

九州大学 正 員 山崎徳也

九州大学 学生員 金子忠男

1. 緒 言 著者らは先に相対する直線辺が単純支持され、他の2円弧辺が円形曲りばりまたは円弧部材をもつラーメンにより弾性支持される単一扇形板の厳密解法<sup>(1)</sup>を発表した。道路橋や鉄道橋の曲線部床版は多くの場合直線辺が橋台や橋脚により単純支持され、かつ中間を連続ばりやラーメンにより円弧状に弾性支持される一方向連続板である。本研究はかかる扇形板・骨組構造系の厳密解法を提示し、併せてこの種の複合構造物の合理的設計に資せんとするものである。なお、解析にあつた文献<sup>(1)</sup>と同様、連続扇形板を構成する単位扇形板(以下パネルと称する)は全面に渡つて等断面であり、薄板理論が適用できるものとする。また、板を弾性支持する連続ばりやラーメンのはり部材列は、その全長に渡つて等断面であり、両端が曲げに対して単純支持、ねじれに対して固定されるものとする(図-2参照)。

2. 解 法 図-1に示すごとく、全開角 $\alpha$ (rad)なる扇形板 $ABDC$ を考える。扇形板 $ABDC$ は一般に $n$ 個のパネルで構成され、これらが互いに $(n+1)$ 本の連続円形曲りばりまたはラーメンの円弧状はり部材列を介して結合されており、中心 $O$ からこれらの弾性支持はりまたは距離をそれぞれ $r_0, \dots, r_1, \dots, r_n$ とする。また、扇形板の中立面上に中心 $O$ を原点とする円筒座標 $(r, \theta, z)$ を導入し、扇形板の $z$ 軸方向のたわみを $w$ とする。いま、図-1に番号のパネルを取り出せば(図-1(b))、 $w_i$ を求めるための基礎微分方程式は次式で与えられる。

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2}\right) \left(\frac{\partial^2 w_i}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial w_i}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 w_i}{\partial \theta^2}\right) = \frac{p_i(r, \theta)}{D_i} \quad (1)$$

ここに、

 $p_i(r, \theta)$ ; パネル①の任意垂直荷重,  $D_i = \frac{E_i h_i^3}{12(1-\nu_i^2)}$ ; パネル①の板剛度,
 $E_i, h_i, \nu_i$ ; パネル①の弾性係数, 板厚, ポアソン比

式(1)の一般解は次のとき級数解で与えられる(文献<sup>(1)</sup>参照)。

$$w_i = \sum_{n=1}^{\infty} (A_n r^{\alpha_n} + B_n r^{-\alpha_n} + C_n r^{\alpha_n+2} + D_n r^{-\alpha_n+2}) \sin \alpha_n \theta + 1/D_i \sum_{n=1}^{\infty} F_n(r) \sin \alpha_n \theta \quad (2)$$

ここに、 $A_n \sim D_n$ ; 積分定数,  $\alpha_n = n\pi/\alpha$ ,  $n=1, 2, \dots$ ,  $F_n(r) = \frac{2}{r^4} / ((16-\alpha_n^2)(4-\alpha_n^2)) \int_0^\alpha p_i(r, \theta) \sin \alpha_n \theta d\theta$

式(2)の右辺第一項は式(1)の斉関数であり、積分定数 $A_n \sim D_n$ はパネル①の境界条件より決定される。パネル①は筋線 $i$ ,  $i$ で弾性支持され、かつ端モメントの作用を受けるゆえ(図-1(b))、本題の境界条件は次式の内容となる。

$$\left. \begin{aligned} r=r_{i-1} \text{ 時, } (w_i)_{r=r_{i-1}} &= \delta_{i-1}, & -D_i \left\{ \frac{\partial^2 w_i}{\partial r^2} + \nu_i \left( \frac{1}{r} \frac{\partial w_i}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 w_i}{\partial \theta^2} \right) \right\}_{r=r_{i-1}} &= M_{r,i-1}^{i-1} \\ r=r_i \text{ 時, } (w_i)_{r=r_i} &= \delta_i, & D_i \left\{ \frac{\partial^2 w_i}{\partial r^2} + \nu_i \left( \frac{1}{r} \frac{\partial w_i}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 w_i}{\partial \theta^2} \right) \right\}_{r=r_i} &= M_{r,i}^{i+1} \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

式(3)の $\delta_{i-1}, \delta_i, M_{r,i-1}^{i-1}, M_{r,i}^{i+1}$ はともに $\theta$ の関数であり、次のとき級数で表わしうものと仮定する。

$$\left. \begin{aligned} \delta_{i-1} &= \sum_{n=1}^{\infty} \delta_{n,i-1} \sin \alpha_n \theta, & M_{r,i-1}^{i-1} &= \sum_{n=1}^{\infty} M_{rn,i-1}^{i-1} \sin \alpha_n \theta \\ \delta_i &= \sum_{n=1}^{\infty} \delta_{n,i} \sin \alpha_n \theta, & M_{r,i}^{i+1} &= \sum_{n=1}^{\infty} M_{rn,i}^{i+1} \sin \alpha_n \theta \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

式(2)および式(4)を式(3)に代入すれば、積分定数 $A_n \sim D_n$ に関する4式がえられ、これらを建立に解いて次の結果をうる。

$$\left. \begin{aligned} E.A_n &= M_{rn}^{i-1} a_n / D_0 + M_{rn}^{i-1} a_n' / D_0 + e_n \bar{e}_n - e_n' \bar{e}_n' + G_n / D_0, & E.B_n &= -M_{rn}^{i-1} C_n / D_0 - M_{rn}^{i-1} C_n' / D_0 - d_n \bar{d}_n - d_n' \bar{d}_n' + Q_n / D_0, \\ E.C_n &= M_{rn}^{i-1} e_n / D_0 - M_{rn}^{i-1} e_n' / D_0 - f_n \bar{f}_n - f_n' \bar{f}_n' + \bar{G}_n / D_0, & E.D_n &= -M_{rn}^{i-1} g_n / D_0 - M_{rn}^{i-1} g_n' / D_0 - h_n \bar{h}_n - h_n' \bar{h}_n' + \bar{F}_n / D_0. \end{aligned} \right\} (5)$$

ここに、 $a_n, a_n', e_n, e_n', C_n, C_n', d_n, d_n', e_n, e_n', f_n, f_n', E, G_n, G_n', \bar{G}_n, \bar{G}_n'$  は $r, s$  および $n$ の関数である。式(5)を式(2)に代入すれば、パネル④のたわみ $W$ が次式のごとく決定されることになる。

$$W = \frac{1}{\chi \cdot D_0} \sum_{n=1}^{\infty} \{ d_n(r) M_{rn}^{i-1} + p_n(r) M_{rn}^{i-1} + \chi \cdot g_n(r) D_0 \bar{d}_n + \chi \cdot d_n(r) D_0 \bar{e}_n \} \sin \alpha_n \theta + \frac{1}{\chi \cdot D_0} \sum_{n=1}^{\infty} \{ G_n(r) + F_n(r) \} \sin \alpha_n \theta \quad (6)$$

ここに、 $\chi = D_0 / D_0$ 、 $D_0$ ：基準板剛度、 $d_n, p_n, g_n, d_n, G_n$  は $n$ の関数である。

上式(6)における $M_{rn}^{i-1}, M_{rn}^{i-1}, \bar{d}_n, \bar{e}_n$ は、扇形板とこれを弾性支持するはり部材列の間に成立すべき次の条件より求められる。すなわち、(i)板を弾性支持するはり部材列 $i$ のたわみ $\delta_i$ は、パネル④および⑤から伝達される板反力および曲げモーメントをそれぞれ荷重として受けるはりのたわみ曲線に他ならない。(ii)節線 $i$ において、はり部材列 $i$ のねじれ回転角とパネル④、⑤の半径方向のたわみ角とは相等しい。一方、図-2に示すときはり部材列のたわみは文献(4)より次式で与えられる。

$$\begin{aligned} \delta_i &= \sum_{n=1}^{\infty} \bar{e}_n \sin \alpha_n \theta = \frac{\chi_i}{\alpha D_0} \sum_{n=1}^{\infty} \{ Y_i \Delta_n \bar{e}_n - Y_i \Delta_n m_n - \frac{2}{\alpha} Y_i \Delta_n \sum_{j=1}^m R_j^i \sin \alpha_n \theta_j^i \\ &\quad - \frac{2}{\alpha} Y_i \alpha_n \Delta_n \sum_{j=1}^m M_j^{i*} \cos \alpha_n \theta_j^i + \frac{2}{\alpha} Y_i \Delta_n \sum_{j=1}^m M_j^{i*} \sin \alpha_n \theta_j^i \} \sin \alpha_n \theta \end{aligned} \quad (7)$$

ここに、 $\chi_i = \chi \alpha D_0 / E \cdot I_{\theta}$ 、 $\Delta_n = (\alpha_n^2 + 1/\mu) / (\alpha_n^2 - 1)^2$ 、 $\bar{e}_n = (1 + 1/\mu) / (\alpha_n^2 - 1)^2$ 、 $\mu = G \cdot J / E \cdot I_{\theta}$ 、

$E, I_{\theta}, G, J$ ：はり部材列の曲げおよびねじり剛性、 $\bar{e}_n(\theta)$ ：垂直荷重、 $m_n(\theta)$ ：モーメント、

$\bar{e}_n = \frac{2}{\alpha} \int_0^{\alpha} \bar{e}(\theta) \sin \alpha_n \theta d\theta$ 、 $m_n = \frac{2}{\alpha} \int_0^{\alpha} m(\theta) \sin \alpha_n \theta d\theta$ 、 $R_j^i, M_j^{i*}, M_j^{i*}$ ：はり部材列の中間

支柱 $j$ に生ずる垂直反力および接線方向、法線方向の反力モーメント

同様に、はり部材列のねじれ回転角 $Y_i$ は次のごとくである。

$$\begin{aligned} Y_i &= \frac{\chi_i}{\alpha D_0} \sum_{n=1}^{\infty} \{ -Y_i \Delta_n \bar{e}_n + \Delta_n m_n + \frac{2}{\alpha} Y_i \Delta_n \sum_{j=1}^m R_j^i \sin \alpha_n \theta_j^i + \frac{2}{\alpha} Y_i \alpha_n \Delta_n \sum_{j=1}^m M_j^{i*} \cos \alpha_n \theta_j^i \\ &\quad - \frac{2}{\alpha} Y_i \Delta_n \sum_{j=1}^m M_j^{i*} \sin \alpha_n \theta_j^i \} \sin \alpha_n \theta \end{aligned} \quad (8)$$

ここに、 $\Delta_n = (1 + \alpha_n^2/\mu) / (\alpha_n^2 - 1)^2 (1 + 1/\mu)$ 、 $\bar{e}_n = 1 / (\alpha_n^2 - 1)^2$ 。

式(7)、(8)において、 $\bar{e}$ の代りに節線 $i$ におけるパネル④、⑤の板反力の合力 $(-V_r^{i-1} + V_r^{i+1})$ を用い、 $m$ の代りに端モーメントの総和 $(M_r^{i-1} + M_r^{i+1})$ を用いれば、本題のはり部材列 $i$ のたわみ $\delta_i$ とねじれ回転角 $Y_i$ が求められる。さて、半径方向の板反力 $V_n$ とパネル④のたわみ $W$ との関係は周知のごとく次式で与えられる。

$$V_n = -D_0 \left\{ \frac{\partial^3 W}{\partial r^3} - \frac{1}{r^2} \frac{\partial W}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial^2 W}{\partial r^2} - \frac{(3-\nu)}{r^3} \frac{\partial^2 W}{\partial \theta^2} + \frac{(2-\nu)}{r^2} \frac{\partial^2 W}{\partial r \partial \theta^2} \right\} \quad (9)$$

式(9)に式(6)を代入すれば、 $V_r^{i-1}, V_r^{i+1}$ が次のごとく求められる。

$$\begin{aligned} V_r^{i-1} &= \sum_{n=1}^{\infty} V_{rn}^{i-1} \sin \alpha_n \theta = -\chi \cdot D_0 \sum_{n=1}^{\infty} \left[ \bar{d}_n(\chi) M_{rn}^{i-1} + \bar{p}_n(\chi) M_{rn}^{i-1} + \chi \cdot \bar{g}_n(\chi) D_0 \bar{d}_n + \chi \cdot d_n(\chi) D_0 \bar{e}_n + \{ \bar{G}_n(\chi) + F_n(\chi) \} \right] \sin \alpha_n \theta \\ V_r^{i+1} &= \sum_{n=1}^{\infty} V_{rn}^{i+1} \sin \alpha_n \theta = -\chi \cdot D_0 \sum_{n=1}^{\infty} \left[ \bar{d}_n(\chi) M_{rn}^{i+1} + \bar{p}_n(\chi) M_{rn}^{i+1} + \chi \cdot \bar{g}_n(\chi) D_0 \bar{d}_n + \chi \cdot d_n(\chi) D_0 \bar{e}_n + \{ \bar{G}_n(\chi) + F_n(\chi) \} \right] \sin \alpha_n \theta \end{aligned} \quad (10)$$

ここに、 $\bar{d}_n, \bar{p}_n, \bar{g}_n, \bar{d}_n, \bar{e}_n, F_n$  は $r, s$  および $n$ の関数である。

したがって、式(7)と式(10)を用いれば、条件(i)は次式のごとくあらわされる。

$$\begin{aligned} \bar{e}_n(\chi) M_{rn}^{i-1} + \bar{e}_n(\chi) M_{rn}^{i+1} + \bar{e}_n(\chi) M_{rn}^{i-1} + \bar{e}_n(\chi) M_{rn}^{i+1} + \chi \cdot d_n(\chi) D_0 \bar{d}_n + \chi \cdot d_n(\chi) D_0 \bar{e}_n + \chi \cdot d_n(\chi) D_0 \bar{d}_n + \chi \cdot d_n(\chi) D_0 \bar{e}_n \\ + \frac{2}{\alpha} Y_i \Delta_n \sum_{j=1}^m R_j^i \sin \alpha_n \theta_j^i + \frac{2}{\alpha} Y_i \alpha_n \Delta_n \sum_{j=1}^m M_j^{i*} \cos \alpha_n \theta_j^i - \frac{2}{\alpha} Y_i \Delta_n \sum_{j=1}^m M_j^{i*} \sin \alpha_n \theta_j^i \end{aligned} \quad (11)$$

ここに、 $\bar{e}_n, \bar{e}_n', \bar{e}_n, \bar{e}_n', \chi, \chi', \chi, \chi'$  は $r$ と $n$ の関数である。

また、条件(4)は次式のようにならされる。

$$Y_i = \left( \frac{\partial W}{\partial Y} \right)_{Y=K} = \left( \frac{\partial W_{i-1}}{\partial Y} \right)_{Y=K} \quad (12)$$

式(9)と式(10)よりえられる結果と式(6)とを式(12)の第1式に代入すれば、次の関係式をつくる。

$$\begin{aligned} & \Lambda_n(K) M_{rn}^{i+1} + \Lambda'_n(K) M_{rn}^{i+2} + \bar{\Lambda}_n(K) M_{rn}^{i+3} + \bar{\Lambda}'_n(K) M_{rn}^{i+4} + \bar{Q}_n(K) D_0 \delta_{n,i-1} + \bar{Q}'_n(K) D_0 \delta_{n,i} + \bar{Q}''_n(K) D_0 \delta_{n,i+1} = \bar{F}_n(K) \\ & + \frac{2}{\alpha} \Delta_n \sum_{j=1}^m R_{jk}^{i+1} \sin \alpha_n \theta_j^i + \frac{2}{\alpha} \frac{Q_n}{K} \Delta_n \sum_{j=1}^m M_{jk}^{i+1} \cos \alpha_n \theta_j^i - \frac{2}{\alpha} \Delta_n \sum_{j=1}^m M_{jk}^{i+2} \sin \alpha_n \theta_j^i \end{aligned} \quad (13)$$

ここに、 $\Lambda_n, \Lambda'_n, \bar{\Lambda}_n, \bar{\Lambda}'_n, \bar{Q}_n, \bar{Q}'_n, \bar{Q}''_n, \bar{F}_n$  は  $K$  と  $n$  の関数である。

同様に、式(6)を式(12)の第2式に代入して、次式がえられる。

$$\begin{aligned} & j_n^{(1)}(K) M_{rn}^{i+1} + p_n^{(1)}(K) M_{rn}^{i+2} + j_n^{(2)}(K) \frac{K}{\chi_{i+2}} M_{rn}^{i+3} - p_n^{(2)}(K) \frac{K}{\chi_{i+2}} M_{rn}^{i+4} + g_n^{(1)}(K) \chi_n D_0 \delta_{n,i-1} \\ & + \{ j_n^{(2)}(K) - g_n^{(2)}(K) \} \chi_n D_0 \delta_{n,i} - j_n^{(3)}(K) \chi_n D_0 \delta_{n,i+1} = \bar{F}_n(K) \end{aligned} \quad (14)$$

ここに、 $\bar{F}_n$  は  $K$  と  $n$  の関数であり、 $j_n, p_n, g_n, j_n^{(2)}$  の右肩(1)は  $\chi$  についての一階微分を意味する。  
式(11), (13), (14)はパネル①と②の端部モーメントおよび端にわみと両パネルを結合するはり部材列①の中間支柱に生ずる不静定反力との関係式であるが、各節線ごとにこれら3条件式が成立する。

次に、第  $i$  番目の節線における弾性支持はりから中間に  $m$  個の支柱を有するものとするれば、各支柱頭部においてそれぞれ個の変形条件、すなわち、(a)柱頭の垂直変位とはり部材列の同点のたわみ角が等しいこと、(b)柱頭の接線方向の回転角とはり部材列の同点の接線方向たわみ角が等しいこと、および(c)柱頭の法線方向の回転角とはり部材列の同点のねじり回転角が等しいという3条件が成立するが、これらは文献(1)と同様の演算により次のこととえられる。

$$\left. \begin{aligned} & \frac{2}{\alpha} \sum_{j=1}^m H_{jk}^i R_j^i + \frac{2}{\alpha K} \sum_{j=1}^m H_{jk}^i M_j^i - \frac{2}{\alpha K} \sum_{j=1}^m H_{jk}^i M_j^i = \chi_n D_k^i - D_k^i - \frac{E J_k}{Y_k^2} d_k^i, \quad (k=1, 2, \dots, m) \\ & \frac{2}{\alpha} \sum_{j=1}^m \bar{H}_{jk}^i R_j^i + \frac{2}{\alpha K} \sum_{j=1}^m \bar{H}_{jk}^i M_j^i - \frac{2}{\alpha K} \sum_{j=1}^m \bar{H}_{jk}^i M_j^i = \chi_n \bar{D}_k^i - \bar{D}_k^i - \frac{E J_k}{Y_k^2} \tau_k^i, \quad (k=1, 2, \dots, m) \\ & \frac{2}{\alpha} \sum_{j=1}^m L_{jk}^i R_j^i + \frac{2}{\alpha K} \sum_{j=1}^m L_{jk}^i M_j^i - \frac{2}{\alpha K} \sum_{j=1}^m L_{jk}^i M_j^i = \chi_n K_k^i - K_k^i + \frac{E J_k}{Y_k^2} \tau_k^i, \quad (k=1, 2, \dots, m) \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

ここに、形状定数：

$$\begin{aligned} H_{jk}^i &= \sum_{n=1}^{\infty} \Delta_n \sin \alpha_n \theta_j^i \sin \alpha_n \theta_k^i & \bar{H}_{jk}^i &= \sum_{n=1}^{\infty} \Delta_n \cos \alpha_n \theta_j^i \sin \alpha_n \theta_k^i & H_{jk}^i &= \sum_{n=1}^{\infty} \Delta_n \sin \alpha_n \theta_j^i \cos \alpha_n \theta_k^i \\ \bar{H}_{jk}^i &= \sum_{n=1}^{\infty} \Delta_n \sin \alpha_n \theta_j^i \cos \alpha_n \theta_k^i & \bar{H}_{jk}^i &= \sum_{n=1}^{\infty} \Delta_n \cos \alpha_n \theta_j^i \cos \alpha_n \theta_k^i & H_{jk}^i &= \sum_{n=1}^{\infty} \alpha_n \Delta_n \sin \alpha_n \theta_j^i \cos \alpha_n \theta_k^i \\ L_{jk}^i &= \sum_{n=1}^{\infty} \Delta_n \sin \alpha_n \theta_j^i \sin \alpha_n \theta_k^i & \bar{L}_{jk}^i &= \sum_{n=1}^{\infty} \alpha_n \Delta_n \cos \alpha_n \theta_j^i \sin \alpha_n \theta_k^i & L_{jk}^i &= \sum_{n=1}^{\infty} (1 + \alpha_n^2 / \mu_n) \Delta_n \sin \alpha_n \theta_j^i \sin \alpha_n \theta_k^i \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{荷重項: } D_k^i &= \sum_{n=1}^{\infty} \Delta_n (-V_{rn}^{i+1} + V_{rn}^{i+2}) \sin \alpha_n \theta_k^i & \bar{D}_k^i &= \sum_{n=1}^{\infty} \Delta_n (M_{rn}^{i+1} + M_{rn}^{i+2}) \sin \alpha_n \theta_k^i \\ \bar{D}_k^i &= \sum_{n=1}^{\infty} \alpha_n \Delta_n (-V_{rn}^{i+1} + V_{rn}^{i+2}) \cos \alpha_n \theta_k^i & \bar{D}_k^i &= \sum_{n=1}^{\infty} \alpha_n^2 \Delta_n (M_{rn}^{i+1} + M_{rn}^{i+2}) \cos \alpha_n \theta_k^i \\ K_k^i &= \sum_{n=1}^{\infty} \alpha_n^2 \Delta_n (-V_{rn}^{i+1} + V_{rn}^{i+2}) \sin \alpha_n \theta_k^i & K_k^i &= \sum_{n=1}^{\infty} \Delta_n (M_{rn}^{i+1} + M_{rn}^{i+2}) \sin \alpha_n \theta_k^i \end{aligned}$$

$d_k^i$ ：はり部材列の中間支柱  $k$  の垂直変位量

$\tau_k^i$ ：はり部材列の中間支柱  $k$  の接線方向の回転角

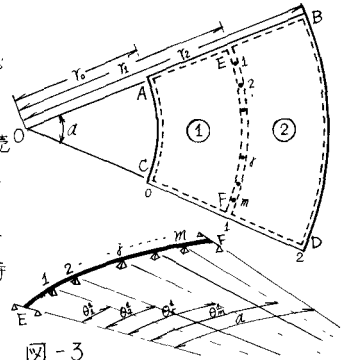
$\tau_k^i$ ：はり部材列の中間支柱  $k$  の法線方向の回転角

したがって、全ての節線においてたゞに式(11), (13), (14)の連続条件と式(15)の変形条件とを連立させてこれを解けば、未知不静定量  $M_{rn}, \delta_n, R, M_j^i, M_j^i$  が求められることとなるが、これらの連立方程式が未知数の単独項と級数項の項とを同時に含むゆえ、その演算は一般に試算による収束計算となる。また、これらの結果を式(6)に代入すれば、パネル①のたわみ曲が算定され、さらにたわみ曲と扇形板の断面諸量に関する既往の関係から扇形板のたわみ角や付けモーメント、ねじりモーメントなどがえられ、本題の連続扇形板が解けることになる。

### 3. 連続円形曲りはりに弾性支持される2スパン連続扇形板

簡単解法例として、図-3に示すごとく、直線辺AB, DCおよび円弧辺AC, BDとともに単純支持され、かつ中間に $m+1$ スパンの連続円形曲りはりEFにより弾性支持される2スパン連続扇形板ABDCを解く。辺AC, EF, BDに節線番号0, 1, 2を付し、中心Oよりこれらの節線までの距離をそれぞれ $r_0, r_1, r_2$ とする。上記のごとき、扇形板ABDCは辺AC, BDで単純支持されているゆえ、次のとき境界条件がえられる。

$$\delta_{n0} = 0, M_{rn}^{(0)} = 0, \text{および} \delta_{n2} = 0, M_{rn}^{(2)} = 0 \quad (16)$$



また、扇形板は連続円形曲りはりに弾性支持されているゆえ、中間不静定反力は垂直反力のみである。以上の事項より、節線1における連続条件式(4), (3), (4)は次の内容となる。

$$\Phi_1'(r_1)M_{rn}^{(1)} + \Phi_1(r_1)M_{rn}^{(1)} + \Psi_1'(r_1)D_0\delta_{n1} = \bar{F}_1(r_1) + \frac{2}{\alpha}r_1\Delta_{n1}\sum_{j=1}^m R_j^1 \sin\alpha\theta_j^1 \quad (17)$$

$$\Lambda_1'(r_1)M_{rn}^{(1)} + \Lambda_1(r_1)M_{rn}^{(1)} + \Omega_1'(r_1)D_0\delta_{n1} = \bar{F}_1(r_1) + \frac{2}{\alpha}\Delta_{n1}\sum_{j=1}^m R_j^1 \sin\alpha\theta_j^1 \quad (18)$$

$$P_{n1}^{(1)}(r_1)M_{rn}^{(1)} - \delta_{n2}^{(1)}(r_1)M_{rn}^{(1)} + \{\omega_{n1}^{(1)}(r_1) - g_{n2}^{(1)}(r_1)\}r_1D_0\delta_{n2} = \bar{F}_1(r_1) \quad (19)$$

式(17)~(19)を連立に解いて、未知量 $M_{rn}^{(1)}, M_{rn}^{(1)}$ および $\delta_{n1}$ を求めれば、次の結果をつら。

$$M_{rn}^{(1)} = -I_1(r_1)/H_1(r_1)\sum_{j=1}^m R_j^1 \sin\alpha\theta_j^1 + \bar{F}_1(r_1)/H_1(r_1) \quad (20) \quad M_{rn}^{(1)} = f_1(r_1)\sum_{j=1}^m R_j^1 \sin\alpha\theta_j^1 + g_1(r_1) \quad (21)$$

$$D_0\delta_{n1} = C_1(r_1)\sum_{j=1}^m R_j^1 \sin\alpha\theta_j^1 - \bar{F}_1(r_1) \quad (22) \quad \text{ここに、} I_1, H_1, \bar{F}_1, f_1, g_1, C_1, \bar{F}_1 \text{は} r_1 \text{と} n \text{の関数である。}$$

式(20)に式(22)を代入してえられる結果を用いれば、パネル①および②の節線1上の板反力の合力が次式で与えられる。  $-\nabla_{rn}^{(1)} + \nabla_{rn}^{(1)} = -C_1(r_1)\sum_{j=1}^m R_j^1 \sin\alpha\theta_j^1 + \bar{F}_1(r_1) \quad (23)$  ここに、 $C_1, \bar{F}_1$ は $r_1$ と $n$ の関数である。

また、式(20), (22)を加え合わせれば、パネル①および②の節線1上の端モーメントの総和が求まり、次のごとくである。  $M_{rn}^{(1)} + M_{rn}^{(1)} = H_1(r_1)\sum_{j=1}^m R_j^1 \sin\alpha\theta_j^1 + \bar{F}_1(r_1) \quad (24)$  ここに、 $H_1, \bar{F}_1$ は $r_1$ と $n$ の関数である。

したがって、連続円形曲りはりの中間支点反力を求めるための基本連立方程式が、節線1上で式(23)となり、右辺荷重項に式(23), (24)を代入してえられる結果を演算のうえ整理して、次のごとく誘導される。

$$\sum_{j=1}^m \left( \frac{2}{\alpha}H_{jk}^{(1)} + r_1S_{jk}^{(1)} + T_{jk}^{(1)} \right) R_j^1 = r_1D_k^{(1)} - D_k^{(1)} - \frac{E_1r_1}{I_1}d_k^{(1)} \quad (k=1, 2, \dots, m) \quad (25)$$

$$\text{ここに、} S_{jk}^{(1)} = \sum_{n=1}^{\infty} \Delta_{n1}C_1(r_1)\sin\alpha\theta_j^1\sin\alpha\theta_k^1, \quad T_{jk}^{(1)} = \sum_{n=1}^{\infty} \Delta_{n1}H_1(r_1)\sin\alpha\theta_j^1\sin\alpha\theta_k^1, \\ D_k^{(1)} = \sum_{n=1}^{\infty} \Delta_{n1}\bar{F}_1(r_1)\sin\alpha\theta_k^1, \quad D_k^{(1)} = \sum_{n=1}^{\infty} \Delta_{n1}\bar{F}_1(r_1)\sin\alpha\theta_k^1, \quad d_k^{(1)}: \text{中間支点} k \text{の垂直沈下量}$$

式(25)は $m$ 元1次連立方程式であるが、これらを解けば、扇形板ABDCを弾性支持する連続円形曲りはりの不静定反力が全て算定されることとなる。えられた結果を式(20)~(22)に代入すれば、不静定量である $M_{rn}^{(1)}, M_{rn}^{(1)}, D_0\delta_{n1}$ が $n$ のみの関数となり、パネル①, ②のたわみ $w_1, w_2$ は式(16)にこれらを代入し、 $n$ について級数和を求めることにより決定される。

4. 結 語 本題の連続扇形板の未知不静定量 $M_{rn}, \delta_n, R, M^R, M^P$ は、一般に式(41), (43), (44), (45)よりえられる連立方程式を試索算法により解かねばならないが、3.に示すとき極めて簡単な連続扇形板では式(41), (43)から未知不静定量 $M_{rn}, \delta_n$ を中間支柱の反力 $R, M^R, M^P$ の関数として算定のうえ、式(45)に代入すれば、反力 $R, M^R, M^P$ のみを未知数とする基本連立方程式が求められることとなり、かかる場合には試索算法を用いることなく直接、未知不静定反力を算出することができ、極めて便利である。

参考文献 (1)山崎, 櫻木, 金子“弾性支持はりをもつ扇形平板の解法”土木学会第23回年次学術講演会講演要旨集 昭和43年10月