

宮崎大学工学部 正 員 太田俊昭

" " " 藤 頼 勉

" " 学生員 〇 島本哲朗

1 まえがき

鉄筋コンクリート構造物に塑性設計法を適用するに当っては、破壊荷重の決定とともに、破壊荷重にいたるまでの鉄筋とコンクリートの連成挙動やクリープ現象あるいは亀裂現象など応力-ひずみ曲線に関する非線形特性を明らかにすることが極めて重要となる。今日 鋼材の応力-ひずみ曲線に関する非線形特性は、数多くの実験研究¹⁾²⁾によって明らかにされ、その理論式も確立されているが、コンクリート部材のそれはいまだ理論および実験の両面において説明すべき多くの点が残されており、その応力-ひずみ曲線式も完成される域にはいたっていない。これはコンクリートの応力-ひずみ曲線の特性が構成分子の滑りや、弛緩もしくは延伸現象、さらには圧密現象などの多様な現象に密接に関連し、解析が極めて困難となるためである。本研究はコンクリートの軸方向単一圧縮ならびに繰り返し荷重試験を行なって、その応力-ひずみ曲線を考察し、弾性・弾塑性および塑性域を明らかにするとともに、Maxwell 要素を拡張適用して粘弾塑性解析理論に重要な応力-ひずみ曲線式の誘導を試み、もってこの種構造物の合理的設計法たる塑性設計法に資せんとするものである。

2 コンクリートの軸方向圧縮試験とその応力-ひずみについて

(a) 軸方向圧縮試験 配合は表-1に示す。供試体の形状 寸法は中 $10 \times 20 \text{ cm}$ の円柱形である。強度試験は供試体を所定の材料に連結したとき水中から取り出し、JIS A1108 に準じて最大容量 30 t の油圧式万能試験機を用いて、軸方向圧縮試験を行なった。ひずみの測定はストレインゲージを供試体中央部に左右2枚はり、

ストレインメーターにより応力 6.4 kg/cm^2 ごとに破壊まで行なった。

その際、コンクリートのクリープの影響を小さくするため、

応力増加速度を毎秒 2 kg/cm^2 で試験した。以上の実験方法により測定した結果を図示すれば図-1 のようになる。一般に、コンクリートの圧縮ひずみ ϵ は、圧縮応力 σ の指数関数 $\epsilon = A\sigma^m$ (A : 定数) で表わされ、しかも m 値はある応力の範囲では一定値となるゆえ、これを面対数グラフで表示すれば図-1 のごとき折線となる。明らかに圧縮応力-ひずみ曲線の特性変化点は折線の折点で与えられる。よってこの方法を用いて $w/c = 50\%$ のコンクリートの応力-ひずみ曲線の特性を調べてみれば、第1折点 $\sigma = 101.9 \text{ kg/cm}^2$ 、第2折点 $\sigma = 216.6 \text{ kg/cm}^2$ を有する3本の折線が、図-1 のように与えられる。

加賀美氏は、これらの特性変化点を $\epsilon\sigma_{cr}/\sigma - \epsilon$ なる関係式より求め、第1折点までを弾性領域、第1折点と第2折点間を弾塑性領域、第2折点以後を塑性領域と仮称している。そこで著者らもこれらの名称をそのまま踏襲して図-1 の OA 部、 AB 部、 BC 部をそれぞれ弾性、弾塑性および塑性領域と呼ぶことにする。

加賀美氏は、これらの特性変化点を $\epsilon\sigma_{cr}/\sigma - \epsilon$ なる関係式より求め、第1折点までを弾性領域、第1折点と第2折点間を弾塑性領域、第2折点以後を塑性領域と仮称している。そこで著者らもこれらの名称をそのまま踏襲して図-1 の OA 部、 AB 部、 BC 部をそれぞれ弾性、弾塑性および塑性領域と呼ぶことにする。

(b) 繰り返し軸方向圧縮試験 前記軸方向圧縮試験に準じて 繰り返し載荷試験を行なった。こ

表-1 配 合

w/c (%)	C (kg)	W (kg)	S/a (%)	S (kg)	G (kg)
50	386	193	382	671	1067
55	351	193	395	702	1067
60	322	193	403	726	1067
70	276	193	415	762	1067

の場合、載荷方法は、まず同種配合の供試体の圧縮破壊強度の予備試験を行なって、破壊荷重を調べ、

その破壊荷重の2/3の荷重を繰り返し載荷する方法を採用したが、その際、荷重0に付近は載荷板と供試体の接触面での摩擦あるいは供試体の遅延現象などで不正確になりからなので、繰り返し減荷の荷重位置を1とした。周知のごとく繰り返し回数が12回以上の場合には、弛緩現象および延伸作用、

特に疲労現象が主な原因となって応力-ひずみ曲線が圧縮単一荷重の場合と異なってくるので、著者らは、その影響を除去するため、本実験では一応3回の繰り返し載荷回数を採用した。以上の実験方法により測定した結果を図示すれば図-2のようになる。またこれらの結果を対数グラフで表わし、特性の変化点を求めれば、図-3のようになる。

3 応力-ひずみ曲線式

(A) 応力-ひずみ曲線式の誘導

一般にコンクリート材質の特性は弾性、塑性および粘性の3要素で構成されると考えられ、弾性、弾塑性および塑性に起因する応力とひずみは式(1)の一般式で、粘性に起因するそれはWhitneyの法則より式(2)で関係づけられる。

$$\sigma = \mu E \epsilon \quad \text{----- (1)}$$

$$\sigma = \frac{1}{\phi} \frac{d\epsilon}{dt} \quad \text{----- (2)}$$

ただし、E：弾性域のヤング率で

$$E = \left(\frac{d\sigma}{d\epsilon} \right)_{\epsilon=0} \text{ と定義する。}$$

μ ：弾性領域では1となり、その

他の領域では塑性に起因する

材質固有の定数となる。これを

塑性率と仮称する。

ϕ ：粘性係数， t ：時間

一方、前記実験結果より初期弾性領域では弾性と粘性が、その他の領域では弾性と塑性および粘性が支配的であることが推定されるゆえ、各領域では、

これらを組み合わせて応力-ひずみ曲線式を導く必要がある。そこで初期弾性領域では、コンクリートの材質を図-4に示すように弾性スプリングの部分とダッシュポットの部分とよりなるMaxwell要素の力学的モデルで表わし

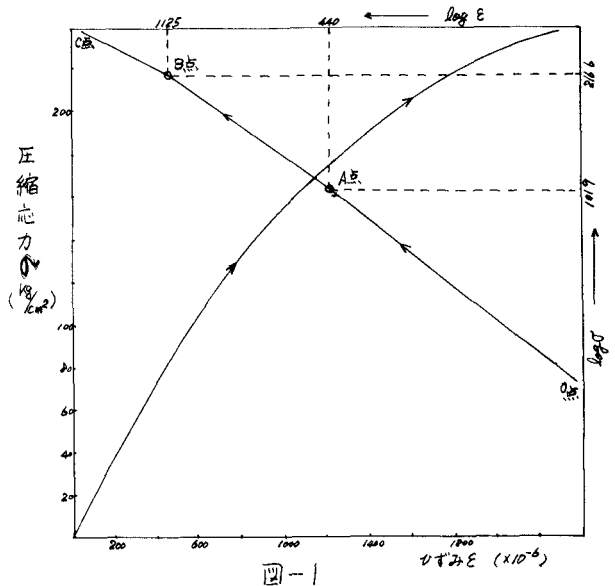


図-1

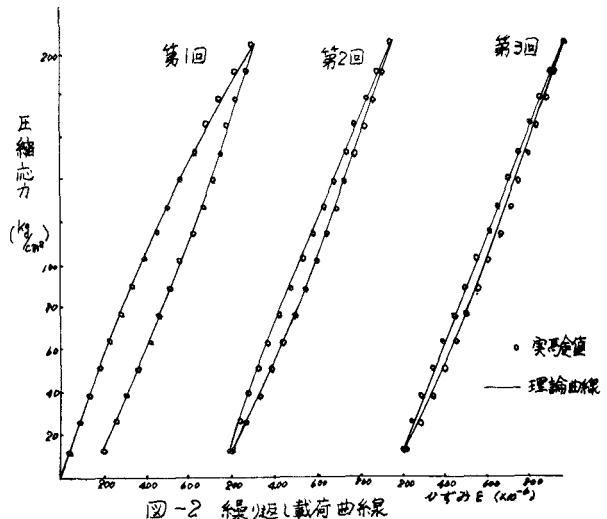


図-2 繰返し載荷曲線

塑性が生ずる他の2領域および2回以後の各領域では塑性に起因する式(1)の μ 値を変えるだけで弾性の場合に準ずるものと仮定する。すなわち、バネ定数を弾性領域では E 、その他の領域では $\mu \cdot E$ と仮定し、これによつて生ずるひずみと ε_1 とすれば式(1)より

$$\varepsilon_1 = \frac{\sigma}{\mu E} \quad \text{----- (3)}$$

式(2)より

$$\varepsilon_2 = \int \phi \sigma dt \quad \text{----- (4)}$$

明らかに全ひずみ ε は ε_1 と ε_2 の和で与えられるゆえ結局次式となる。

$$\varepsilon = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 = \frac{\sigma}{\mu E} + \int \phi \sigma dt$$

ここで $\bar{E} = \mu E$ とおいて上式を變形すれば

$$\frac{d\varepsilon}{dt} = \frac{1}{\bar{E}} \cdot \frac{d\sigma}{dt} + \phi \sigma \quad \text{----- (5)}$$

式(5)の微分方程式を σ について解けば、結局次式を与える。

$$\sigma = e^{-\int \bar{E} \phi dt} \left\{ A_0 + \int \left(\bar{E} \frac{d\varepsilon}{dt} \right) e^{\int \bar{E} \phi dt} dt \right\} \quad \text{--- (6)}$$

いま ある時刻の応力、ひずみを σ_0, ε_0

とし、これより時刻 t 後(右 微小時間)のそれらを σ, ε とすれば式(6)より

$$\sigma = e^{-\bar{E} \phi t_0} \left\{ A_0 + \bar{E} \left[\varepsilon e^{\bar{E} \phi t_0} - \varepsilon_0 - \bar{E} \phi \int_0^{t_0} \varepsilon e^{\bar{E} \phi t} dt \right] \right\}$$

$t_0 = 0$ のとき $\sigma = \sigma_0, \varepsilon = \varepsilon_0$ 中へ、積分定数 $A_0 = \sigma_0$ となる。よつて、所要の応力-ひずみ曲線式は下記のごとくえられる。

$$\sigma = \bar{E} \varepsilon + e^{-\bar{E} \phi t_0} \left\{ \sigma_0 - \bar{E} \varepsilon_0 - \bar{E} \phi \int_0^{t_0} \varepsilon e^{\bar{E} \phi t} dt \right\} \quad \text{--- (7)}$$

特に、 $\varepsilon = \varepsilon_0$ が一定の場合に式(7)は、 $\sigma = \sigma_0 e^{-\bar{E} \phi t_0}$ となり、応力緩和現象を表わす。

さらに、式(7)は近似的に 次のごとき実用的な式に書き改められる。

$$\sigma = \bar{E} \varepsilon \left(1 - \frac{\bar{E} \phi t_0}{2} \right) + \left\{ \sigma_0 - \bar{E} \varepsilon_0 \left(1 + \frac{\bar{E} \phi t_0}{2} \right) \right\} e^{-\bar{E} \phi t_0}$$

ここで $\bar{E} \phi t_0 = \bar{\alpha}$ とおいて變形すれば

$$\sigma = \bar{E} \varepsilon \left(1 - \frac{\bar{\alpha}}{2} \right) + \left\{ \sigma_0 - \bar{E} \varepsilon_0 \left(1 + \frac{\bar{\alpha}}{2} \right) \right\} e^{-\bar{\alpha}} \quad \text{--- (8)}$$

または $\varepsilon = \frac{1}{\bar{E} \left(1 - \frac{\bar{\alpha}}{2} \right)} \left\{ \sigma - \left\{ \sigma_0 - \bar{E} \varepsilon_0 \left(1 + \frac{\bar{\alpha}}{2} \right) \right\} e^{-\bar{\alpha}} \right\} \quad \text{--- (9)}$

よつて、式(9)は初期弾性領域およびその他の領域でそれぞれ次のごとくなる。

(i) 初期弾性領域(第1回負荷の場合)

$$\varepsilon_1 = \frac{1}{E \left(1 - \frac{\bar{\alpha}}{2} \right)} \left\{ \sigma_1 - \left\{ \sigma_{1-1} - E \varepsilon_{1-1} \left(1 + \frac{\bar{\alpha}}{2} \right) \right\} e^{-\bar{\alpha}} \right\} \quad \text{--- (10)}$$

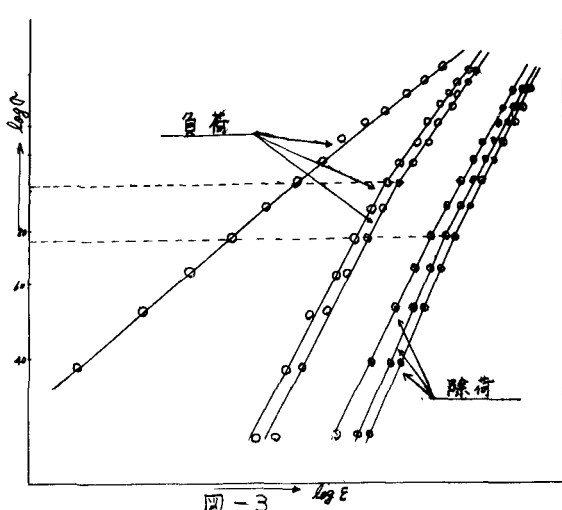
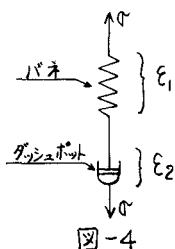


図-3 $\log \varepsilon$

表-2

配合		$\mu_c=0.50$	$\mu_c=0.55$	$\mu_c=0.60$	$\mu_c=0.70$
弾性係数 (E)		25.8	24.0	23.9	22.4
圧縮強度 (MPa)		3.8	24.8	2.0	17.8
μ 値		α 値			
		0.0152	0.0221	0.0348	0.0358
負荷の場合	第1回	弾性領域	1	1	1
		弾塑性領域	0.77	0.73	0.70
		塑性領域	0.39	0.36	0.30
	第2回	弾性領域	0.99	0.99	0.97
		弾塑性領域	1.00	1.08	1.06
		塑性領域	1.05	1.12	1.07
除荷の場合	第1回	弾性領域	0.97	0.99	0.81
		弾塑性領域	0.80	0.79	0.68
		塑性領域	0.90	0.98	0.79
	第2回	弾性領域	0.76	0.76	0.67
		弾塑性領域	0.93	0.98	0.78
		塑性領域	0.76	0.76	0.66

ただし、 $\alpha = E\phi_0$ で粘性率と仮定する。

(ii) その他の領域

$$\varepsilon_n = \frac{1}{E(n-\frac{1}{2})} \left\{ \sigma_n - \left\{ \sigma_{n-1} - E\varepsilon_{n-1} \left(1 + \frac{\alpha}{2} \right) \right\} e^{-\alpha} \right\} \quad \text{-----} \quad (11)$$

ここに σ_n , ε_n および σ_{n-1} , ε_{n-1} はそれぞれ時刻 n および時刻 $n-1$ の応力 ひずみを表す。

(b) 粘性率 α および塑性率 μ の算定法 まず、粘性率 α に関しては 弾性領域の応力 および ひずみの測定値を用いて、式(8)より誘導される式(12)で決定される。

$$\alpha = \frac{\varepsilon_n - \sigma_n / E}{\left\{ \frac{\varepsilon_n}{2} + \varepsilon_{n-1} e^{-\alpha} + \varepsilon_{n-2} e^{-2\alpha} + \varepsilon_i e^{-(n-i)\alpha} \right\}} \quad \text{-----} \quad (12)$$

次に塑性率 μ の決定法について述べる。式(11)を変形すれば

$$(\sigma_i - \sigma_{i-1}) = \left\{ E(\varepsilon_i - \varepsilon_{i-1}) - \sigma_{i-1} \alpha \right\} \mu - \frac{\alpha}{2} \left\{ (\varepsilon_i - \varepsilon_{i-1}) - \sigma_{i-1} \alpha \right\} \mu^2 - \frac{E\alpha^2}{4} \mu^4$$

種々の計算の結果、上式の右辺の第2 第3項は、第1項に比べて極めて小さく、無視しうるゆえ、結局次のごとく簡単な式がえられる。

$$\beta_i \mu - \sigma_i = 0 \quad , \quad (i=1, 2, 3 \quad \dots \quad m) \quad \text{-----} \quad (13)$$

ただし

$$\beta_i = E(\varepsilon_i - \varepsilon_{i-1}) - \sigma_{i-1} \alpha \quad , \quad \sigma_i = \sigma_{i-1} \quad , \quad m = \text{該当領域の測定回数}$$

式(13)を満足する μ 値は最小自乗法により下記のごとく求められる。

$$\mu = \frac{\sum_{i=1}^m \beta_i \sigma_i}{\sum_{i=1}^m \beta_i^2} \quad \text{-----} \quad (14)$$

以上の式から求めた α および μ の値を表-2 に示す。また理論値と実験値の比較を行えば、図-2 のようになる。

4 結 語

本論文は、コンクリート構造物の粘弾塑性解析に重要なコンクリートの圧縮応力-ひずみ曲線について、実験的考察を加えその特性変化点を決定し、さらに 漸増および繰り返し 負荷を受ける場合の応力-ひずみ曲線式を 塑性性を考慮した Maxwell 要素の力学的モデルを用いて理論的に誘導したものである。本研究の結果、理論値と実験値とは 定性的にも定量的にもよく合致し、式(10) (11)がきわめて高精度の応力-ひずみ曲線式であることが実証された。また 本法によれば、粘性率 α および塑性率 μ が予めコンクリートの配合、材令によって決まるゆえ、応力-ひずみの関係が簡単かつ機械的に算定でき、そのプログラミングも可能となるゆえ、式(10) (11)はコンクリート構造物解析にそのまま利用しうる重要公式といえる。

(参考文献)

- (1) 吉本 彰 ・コンクリートの变形に関する実験, 土木学会誌第40巻第9号 昭和30年9月
- (2) 加賀美一三 コンクリートの圧縮応力-ひずみ曲線の考察 セメントコンクリート No.132 昭和33年2月
- (3) 山本善之 : 弾性 塑性 応用数学力学講座II, 朝倉書店
- (4) 中川鶴太郎 神戸博太郎 レオロジー, みすず書房