

九州大学工学部 正員 山崎徳也
 宮崎大学工学部 正員 太田俊昭
 宮崎大学工学部 学生員・津茂谷邦衛

1. 序言 接合部, 特に梁と柱の不完全剛結特性に関する理論的研究は, L. A. Beaufoy, A. Moharram¹⁾, J. E. Lother²⁾, および山崎, 橋本³⁾等によってほぼ完成されているが, いずれも変形が微小な範囲を取り扱った弾性理論である。

しかるに, 接合部には一般に大きな曲げモーメントやせん断力が作用するゆえ, 応力集中が生じ易く, このため荷重の漸増に伴う接合部の非線形挙動は, 主に接合部の構成プレートあるいはアングルの局所的な塑性流動による破壊メカニズムに左右されるものと考えられる。

本研究は, かかる観点より補正エネルギー法を用いて直交プレート接合部の弾塑性有限変形ならがに応力の解析を行い, かつ上記破壊メカニズムを自動的に決定しうるプログラムを開発し, もってこの種の接合部を持つ骨組構造物の塑性解析に有用な資料を提供せんとするものである。

2. 理論 図-1に示すようなプレート接合部を解析するに当って次の仮定を設ける。

- 1) 接合部は左右対称とする。
- 2) 柱および梁は剛体と考え, その弾性変形を無視する。
- 3) 接合部には曲げモーメント Q と, 垂直反力 P が作用するものとする。
- 4) 外力を設けて接合部が変形する結果, 梁端部の上縁

(図2上縁) が上部プレート(図2下部プレート)に接触し,
 垂直方向の接触反力 V を生ずる。

いま, 与荷重によって接触部が図-2のごとく変形したと仮定すれば, 次の平衡方程式が成立する (図-2参照)。

$$\left. \begin{aligned} Q &= M_u + M_l + \frac{1}{2}(Z_u - Z_l)h \cos \theta + \frac{1}{2}(Y_u - Y_l)h \sin \theta \\ &\quad + V_u(b \cos \theta - \frac{1}{2} \sin \theta) + V_l(b \cos \theta + \frac{1}{2} \sin \theta) \\ P &= Y_u + Y_l + V_u + V_l \\ Q &= Z_u + Z_l \end{aligned} \right\} (1)$$

ただし, 添字 u, l はそれぞれ上部・下部プレートを表わす。

Y, Z : 固定座標軸 Y, Z 方向の力, δ_c^y : 梁端部のプレートの垂直変位

M : x 軸のまわりのモーメント

又プレートと梁の結合点の垂直, 水平変位および回転角をそれぞれ, Δ_u^y, Δ_u^x および θ とすれば

$$\left. \begin{aligned} \Delta_u^y - \Delta_l^y + (\mu_u Z_u - \mu_l Z_l) \sin \theta &= (h + 2t)(1 - \cos \theta) \\ \Delta_u^x - \Delta_l^x + (\mu_u Z_u - \mu_l Z_l) \cos \theta &= (h + 2t) \sin \theta \\ \theta_u &= \theta_l = \theta \end{aligned} \right\} (2)$$

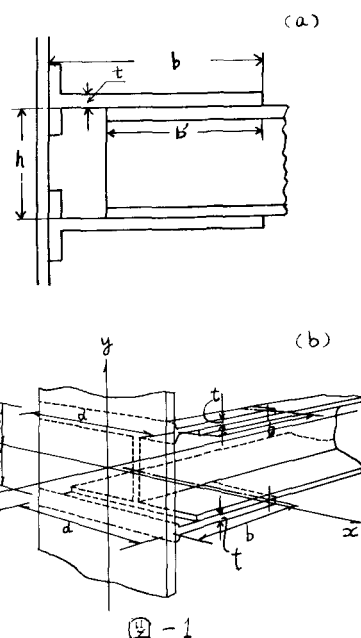


図-1

ここに、式(2)の左辺の第3項は、プレートと梁の間のせん断力によるずれを表わし、 μ は一種の摩擦係数である。また、 Y, Z は変形後の梁の軸方向に沿って定められた座標(図2)に関する力であり、次式で与えられる。

$$\left. \begin{aligned} Y^0 &= -Z \sin \theta + Y \cos \theta \\ Z^0 &= Z \cos \theta + Y \sin \theta \end{aligned} \right\} \text{--- (3)}$$

一方、式(2)の Δ_i^* 、 Δ_i^x および θ_i ($i=0, 1$)は、補正エネルギー法によって下記のように求められる。

すなわち、プレートの任意点 K のモーメント M_K 、および軸力 N_K は(図-3参照)

$$\left. \begin{aligned} M_K &= -M_i - Y_i x + Z_i (\Delta_i^* - \delta_i^*) - V_i (x - b') \\ N_K &= Z_i \end{aligned} \right\} \text{--- (4)}$$

ただし、 δ_i^* : 任意点 K の y 方向のたわみ

よって、プレートに生ずる補正エネルギー C_i は

$$C_i = \int_0^b ds \int_{-h/2}^{h/2} dM_{Ki} + \int_0^b ds \int_{-h/2}^{h/2} \epsilon_{Ki} dN_{Ki} \text{--- (5)}$$

ここで曲率 ϵ_{Ki} を弾性曲率 $\epsilon_{Ki}^e (= M_{Ki}/EI)$ と塑性曲率 ϵ_{Ki}^p に分けて考えれば

$$C_i = \int_0^b ds \left(\int_{-h/2}^{h/2} \epsilon_{Ki}^e dM_{Ki} + \int_{-h/2}^{h/2} d\epsilon_{Ki}^p M_{Ki} \right) + \int_0^b ds \int_{-h/2}^{h/2} \epsilon_{Ki} dN_{Ki} \text{--- (6)}$$

ただし、 $\epsilon_{Ki} = N_{Ki}/EA$ 、 E : ヤング率、 A : 断面積、 I : 断面2次モーメント
式(6)に変分原理を適用すれば、 Δ_i^* 、 Δ_i^x 、 θ_i および δ_i^* が次のように求められる。

$$\Delta_i^* = \frac{\partial C_i}{\partial Y_i}, \quad \Delta_i^x = \frac{\partial C_i}{\partial Z_i}, \quad \theta_i - R_i = \frac{\partial C_i}{\partial M_i}, \quad \delta_{Ki}^* = \frac{\partial C_i}{\partial V_i} \text{--- (7)}$$

ただし、 R_i はプレートのたわみによって生ずる相対部材角を表わす。

式(7)に式(6)を代入すれば、それぞれ

$$\left. \begin{aligned} \Delta_i^* &= \int_0^b \int_{-h/2}^{h/2} \frac{\partial M_{Ki}}{\partial Y_i} ds + \int_0^b \int_{-h/2}^{h/2} \frac{\partial M_{Ki}}{\partial Y_i} d\epsilon_{Ki}^p ds + \int_0^b \int_{-h/2}^{h/2} \epsilon_{Ki} \frac{\partial N_{Ki}}{\partial Y_i} ds \\ \Delta_i^x &= \int_0^b \int_{-h/2}^{h/2} \frac{\partial M_{Ki}}{\partial Z_i} ds + \int_0^b \int_{-h/2}^{h/2} \frac{\partial M_{Ki}}{\partial Z_i} d\epsilon_{Ki}^p ds + \int_0^b \int_{-h/2}^{h/2} \epsilon_{Ki} \frac{\partial N_{Ki}}{\partial Z_i} ds \\ \theta_i - R_i &= \int_0^b \int_{-h/2}^{h/2} \frac{\partial M_{Ki}}{\partial M_i} ds + \int_0^b \int_{-h/2}^{h/2} \frac{\partial M_{Ki}}{\partial M_i} d\epsilon_{Ki}^p ds + \int_0^b \int_{-h/2}^{h/2} \epsilon_{Ki} \frac{\partial N_{Ki}}{\partial M_i} ds \\ \delta_{Ki}^* &= \int_0^b \int_{-h/2}^{h/2} \frac{\partial M_{Ki}}{\partial V_i} ds + \int_0^b \int_{-h/2}^{h/2} \frac{\partial M_{Ki}}{\partial V_i} d\epsilon_{Ki}^p ds + \int_0^b \int_{-h/2}^{h/2} \epsilon_{Ki} \frac{\partial N_{Ki}}{\partial V_i} ds \end{aligned} \right\} \text{--- (8)}$$

ただし、 $R_i = \Delta_i^*/b$

しかるに式(4)より

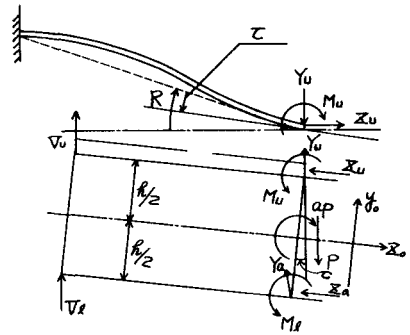


図-2

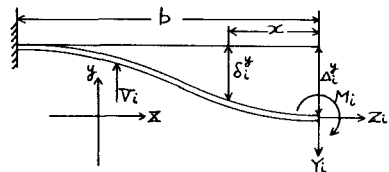


図-3

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial M_{ki}}{\partial Y_i} &= -\chi, \quad \frac{\partial N_{ki}}{\partial Y_i} = 0, \quad \frac{\partial M_{ki}}{\partial M_i} = -1, \quad \frac{\partial N_{ki}}{\partial M_i} = 0 \\ \frac{\partial M_{ki}}{\partial Z_i} &= (\Delta_i^* - \delta_i^*), \quad \frac{\partial N_{ki}}{\partial Z_i} = 1, \quad \frac{\partial M_{ki}}{\partial V_i} = -(\chi - b), \quad \frac{\partial N_{ki}}{\partial V_i} = 0 \end{aligned} \right\} \text{--- (9)}$$

であるから、式(9)、(8)より結局次式を得る。

$$\left. \begin{aligned} \Delta_i^* &= - \left\{ \int_0^b \chi \phi_i^e ds + \int_0^b \chi \phi_i^p ds \right\} \\ \Delta_i^* &= - \left\{ \int_0^b (\delta_i^* - \Delta_i^*) \phi_i^e ds + \int_0^b (\delta_i^* - \Delta_i^*) \phi_i^p ds \right\} + \int_0^b \varepsilon_i ds \\ \theta_i - R_i &= - \int_0^b \phi_i^e ds - \int_0^b \phi_i^p ds \\ \delta_i^* &= - \int_0^b \phi_i^e (\chi - b) ds - \int_0^b \phi_i^p (\chi - b) ds \end{aligned} \right\} \text{--- (10)}$$

式(10)の $\phi_i^e (= M_i^e/EI)$ および $\varepsilon_i (= N_i/EI)$ に式(4)を代入の上整理すれば

$$\left. \begin{aligned} \Delta_u^* / b &= W (a_{1u} \bar{M}_u + b_{1u} \bar{Y}_u \bar{Y}_0 + c_{1u} \bar{Z}_u \bar{Y}_0 - d_{1u}) \\ \Delta_v^* / b &= W (a_{2u} \bar{M}_u + b_{2u} \bar{Y}_u \bar{Y}_0 + c_{2u} \bar{Z}_u \bar{Y}_0 - d_{2u}) \\ \theta_u - R_u &= W (a_{3u} \bar{M}_u + b_{3u} \bar{Y}_u \bar{Y}_0 + c_{3u} \bar{Z}_u \bar{Y}_0 - d_{3u}) \\ \Delta_i^* / b &= W (a_{1i} \bar{M}_i + b_{1i} \bar{Y}_i \bar{Y}_0 + c_{1i} \bar{Z}_i \bar{Y}_0 - d_{1i}) \\ \Delta_e^* / b &= W (a_{2e} \bar{M}_e + b_{2e} \bar{Y}_e \bar{Y}_0 + c_{2e} \bar{Z}_e \bar{Y}_0 - d_{2e}) \\ \theta_e - R_e &= W (a_{3e} \bar{M}_e + b_{3e} \bar{Y}_e \bar{Y}_0 + c_{3e} \bar{Z}_e \bar{Y}_0 - d_{3e}) \\ \delta_{cu}^* / b &= W (a_{4u} \bar{M}_u + b_{4u} \bar{Y}_u \bar{Y}_0 + c_{4u} \bar{Z}_u \bar{Y}_0 - d_{4u}) \\ \delta_{ci}^* / b &= W (a_{4e} \bar{M}_e + b_{4e} \bar{Y}_e \bar{Y}_0 + c_{4e} \bar{Z}_e \bar{Y}_0 - d_{4e}) \end{aligned} \right\} \text{--- (11)}$$

ただし、 $\bar{M}_i = M_i / M_Y$, $\bar{Y}_i = Y_i / N_Y$, $\bar{Z}_i = Z_i / N_Y$, $\bar{V}_i = V_i / N_Y$, $\bar{Y}_0 = N_Y b / M_Y$
 $N_Y = \bar{\sigma}_Y b t$, $\bar{\sigma}_Y$: 降伏応力, $W = M_Y b / EI$, $M_Y = \bar{\sigma}_Y b t^3 / 12$

ここに

$$\left. \begin{aligned} a_{1u} &= a_{1e} = 1/2, \quad b_{1u} = b_{1e} = 1/3, \quad a_{3u} = a_{3e} = 1, \quad b_{3u} = b_{3e} = 1/2, \quad c_{1u} = c_{1e} = (1-b)^2/3 \\ a_{4u} &= a_{4e} = (1-b)^2/2, \quad b_{4u} = b_{4e} = (2-3b+b^2)/b \\ c_{1u} &= \int_0^1 \bar{x} (\delta_u^* - \Delta_u^*) d\bar{x}, \quad d_{1u} = \int_0^1 \bar{x} \phi_u^p d\bar{x}, \quad a_{2u} = \int_0^1 (\delta_u^* - \Delta_u^*) d\bar{x}, \quad b_{2u} = \int_0^1 \bar{x} (\bar{x}_u - \Delta_u^*) d\bar{x} \\ c_{1e} &= \int_0^1 \bar{x} (\delta_e^* - \Delta_e^*) d\bar{x}, \quad d_{1e} = \int_0^1 \bar{x} \phi_e^p d\bar{x}, \quad a_{2e} = \int_0^1 (\delta_e^* - \Delta_e^*) d\bar{x}, \quad b_{2e} = \int_0^1 \bar{x} (\bar{x}_e - \Delta_e^*) d\bar{x} \\ d_{2u} &= 1/W \int_0^1 \varepsilon_u d\bar{x}, \quad c_{2u} = \int_0^1 (\delta_u^* - \Delta_u^*)^2 d\bar{x}, \quad c_{3u} = a_{2u}, \quad d_{3u} = \int_0^1 \bar{Y}_u^2 d\bar{x}, \quad c_{4u} = \int_0^1 (\bar{x} - b) \chi (\delta_u^* - \Delta_u^*) d\bar{x} \\ d_{2e} &= 1/W \int_0^1 \varepsilon_e d\bar{x}, \quad c_{2e} = \int_0^1 (\delta_e^* - \Delta_e^*)^2 d\bar{x}, \quad c_{3e} = a_{2e}, \quad d_{3e} = \int_0^1 \bar{Y}_e^2 d\bar{x}, \quad c_{4e} = \int_0^1 (\bar{x} - b) \chi (\delta_e^* - \Delta_e^*) d\bar{x} \\ d_{4u} &= \int_0^1 (\bar{x} - b) \phi_u^p d\bar{x} \quad \bar{\varphi} = \phi^p / \phi_Y, \quad \phi_Y = M_Y / EI \quad b' = b'/b \quad \bar{\varepsilon}_Y = \bar{\sigma}_Y / E \\ d_{4e} &= \int_0^1 (\bar{x} - b) \phi_e^p d\bar{x} \end{aligned} \right\} \text{--- (12)}$$

よって、式(11)に式(12)を代入し、式(3)の変換を考慮した上で整理すれば次のようになる。

$$\left. \begin{aligned} a_{1u} \bar{M}_u - a_{1e} \bar{M}_e + (b_{1u} + \mu_u \sin^2 \theta) \bar{Y}_u - (b_{1e} + \mu_e \sin^2 \theta) \bar{Y}_e + (c_{1u} + \mu_u \sin \theta \cos \theta) \bar{Z}_u \\ (c_{1e} + \mu_e \sin \theta \cos \theta) \bar{Z}_e &= 1/W \cdot (\bar{H} + 2\bar{T} \chi (1 - \cos \theta)) + d_{1u} - d_{1e} \\ a_{2u} \bar{M}_u - a_{2e} \bar{M}_e + (b_{2u} + \mu_u \sin \theta \cos \theta) \bar{Y}_u - (b_{2e} + \mu_e \sin \theta \cos \theta) \bar{Y}_e + (c_{2u} + \mu_u \cos^2 \theta) \bar{Z}_u \\ - (c_{2e} + \mu_e \cos^2 \theta) \bar{Z}_e &= 1/W \cdot (\bar{H} + 2\bar{T}) \sin \theta + d_{2u} - d_{2e} \\ a_{3u} \bar{M}_u + b_{3u} \bar{Y}_u + c_{3u} \bar{Z}_u &= 1/W \cdot \theta + d_{3u} - R_u / W \\ a_{3e} \bar{M}_e + b_{3e} \bar{Y}_e + c_{3e} \bar{Z}_e &= 1/W \cdot \theta + d_{3e} - R_e / W \end{aligned} \right\} \text{--- (13)}$$

一方、接触反力 V_c は、接触点における変形の適合条件より次のように求められる (図-2参照)。

$$\left. \begin{aligned} \delta_{cu}^* + b \sin \theta &= \Delta_{cu}^* \\ \delta_{ce}^* + b \sin \theta &= \Delta_{ce}^* \end{aligned} \right\} \text{----- (14)}$$

式(12), (14)より V_c が決式で与えられる。

$$\left. \begin{aligned} V_u &= \frac{1}{f_0} e_0 \frac{1}{W} \left\{ \frac{1}{W} (\Delta_{cu}^* - b \sin \theta) + d_{4u} - G_{4u} \bar{Y}_u + b_{4u} \bar{Y}_u f_0 - G_{4u} Z_u f_0 \right\} \\ V_e &= \frac{1}{f_0} e_e \left\{ \frac{1}{W} (\Delta_{ce}^* - b \sin \theta) + d_{4e} - G_{4e} \bar{Y}_e + b_{4e} \bar{Y}_e f_0 - G_{4e} Z_e f_0 \right\} \end{aligned} \right\} \text{----- (15)}$$

ただし

$$V_u = 0, \text{ (if } \delta_{cu}^* + b \sin \theta < \Delta_{cu}^*)$$

$$V_e = 0, \text{ (if } \delta_{ce}^* + b \sin \theta > \Delta_{ce}^*)$$

以上より、式(1), (13)の7々の方程式より、 $M_u, M_e, Y_u, Y_e, Z_u, Z_e$ および再度 θ が求られ、これらの諸値を式(5)に代入して、 V_u もしくは V_e が算出され、そのフローチャートを示せば図-4のようになる。なお本計算過程中に必要なとなる鉛直たわみ δ_i^* は、いずれもプレートの変換(4)の方法によって算出するものとする。

3. 結語

本論文では接合部の破壊メカニズムが主にプレートの曲げ破壊によって生ずるものとし、曲げモーメント M と垂直反力 P によってプレートならびに梁が変形する結果、接触反力を新に求生し、これらの諸力が合成されてプレートの曲げ破壊を生ずると仮定したが、より厳密には溶接部ならびにリベットの破壊、さらには梁および柱の局部的塑性変形をも考慮する必要がある。今後の研究課題として残されるものである。なお、本研究を行うに当って九州大学の橋本助教授に貴重な資料を提供していただき、ここに謝意を表す。

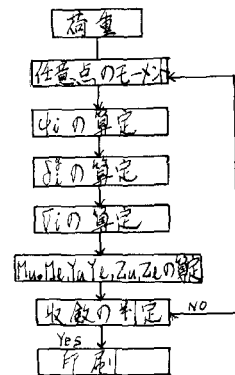


図-4

[参考文献]

- 1) L. A. Beaufoy & A. Moharram: Derived Moment - Angle Curves for Web - Cleat Connections, Preliminary Publication, International Association for Bridge and Structural Engineering, 3rd Congress, Sept 1948
- 2) J. E. Lothess: Advanced Design in Structural Steel, Prentice - Hall, Ince, 1960
- 3) 山崎, 橋本: 曲げモーメントを伝える直交アングル接合部の不完全剛結特性の解法. 土木学会論文集 130号, 昭和41年6月
- 4) 太田: 有限変形理論による軸力の影響を考慮したはりの弾塑性解析, 第24回年次学術講演会講演集, 第1部, 昭和44年9月