永久変位が生ずる。著者等は前論¹⁾において、非線型地盤に対する地震応答の近似解析法について考察を行ったが、その際簡単のため、地盤の永久変位を無視した場合と取扱つたが耐震工学上の見地から、地盤中に築造された構造物に対する地盤の永久変位の影響は重要な問題である。そこで本論では永久変位を考慮した非線型地盤の地震応答の近似解析法について考察を行った。

本論の解析法の実用性を check するためには、実際に存在し得るいろいろな種類の地盤及び入力地震波について数多くの数値計算を試み、その結果と厳密解と比較検討する必要がある。このようにして、いわば数値実験によつて、必要ならば本論の解析法に改良を加えて、非線型地盤の地震応答の簡単に実用的な近似計算法を確立したいと考えている。

さて永久変位を考慮しない場合の計算式については前論¹⁾において詳論したので、本論では前論と重複する部分については、簡単にその結果のみを記すに留める。

2. 地盤の振動方程式(多質点系による厳密解)

下層基盤における地震加速度 $\ddot{u}_g$ が与えられた場合の上層地盤の振動を求めるのに、上層地盤を図-1に示すように多質点系に置換して計算を行った。いま地盤を深さ方向に Δl_i に分割しその中点に質量が集

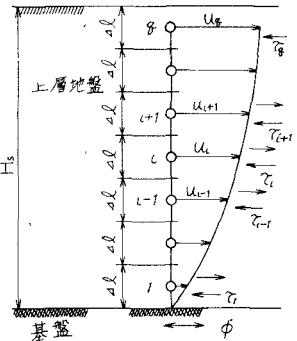


図-1

$$\frac{w_i}{g} \ddot{u}_i = \tau_{i+1} - \tau_i + m_i (\ddot{u}_{i+1} - \ddot{u}_i) - \mu_i (\dot{u}_i - \dot{u}_{i-1}) - \frac{w_i}{g} \dot{\phi} \quad \text{----- (1)}$$

$$(i=1, 2, \dots, 8, u_0=0, u_{g+1}=u_g, \tau_{g+1}=0, \mu_{g+1}=0)$$

ここに、 g は地盤中の質点の数、 u_i は地盤中 i 点の基盤に対する相対変位、 μ_i は $(i-1)$ 点と i 点とのせん断変形速度に比例する減衰係数、 w_i は i 点の集中質量で $w_i = \rho \Delta l_i$ 、 ρ は土の単位体積重量である。また τ_i は i 点と $(i-1)$ 点との間に働くせん断力であつて地盤の歪 γ_i の函数である。本論では図-2に示すように τ_i と γ_i は bilinear な関係で結ばれていると仮定した。ここで γ_i については、地盤は各質点間では直線的に変位すると仮定し、歪 γ_i を $\gamma_i = (u_i - u_{i-1}) / l_i$ で求めた。 l_i は各質点間の距離を表わす。

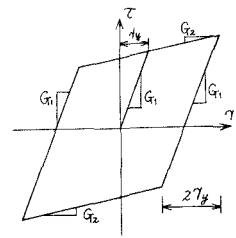


図-2

τ_i と γ_i の関係が分れば、 $\dot{\phi}$ が与えられると(1)式から刻々の地盤変位 u_i を計算することができる。

3. 地盤の振動方程式(modal analysis による近似解法)

地盤の n 次の振動型を U_k とすれば、地盤の i 点の変位は次式のように表わせる。

$$u_i = \sum_{p=1}^P h_p \dot{U}_{pi} \quad \text{----- (2)}$$

$$\ddot{U}_p + 2h_{gp} n_{gp} \dot{U}_p + n_{gp}^2 (U_p - d_p) = -\delta_p \ddot{\phi}, \quad \delta_p = \left(\frac{\sum_{i=1}^P \frac{W_i}{g} U_{pi} \right) / \left(\frac{\sum_{i=1}^P \frac{W_i}{g} U_{pi}^2 \right) \quad \text{----- (3)}$$

$$D_i = \sum_{p=1}^P d_p U_{pi} \quad \text{----- (4)}$$

ここに、 n_{gp}, h_{gp} はそれぞれ地盤の αp 次の固有円振動数、減衰常数、 P は採用する振動型の最高次数を示す。また、 d_p は地盤の αp 次の永久変位の大きさを示す項であつて、 D_i は地盤の i 点の永久変位を表わす。ここで、(4)式にみるように各振動型に対する永久変位を重ね合わせて地盤の各点における永久変位と求めるという考え方は、原理的には勿論成り立たない。しかし、地盤振動において、地盤変位に及ぼす高次振動の影響はほとんど無視できる位小さいと考えてよいとすれば、実用的には(4)式はそのまま容認できなくもないと思われる。

さて、 n_{gp}, h_{gp}, d_p をそれぞれ振動振巾の函数と考え、更にその函数型が与えられれば、地盤が地震加速度 $\ddot{\phi}$ を受けて非線型振動を行う場合に、(2),(3),(4)の各式から地盤の刻々の変位 u_i 及び永久変位 D_i を求めることができる。なお、 n_{gp}, h_{gp}, d_p の計算式については後述する。

4. n_{gp}, h_{gp} について

n_{gp}, h_{gp} の計算式については、既に前論³⁾に詳しく述べたので本論ではその結果だけを以下に示す。

$$n_{gp}^2 = \left[\frac{\sum_{i=1}^N G_{ci} l_i \gamma_{pi} \{ \gamma_{pi} - (1 - \beta_i)(\gamma_{pi} - \gamma_{piy}) S(\gamma_{pi} - \gamma_{piy}) \}}{(\alpha_p H_s)^2 \sum_{i=1}^N \frac{W_i}{g} U_{pi}^2} \right] \quad \text{----- (5)}$$

$$h_{gp} = h_{gp}^{ef} + h_{gp}^{uo} \quad \text{----- (6)}$$

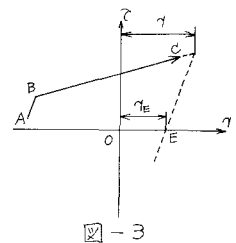
$$h_{gp}^{ef} = \left[4 \frac{\sum_{i=1}^N G_{ci} l_i \gamma_{piy} (1 - \beta_i)(\gamma_{pi} - \gamma_{piy}) S(\gamma_{pi} - \gamma_{piy})}{2\pi (\alpha_p H_s n_{gp})^2 \sum_{i=1}^N \frac{W_i}{g} U_{pi}^2} \right] \quad \text{----- (7)}$$

ここに、 $\gamma_{pi} = \alpha_p H_s (U_{pi} - U_{p-1}) / l_i$ 。 α_p は地盤変位を無次元化した値で $\alpha_p = h_p / H_s$ 。 H_s は上層地盤の深さである。 γ_{piy} は地盤の限界歪と、 $S(x)$ は階段函数を表わす。また、 $\beta_i = G_{ci} / G_{ci}$ である。さらに、 h_{gp}^{uo} は地盤の弾性変形に対する粘性抵抗にもとづく減衰常数で、振動数には無関係な一定値を有する。 h_{gp}^{ef} は非線型振動にもとづく等価減衰常数である。

地盤変位が与えられれば α_p が求められるので、(5),(6),(7)の各式からそれぞれ n_{gp}, h_{gp} の値を計算することができる。

5. d_p について

αp 次振動に対する永久変位 d_p については次のように考えた。すなわち例えは、 αp 次振動において、相隣り合う質点間のせん断カーブ曲線が図-3に示すように $A \rightarrow B \rightarrow C$ と変化したとき、 C 点で入力力が0になったとすれば、そのときに生ずる質点間の永久歪は γ_E となる。したがって質点間の永久変位 d_{pi} は次式のように表わせる。



$$d_{pi} = \gamma_E l_i / U_{pg} = \{ (1 - \beta_i)(\gamma_{pi} - \gamma_{piy}) S(\gamma_{pi} - \gamma_{piy}) l_i \} / U_{pg} \quad \text{----- (8)}$$

故に、 αp 次の永久変位は各質点間の永久変位をすべて加え合わせて

$$d_p = \sum_{i=1}^N d_{pi} = \left\{ \sum_{i=1}^N (1 - \beta_i)(\gamma_{pi} - \gamma_{piy}) S(\gamma_{pi} - \gamma_{piy}) l_i \right\} / U_{pg} \quad \text{----- (9)}$$

6. 減衰係数 u_i について

減衰係数 u_i と減衰常数 h_{gp} との関係を求めれば次のようになる。

地盤振動の全運動 energy K , 全歪 energy V , 散逸函数 F はそれぞれ次式のように表わせる。

$$K = \frac{1}{2} \sum_{p=1}^P \dot{b}_p^2 \sum_{i=1}^N \frac{w_i}{g} U_{pi}^2 \quad \text{----- (10)}$$

$$V = \frac{1}{2} \sum_{p=1}^P n_{gp} b_p^2 \sum_{i=1}^N \frac{w_i}{g} U_{pi}^2 \quad \text{----- (11)}$$

$$F = \frac{1}{2} \sum_{p=1}^P \dot{b}_p^2 \sum_{i=1}^N \mu_i (U_{pi} - U_{p,i-1})^2 \quad \text{----- (12)}$$

故に, (10)~(12) 式を Lagrange's equation に代入して

$$\ddot{b}_p + 2\dot{b}_p \left\{ \frac{\sum_{i=1}^N \mu_i (U_{pi} - U_{p,i-1})^2}{2 \sum_{i=1}^N \frac{w_i}{g} U_{pi}^2} \right\} + n_{gp} b_p = 0 \quad \text{----- (13)}$$

$$\text{したがって, } h_{gp}^{vis} = \frac{\sum_{i=1}^N \mu_i (U_{pi} - U_{p,i-1})^2}{2 n_{gp} \sum_{i=1}^N \frac{w_i}{g} U_{pi}^2} \quad \text{----- (14)}$$

上式から地盤中の各点に対する μ_i が与えられれば, 各振動次数に対する h_{gp}^{vis} を求めることができ, 逆に h_{gp}^{vis} を定めればそれに応ずる μ_i を計算することができる。

本論では μ_i は地盤中どこでも等しいと置き, オノ次振動の減衰常数を $h_{gp}^{vis} = h$ と与えたときの $\mu_i = \mu$ を (14) 式から求め, つぎにこの μ を用いてオノ次以上の高次振動の減衰常数 h_{gp}^{vis} を同じ (14) 式を使って算出した。

7. 数値積分について

地盤の地震応答の厳密解を求めるには (1) 式を, 近似解を求めるには (3) 式を Δt 時間毎に与えられた地震加速度 $\ddot{x}$ に対して刻々数値積分をして, それぞれ u_i, b_p を算出することが必要である。この計算は永久変位の項 d_p を除けば前論¹⁾と全く同じ計算方法によって行った。すなわち (3) 式の数値積分については, 現在計算中の半 cycle の変位の最大振幅値としてその直前の半 cycle の最大振幅値の絶対値を採用して n_{gp}, h_{gp} を求めて逐次数値積分を実行した。

永久変位の項 d_p については, オノ次振動において, 相隣り合う質点間のせん断カー歪曲線が図-4 に示すように $A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow D \rightarrow E$ と変化したとき, 永久歪 $\gamma_d = \gamma_d = \gamma_F + \gamma_G$ によって算出した。したがって, オノ次振動の永久歪 d_p は次式によって求めることができる。

$$d_p = \sum_{i=1}^N \gamma_d l_i / U_{pi} \quad \text{----- (15)}$$

故に, 半 cycle 毎に (15) 式から計算される d_p を (3) 式に代入して刻々数値積分を実行すれば, 永久変位を考慮した場合の地盤の非線型振動の近似解が求められる。

入力地震波が正弦波ではなくて不規則地震波の場合には, 各半 cycle での d_p の値の選定にはいろいろな方法が考えられる。本論では次のようにして d_p を決定した。例へば, オノ次振動の変位振巾が図-5 のような場合には, $\{0 \rightarrow A: d_p = 0, n_{gp}, h_{gp} = f(0)\}, \{A \rightarrow B: d_p = 0, n_{gp}, h_{gp} = f(A)\}, \{B \rightarrow C: d_p = d_p^A + d_p^B, n_{gp}, h_{gp} = f(B)\}, \{C \rightarrow D: d_p = d_p^A + \max(d_p^B, d_p^C), n_{gp}, h_{gp} = \max(f(B), f(D))\}, \{D \rightarrow E: d_p = d_p^A + d_p^E, n_{gp}, h_{gp} = f(E)\}$ のようにそれぞれ d_p, n_{gp}, h_{gp} を定めた。

ここに, d_p^A 等は A 点の変位振巾を用いて (9) 式から計算される永久変位, $f(A)$ 等は A 点の変位振巾を用いて (5), (7) の両式から計算される固有円振動数, 減衰常数である。また, $f(0)$ は線型の場合の固有

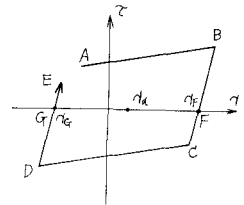


図-4

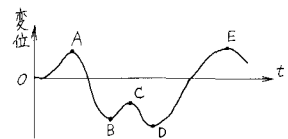


図-5

円振動数，減衰常数である。

8 数値計算例及び考察

本論で述べた非線型振動の近似計算理論の妥当性を検討するため，次に述べるような条件の場合について数値計算を行って，それぞれ厳密解と近似解による地盤の地震応答曲線と求めた。

地盤の深さは $H_0 = 15\text{m}$ とし，それを10等分して質点数を10個とした。土の単位体積重量 $\rho = 1.8\text{g/cm}^3$ とした。地盤のせん断弾性常数は地表面で0，底面で G_0 の三角形分布とし， G_0 としては一例として， $G_0 = 80\text{kg/cm}^2$ ， 20kg/cm^2 の二種類の地盤について計算を行った。 β_i としては各質点とも等しい値 $\beta_i = G_{i2}/G_{i1} = 0.1$ とするものとした。弾性限界歪 γ_y は地盤中すべて一定とし $\gamma_y = 0.002$ とおいた。また， h_{gp}^{vis} は $h_{gp}^{vis} = 0.252$ を採用した。これに相当する μ の値は $G_0 = 80, 20\text{kg/cm}^2$ についてそれぞれ $\mu = 2 \times 10^8, 1 \times 10^8\text{kg/cm}^2$ である。上記の μ に対する高次振動の h_{gp}^{vis} は $p = 2 \sim 5$ についてそれぞれ1.24, 1.93, 2.08, 2.05 となる。地震波 γ としては El Centro 地震波(1940.5.18., NS成分)を用いた。

計算結果を図-6(a),(b)に示す。(一応オ5次振動までとって計算を行ったが，高次振動についてはその影響が少くせいぜい3次位までとれば十分であつた。) 図-6において実線が厳密解と，点線が永久変位を考慮した場合の近似解と示している。同図から(b)の場合は両者が比較的良好に合っているが，(a)の場合については秒秒附近から両者の差異が大きくなってきていることが分る。一方，地盤の加速度応答については厳密解と近似解は比較的良好に一致している。(別図参照) なお参考のため，

図-6(b)に $d_0 = 0$ とした場合，すなわち永久変位を全く考慮しない場合の変位応答を一実線と示した。図-7は地表面の変位が最大になつた時刻の各質点の変位を地表面の変位を単位として plot したものである。 $G_0 = 20\text{kg/cm}^2$ についてのみ示した。今後，本解析法に改良を加えて，より高い実用性をもつものにした方がいい考えである。

図-7

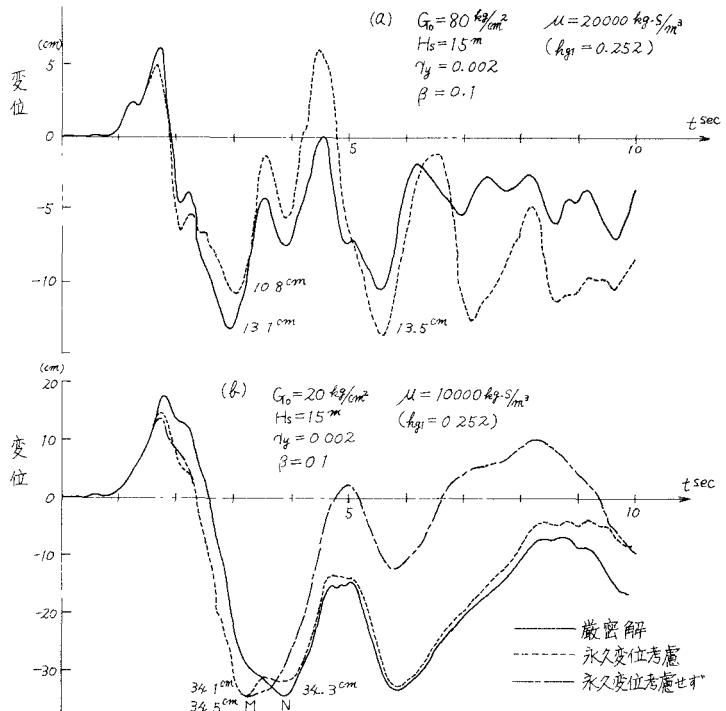


図-6 地盤表面の変位応答