

I-2

橋梁の衝撃率に及ぼす高次振動の影響

九州大学工学部 正員 小坪 清真

九州大学工学部 〇学生員 山縣 達弥

1 まえがき

活荷重が橋梁に及ぼす動的影響のなかで鉛直方向の分作用を一括して衝撃というが、道路橋では一般に次のものが考えられる。

- ・活荷重の移動にともなう橋梁のたわみの振動の影響
- ・路面の凹凸、あるいは路面の障害物の乗り上げ乗り越しによる衝撃の影響
- ・活荷重の振動数と橋梁の固有振動数の一致によって生ずる共振の影響
- ・橋梁上の停止荷重による一時的付加重量の影響

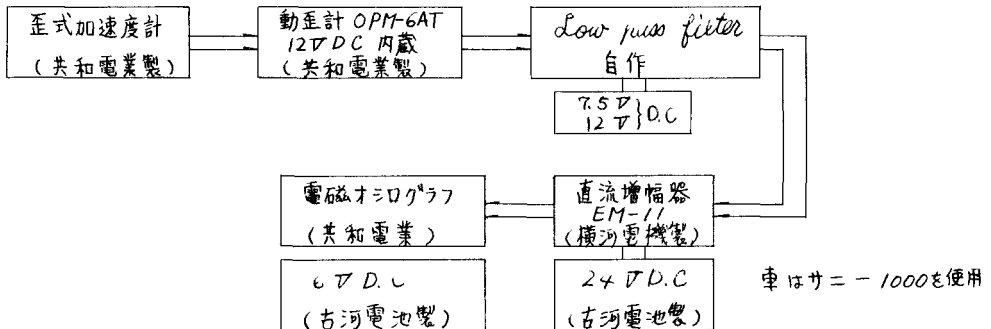
従来、このような衝撃は主に橋梁の衝撃による付加的たわみとして処理されてきたが、橋梁設計などにおいては応力が重要な意味をもつので応力による衝撃率に注目して見る必要がある。

本研究では橋梁の中央点での変位、曲げモーメントを *Modell analysis* による数値積分を求め、1次振動のみ考慮した場合と1次から3次まで考慮した場合とを比較検討した。また床面の凹凸によって生ずる車輪重量の上下振動による慣性力を無視した場合と、それと考慮した時の影響について調べた。

尚、自動車の上下方向の加速度は昨年度の香椎跨線橋での実験データを使用し、橋は等断面単軌梁と仮定した。

2 実験装置

香椎跨線橋に於る実験で使用した自動車加速度の測定機器の結線を下に示す。



3. 理論における仮定及び記号

- (1) 実験より得たデータは香椎跨線橋のものであるが、便宜上これを等断面単軌梁の架空の橋に使用した。
- (2) 梁の軸力は考慮しないものとする。
- (3) 梁の曲げ剛性は固有円振動数 n_i が $n_1=10, n_2=40, n_3=90 \text{ rad/s}$ となるように $3066000 \text{ t}\cdot\text{m}^2$ と定めた。(n_i は i 次の固有円振動数を表わす)
- (4) 自動車速度を $v \text{ km/h}$, 自動車総重量を $W \text{ t}$, 梁の長さを $L \text{ m}$, 梁の単位長重量を $w \text{ t/m}$ とする。

4 橋梁の振動の基本方程式

S 次の一般座標を u_s , S 次の振動型を Y_s , 梁の長さを l m とすると, $y = \sum_{s=1}^{\infty} u_s \cdot Y_s$ となる。
振動型を $Y_s = \sin \frac{S\pi x}{l}$ と仮定すると $y = \sum_{s=1}^{\infty} u_s \cdot \sin \frac{S\pi x}{l}$ (1)

梁の運動エネルギー K は

$$K = \frac{W}{2g} \int_0^l \left(\frac{\partial y}{\partial t} \right)^2 dx = \frac{Wl}{4g} \sum_{s=1}^{\infty} \dot{u}_s^2 \quad (2)$$

梁の歪エネルギー V は

$$V = \frac{EI}{2} \int_0^l \left(\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} \right)^2 dx = \frac{EI l^3}{4l^3} \sum_{s=1}^{\infty} S^4 u_s^2 \quad (3)$$

一般力 Q_s

総重量 W の車輛が通過する時, 自動車の上下方向の加速度を ϕ とすると, 梁に $W\phi/g$ なる慣性力が作用する。慣性力も考えた一般力 Q_s は次式で表わされる。

$$Q_s = \frac{Sg(W - \frac{W}{g}\phi)}{Su_s} = \frac{W \sin \frac{S\pi ut}{l}}{g} - \frac{W}{g} \phi \sin \frac{S\pi ut}{l} \quad (4)$$

Lagrange の運動方程式は $\frac{d}{dt} \left\{ \frac{\partial K}{\partial \dot{u}_s} \right\} - \frac{\partial K}{\partial u_s} + \frac{\partial V}{\partial u_s} = Q_s$

式(1), (2), (3), (4)を Lagrange の運動方程式に代入して整理すると

$$\ddot{u}_s + n_s^2 u_s = \frac{2gW}{wl} \sin \frac{S\pi ut}{l} - \frac{2W}{wl} \sin \frac{S\pi ut}{l} \phi \quad (5)$$

$$n_s = \frac{S^2 \pi^2 C^2}{l^3}, \quad C^2 = \frac{EI g}{W}$$

減衰作用を考慮する場合は, S 次の減衰定数を R_s とし

$$\dot{u}_s + 2R_s n_s u_s + n_s^2 u_s = \frac{2gW}{wl} \sin \frac{S\pi ut}{l} - \frac{2W}{wl} \sin \frac{S\pi ut}{l} \phi \quad (6)$$

式(6)の右辺の第1項までを考えれば, これは車輛重量の慣性力を無視した場合の振動の基本方程式になる。式(6)に数値を代入して時刻積分することにより $y = \sum_{s=1}^{\infty} u_s \cdot Y_s$ から理論的に梁の変位を求める事が出来る。又, 曲げモーメントは $\frac{d^2 y}{dx^2} = -\frac{M}{EI}$ より $M = EI \sum_{s=1}^{\infty} a_s \cdot \left(\frac{S\pi}{l} \right)^2 \sin \frac{S\pi x}{l}$ となる。

static の場合, 運動エネルギー及び ϕ が零であるので

$$n_s^2 u_s = \frac{2gW}{wl} \sin \frac{S\pi ut}{l} \quad (7)$$

静的ため, 静的曲げモーメントは式(1)の1次のみを考慮した。

計算には次の諸値を使用した

$R_s = 0.02$, $n_1 = 10 \text{ rad/s}$, $n_2 = 40 \text{ rad/s}$, $n_3 = 90 \text{ rad/s}$, $W = 2.5 \text{ t/m}$, $l = 70 \text{ m}$, $W = 1.30 \text{ t}$

$g = 9.80 \text{ m/s}^2$, $v = 15.21, 30.60, 41.01, \text{ km/h}$

ϕ は測定データより 0.02 秒刻みで与える。

5 衝撃

衝撃率は一般に支間の関数で表わされるが各国ともほぼ0.3前後をとっている。衝撃率は一般にたわみの衝撃率が用いられるが, 曲げモーメントの衝撃率を求めて両者の比較を行う。

$$\text{曲げモーメントによる衝撃率} = \frac{\text{振動による付加応力}}{\text{静的活荷重によって生ずる静的応力}}$$

たわみによる衝撃率 = $\frac{\text{振動による付加たわみ}}{\text{静的活荷重によって生ずる静的たわみ}}$

衝撃率は最大曲げモーメント及び最大たわみについて求め、各々慣性力を無視した場合と考慮した場合について計算した。その結果は下の表に示す。

(1) 曲げモーメントによる衝撃率 静的最大曲げモーメント 18.402 t·m

慣性力を考慮した場合

速度 km/h	最大曲げモーメント t·m		衝撃率	
	1次	1次~3次	1次	1次~3次
15.21	20.448	22.521	0.111	0.224
30.60	22.402	24.924	0.231	0.355
41.01	20.680	22.504	0.124	0.223

慣性力を無視した場合 ($\phi=0$)

速度 km/h	最大曲げモーメント t·m		衝撃率	
	1次	1次~3次	1次	1次~3次
15.21	18.493	20.526	0.005	0.115
30.60	18.747	20.782	0.019	0.129
41.01	18.932	20.747	0.029	0.138

(2) たわみによる衝撃率 静的最大たわみ $0.146 \times 10^{-2} m$

慣性力を考慮した場合

速度 km/h	最大たわみ $\times 10^{-2} m$		衝撃率	
	1次	1次~3次	1次	1次~3次
15.21	0.161	0.163	0.109	0.121
30.60	0.180	0.182	0.237	0.249
41.01	0.164	0.165	0.125	0.135

慣性力を無視した場合

速度 km/h	最大たわみ $\times 10^{-2} m$		衝撃率	
	1次	1次~3次	1次	1次~3次
15.21	0.146	0.148	0.003	0.015
30.60	0.148	0.150	0.017	0.029
41.01	0.150	0.151	0.027	0.039

6 考察

(1) 慣性力を考慮した場合

- ・曲げモーメントの1次による衝撃率と1次から3次まで重ね合わせた曲げモーメントによる衝撃率の比は1:1.5~2となり3次がかなり効いてきている。
- ・たわみによる衝撃率では1次のみ採用した場合と3次まで採用した場合との差は少ない。

(2) 慣性力を無視した場合

- ・曲げモーメントによる衝撃率では1次はごく小さく、1次から3次までの衝撃率は0.12~0.14になった。
- ・たわみによる衝撃率においては1次のみとした場合も1次から3次までの和をとった場合の衝撃率も、ともに小さく0.02~0.03程度となった。

7. 自動車加速度のパワースペクトル密度

エルゴード性をもつランダム過程のスペクトル密度 $S_f(\omega)$ は次式で求められる。

$$S_f(\omega) = 4 \int_0^{\infty} R(\tau) \cos \omega \tau d\tau$$

$$R(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T f(t) \cdot f(t+\tau) d\tau$$

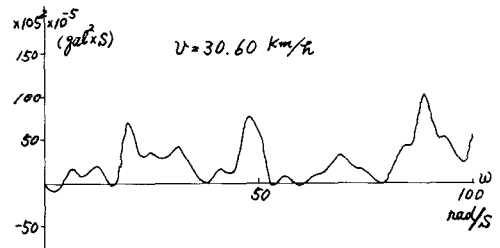
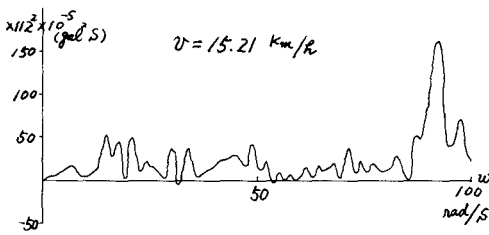
自動車の上下方向の加速度 $\ddot{x}$ のスペクトル密度を次の図に示す。

スペクトル密度は理論的には正でなければならないが負の値も出た。これは計算上の誤差によるものである。

又、スペクトル密度は橋の固有振動数 $m_1=90 \text{ rad/s}$ の前後で大きな値をとり $m_2=40 \text{ rad/s}$

$n_1 = 10 \text{ rad/s}$ の順になっている) $n_4 = 160 \text{ rad/s}$ の近傍ではスペクトル密度が小さいので n_4 は衝撃には影響はないだろうと考えられる。

橋梁の振動現象は一般に連成性をもつ非定常過程である。非定常過程であるとする、その現象を解析する手段として、本研究で用いられているような Modal analysis による解析、あるいは多質点系に分けて行う数値解析などの方法が考えられるが、その解析は非常に複雑であり、多くの労力を要するので、統計的解析ができるならばその方が便利のようである。



8. おまけ

自動車の慣性力の影響は大きく、しかも橋の長大化、トラックの大型化なされている現在、上下方向自動車加速度の卓越振動数と橋梁の高次の振動数とが一致する場合も考えられるので、衝撃には高次まで考慮した曲げモーメントが重要になってくる。

