

九州大学工学部 正員 小坪 清 真

" 学生員 〇 荒牧 軍 治

" 正員 鳥野 清

1. 序

地中構造物の耐震性に関しては現在多くの研究がなされ、数多くの事柄が明らかにされつつある。しかし地中構造物と地盤との *inter-action* を考える場合、未だ数多くの疑問点が残されている。例えば、入力として用いられる地震波形状どのような振動特性を有しているのか。またその特性と地盤との関係はどのように表わすことができるのか。地震波を受けると比較的軟弱な地盤は基礎との間に相対変形を起すと考えられるが、その深さ方向の分布はどのようになるのか。また表面波はどのように取り扱えば良いか。また地中構造物と地盤を *model* 化する場合には、地盤の動的な地盤反力係数、減衰特性、付着質量に関する問題等があるがそれらに対してどのように考えれば良いか。その地土の流動化現象の影響、非線型特性など明らかにしなければならぬ問題が多い。特に地中構造物の減衰特性、地盤反力係数の動的特性に関しては経験と実験に頼っているのが現状であろう。地盤と構造物との間の振動特性に関しては田治見⁽¹⁾、鳥海⁽²⁾、Bycroft⁽³⁾ 等の研究があるが、いずれも半無限弾性体上の構造物として計算を行なっているので、地中構造物にそのまま適用することは問題がある。著者等は先に田治見、鳥海等と同様に地盤を半無限弾性体と考えた場合の杭基礎に対する動的な地盤反力係数及び減衰特性を弾性波動論を用いて求めた。しかし実際の構造物にそのまま適用するには式が非常に複雑なので、従来から用いられている減衰定数、バネ定数として考える方が便利である。本研究においては先に求めた理論値からバネ定数に値、および減衰定数を求める方法を提案し、模型実験より求めた値、減衰定数の比較を行なった。

2. 地盤を半無限弾性体と考えた場合の復元力の動的特性

半無限弾性体の波動方程式は Love により次のように表わされた。

$$\begin{aligned} \rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} &= (\lambda + 2\mu) \frac{\partial \Delta}{\partial r} - \frac{2\mu}{r} \frac{\partial \omega_z}{\partial \theta} + 2\mu \frac{\partial \omega_\theta}{\partial \theta} & \text{但し } \Delta &= \frac{1}{r} \frac{\partial \Delta}{\partial \theta} - \frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial \theta} + \frac{\partial w}{\partial z} \\ \rho \frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} &= (\lambda + 2\mu) \frac{\partial \Delta}{\partial \theta} - 2\mu \frac{\partial \omega_r}{\partial z} + 2\mu \frac{\partial \omega_z}{\partial r} & 2\omega_\theta &= \frac{\partial u}{\partial z} - \frac{\partial w}{\partial r}, \quad 2\omega_r = \frac{1}{r} \frac{\partial w}{\partial \theta} - \frac{\partial \psi}{\partial z} \\ \rho \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} &= (\lambda + 2\mu) \frac{\partial \Delta}{\partial z} - \frac{2\mu}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \omega_\theta) + \frac{2\mu}{r} \frac{\partial \omega_r}{\partial \theta} & 2\omega_z &= \frac{1}{r} \left\{ \frac{\partial (r \psi)}{\partial r} - \frac{\partial u}{\partial \theta} \right\} \end{aligned} \quad (1)$$

今水平方向の振動を考えているので(1)式の最後の式、すなわち w 方向のつり合いは成り立っていないとし、他の2式によって u と ψ を求める。解は変位波と回転波の和として次のように示される。

$$u = \left\{ -A \frac{H_1^{(2)}(k_p r)}{dr} + B \frac{H_1^{(2)}(k_s r)}{r} \right\} \cos \theta \cdot e^{-\pi z + i \omega t} \quad (2)$$

$$\psi = \left\{ A \frac{H_1^{(2)}(k_p r)}{r} - B \frac{d H_1^{(2)}(k_s r)}{dr} \right\} \sin \theta \cdot e^{-\pi z + i \omega t}$$

但し $H_1^{(2)}(k_p r)$ は1次の Hankel の関数であり前進波を示す。

$$k_s = \sqrt{\frac{\rho \omega^2 + \mu \pi^2}{\mu}}, \quad k_p = \sqrt{\frac{\rho \omega^2 + \mu \pi^2}{\lambda + 2\mu}}$$

入, μ は λ 同の定数, ρ は地盤の単位体積質量, A, B は境界条件より決まる定数である。

今杭が水平方向に $X = X_0 e^{-\beta z + i\omega t}$ のように変形したとする。このように仮定したのは実際の杭の1次振動型がほぼ $\exp$ の形をしているとみなされるからである。しかし杭表面において上記のような境界条件を与えると地表面における応力の条件である $\sigma_z = \tau_{rz} = 0$ が成り立たなくなる。地表面における応力の条件も満たすようにするためには表面波の存在を考慮に入れなければならず問題が非常に複雑となる。もし杭変形の型を $\cos$ の形で与えると地表面の応力条件は満足することができるとが、地盤がある周期で共振を起し、地盤反力及び減衰力の周波数特性が得られなくなる。以上の理由により杭変形を上記のように定めた。構造物表面 ($r=r_0$) における u, v と u_0, v_0 とする境界条件として

$$u_0 = X_0 \cos \theta e^{-\beta z + i\omega t}$$

$$v_0 = -X_0 \sin \theta e^{-\beta z + i\omega t}$$

(2)式を(3)式に代入すると任意定数 A, B を求めることができる。

地盤が杭に及ぼす複元力として作用するのは杭表面における直応力度 σ_r とせん断応力度 $\tau_{r\theta}$ である。

$$\sigma_r = \left\{ \lambda + 2\mu \frac{\partial u}{\partial r} \right\}_{r=r_0} = (\lambda + 2\mu) \left(\frac{\partial u}{\partial r} \right)_{r=r_0}$$

$$\tau_{r\theta} = \mu \left\{ \frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial \theta} + r \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{v}{r} \right) \right\}_{r=r_0} = \mu \left(\frac{\partial v}{\partial r} \right)_{r=r_0}$$

杭の周りの全応力度を加え合わせると単位深さ当りの水平複素復元力 P は

$$P = \int_0^{2\pi} \sigma_r r_0 \cos \theta d\theta - \int_0^{2\pi} \tau_{r\theta} r_0 \sin \theta d\theta$$

$$= 2\pi \mu X_0 \{ R(kr_0) + i I(kr_0) \} e^{-\beta z + i\omega t}$$

で表わされる。ポアソン比 0.25, すなわち $\lambda = \mu$ $k_p = \frac{k_s}{\sqrt{3}}$ と仮定した場合の無次元量 $k_p r_0$ に対する R, I を求めたのが図-2である。 R は加えられた力と同位相の反力, すなわち地盤反力を示し, I はそれより位相が 90° 遅れた反力, すなわち減衰力を示す。図-3は地盤反力と減衰力の周波数特性を示したものである。

3. 地盤反力係数, 減衰定数の推定

以上の理論を適用するためには地盤のせん断弾性定数 μ , 地盤のポアソン比 杭変形 $e^{-\beta z}$ した場合の β の値, 土の単位体積質量 ρ が知らなければならぬ。しかし上記の諸定数そのものも直接求めることは測定法に問題があるので図-4に示すような構造物を自由減衰振動を行なった実験を用い

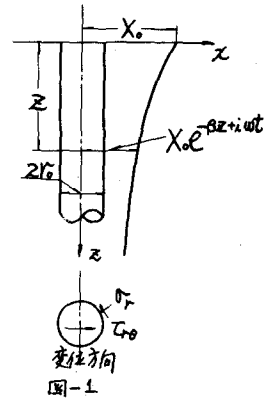


図-1

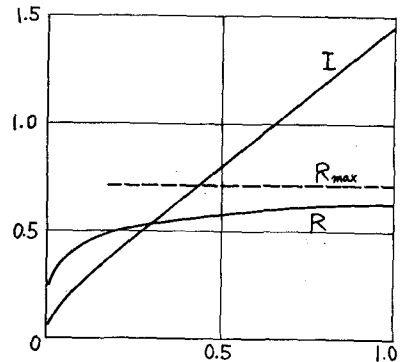


図-2 無次元量 R と無次元化反力との関係

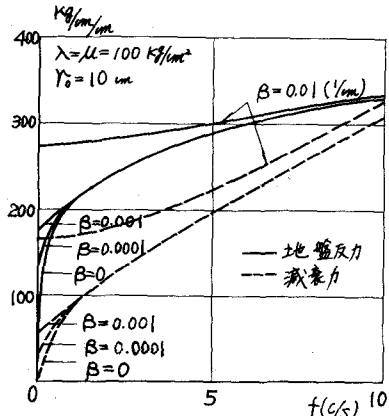


図-3 地盤反力と減衰力の周波数特性

て間接的に求める方法を用いた。振動数を変化させる方法としては杭周辺を30cmづつ掘り下げて固有周期を長くする方法を用いた。まず図-4のような糸をターンバックルで横方向に引っ張ってあり、ターンバックルと杭頭mass間の接続ピンをハンマーでたたき落して減衰自由振動をあるいてこの糸の固有周期および減衰定数を求めておく。次に地中部分と空中部分の振動方程式を立て、地盤反力係数を種々変化させて、固有周期が実験で求めた固有周期に等しくなるような糸を求める。但し固有周期の計算において、地盤反力係数は深さ方向に一定であるとした。この計算も種々の深さ、すなわちいくつかの固有周期に対して計算すれば値の振動数に対する変化が得られるはずである。しかしこの方法によれば弾性理論から得られた地盤反力係数と定量的に比較することはできず、ただ定性的な傾向が分かるだけである。次にその固有周期に対する振動型 U を求める。このような糸は1次のみが振動すると見なして大差ない。杭の変位を $u = U \sin \omega t$ とすると 90° 位相の遅れた $\cos \omega t$ の項が減衰力として働くので $I U \cos \omega t$ で表わされる。また弾性振動の速度は $\omega U \cos \omega t$ で表わされるのでこの糸が1週期に失なうエネルギーは

$$F = 2 \int_0^H \int_0^{2\pi} I U \cos \omega t \cdot \omega U \cos \omega t \, dt \, dz \quad (6)$$

$$\text{今} \int_0^{2\pi} U^2 dz = \alpha \text{ とすると}$$

$$F = \alpha \pi I \quad (7)$$

次に運動エネルギーの最大値は

$$K = \frac{\omega A}{g} \int_{-H}^H (\omega U)^2 dz + \frac{\omega}{2g} \omega^2 \quad (8)$$

$$\text{今} \int_{-H}^H U^2 dz = \beta \text{ とすると}$$

$$K_{\max} = \frac{\omega^2}{2g} \{ 2\omega A \beta + W \} \quad (9)$$

散逸エネルギーと運動エネルギーの比、すなわちエネルギー消散率は

$$\frac{F}{K_{\max}} = \frac{2\alpha \pi I g}{\omega^2 \{ 2\omega A \beta + W \}} \quad (10)$$

次に1質点と考えた場合の運動方程式は

$$\ddot{x} + 2E\dot{x} + n^2x = P \sin \omega t$$

定常状態を考えるとこの式の解は

$$x = A \sin(\omega t + \varphi) \quad \dot{x} = \omega A \cos(\omega t + \varphi) \quad (12)$$

散逸エネルギーと運動エネルギーは

$$F = \int_0^{2\pi} 2E\dot{x}\dot{x} \, dt = 2E\omega A^2\pi, \quad K_{\max} = \frac{1}{2}(\dot{x})_{\max}^2 = \frac{1}{2}\omega^2 A^2$$

$$\frac{F}{K} = 4\pi \frac{E}{\omega} = 4\pi \left(\frac{E}{n} \right) \left(\frac{n}{\omega} \right) \quad (13)$$

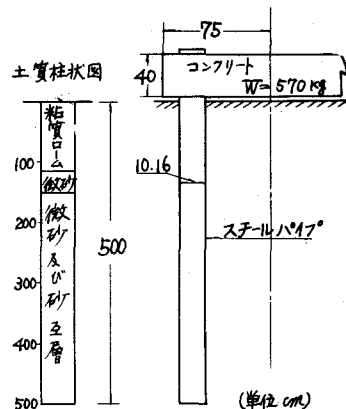


図-4

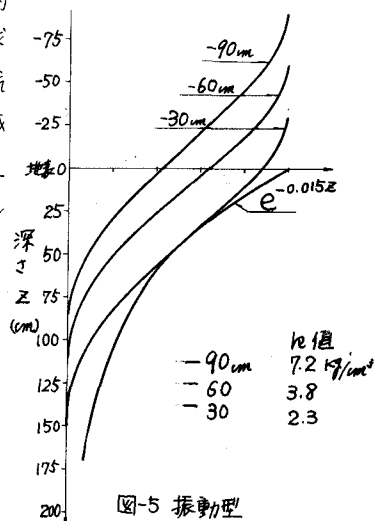


図-5 振動型

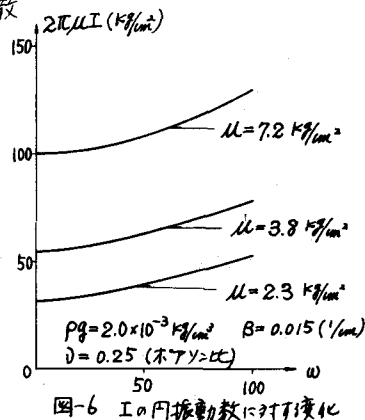


図-6 Iの内振動数に対する変化

両方にエネルギー消散率 F/K を比較することにより減衰特性を知ることでできる。

実験で求められた H の違いによる固有週期は表-1に示す通りである。予期していた程の振動数の変化が得られなかった。この固有週期を満足するためには地盤が極端に変わらなければならぬ。原因としては次のようなことが考えられる。振動型を見ても分かるように固有週期に影響を及ぼすのは地表面に近い部分の地盤反力係数である。掘り下げるに従って120cm以下にある微妙及び礫まじり砂の影響が大きく表われたものと考えられる。その他野外実験を行なった際の地盤条件の変化、鋼管とボーリング坑に入れたための地盤と坑の接触の不完全さ、振動振中の各深さによる違いなどが考えられる。以上のような欠点はあるが減衰特性の定性的変化を考えるために前記の計算法による減衰定数の推定を行ってみた。せん断弾性定数 μ と地盤反力係数 k との比は10~20 (kg/cm^2) であることが知られているのでここでは一応10として計算を行ってみた。 β は0.015 (kg/cm^2) を用いた。計算結果は図-6、図-7に示す。図-6は円振動数 ω に対する I の変化を示したものである。図からも判るように必ずしも振動数に対して一次比例しない。又 $\omega=0$ の場合、すなわち静的に載荷した場合も減衰が働く。これは複素復元力の減衰項は構造減衰の要素を持つからだと考えられる。図-7は実験に用いた杭のエネルギー消散率を示したものである。弾性理論より求めたエネルギー消散率の方が実験値より得られた消散率より大きな値を示すことが分る。この理由については目下検討中である。

4. 結論

以上の理論的考察及び実験的考察からも地盤反力係数、減衰力に関してあまり明確な傾向を把握することはできなかった。この理由が実験法の不備にあるのか理論解析法の不備にあるのか確かでない。現在弾性体中の杭の地盤反力係数、減衰力に関して更に実験を進めているので後日報告する。

参考文献

- (1) H. TAJIMI: 'Basic Theory on Aseismic Design of Structures'
Report of Institute of Industrial Science University of Tokyo Vol.8, No.4, 1959
- (2) I. TORIUMI: 'Vibration in Foundation of Machines'
Technical Report of Osaka University 5 No.146
- (3) G.N. Bycroft: 'Forced Vibrations of Rigid Circular Plate on a Semi-infinite Elastic Plane and on an Elastic Stratum'
Philosophical Transactions of Royal Society of London No. 948, Vol. 248 1956
- (4) 小坪, 花田: '地中構造物への動的な水平地盤反力'
九州大学工学集報 第40巻 5号 昭42.11.

深さ H (cm)	30	60	90
固有周期 (sec)	0.093	0.098	0.117
減衰定数 k	0.088	0.056	0.038
k (kg/cm^2)	2.5	3.9	7.2

表-1

