

九州大学工学部 正 員 栗谷陽一

" 学生員 ○楠田哲也

" 伊藤九一

1. まえがき

従来フロックの衝突成長や密度の算出に際してフロックを透水性のない剛体と見なすという仮定がなされてきた。この仮定によりフロック相互の衝突を論ずる場合微粒子は大粒子の回りを迂回して流れるということ等が導き出されていた。しかしながら水中でのフロックは網目状の立体構造をなしており、透水性は無視できないと思われる。この報告は比重の異なる液体の二層中にフロックを沈降させ上述の現象を実験的に確かめると共に、この結果からフロック粒径、比重、空隙率等を求める方法を示しさらに透水性を考慮した場合のフロック相互の衝突係数の補正について考察を加えたものである。

2. 実験装置とその方法

実験に用いたフロックは雪内水道水に指宿カオリン1.0g/l、硫酸バンド20ppm、セパラン3ppmを各々加えて作ったものである。装置としてはアクリル樹脂製の透明角筒(40cm×40cm×1m)の上端から50cmのところと下端とに水の流出入孔を取付けたものを使用した。実験方法としてはまず上述の角筒の下部から蒸留水を全高の1/2程度まで注入しその後ある定まった密度の塩水をヘッドタンクを使用し下端の孔から徐々に注入し角筒内に二層状態を作り出す。そして角筒の上端から上述のようにして作られたフロックを1個落下させ、まず角筒上端に近いところでフロック粒径検定用の近接写真を撮り浸塩水の境界より上10cm付近で淡水中で終末沈降速度を測り浸塩水の境界直上からストロボスコープを点滅させて塩水中での沈降速度の変化を写真に撮る。そして、その後角筒の底板上10cm付近で塩水中の終末沈降速度を測定した。以上の実験は恒温室にて行なった。

3. 理論

以下の理論において次の仮定を設ける。1.フロックの沈降に関しては慣性項を無視する。2.フロックは球とする。3.フロック内の空隙の一部は細管で置換可能である。4.フロック内の水流は、フロックが沈降するときの前部と後部の圧力差によって生ずる。

沈降状態下でのフロックの周りの圧力分布と流れ函数 非透水性の場合を考え、極座標(r, θ)を用いると、

$$\psi = \frac{1}{2} U \left(1 - \frac{3R}{2r} + \frac{1}{2} \frac{R^3}{r^3} \right) r^2 \sin^2 \theta, \quad (1)$$

$$p = p_0 + \frac{3\mu U R \cos \theta}{2r^2} \quad (2)$$

ここで、 U : $r \rightarrow \infty$ での流速、 R : フロックの半径、 p_0 : 静水圧、 θ : 鉛直下向が基線である。

したがって、フロック内部での圧力勾配 G は沈降方向に生じ次のようになる。

$$G = 3\mu U / 2R^2 \quad (3)$$

すなわち、圧力勾配は θ の函数とならない。よってフロック内を通過する水流は沈降方向と一致する。ここで、フロックの沈降速度を V 、フロックの内部を通過する水の平均流速を V とすれば、(3) は上述の仮定にもとづいて次のようになる。

$$G = \frac{3\mu}{2R^2} (V - V) \quad (4)$$

ブロック内での塩水の存在量 ブロックの透水係数 α と通水可能部の空隙率 ε_2 が実際と一致するよう
に、ブロック内部に半径 a の細管が単位面積当たり n 本沈降方向と平行に存在すると仮定し、 $a \ll R$
とする。細管内の流は、Poiseuilleの流になっているとしてブロックが淡水中から塩水中へ沈降
を始めたときのブロック内部への塩水の侵入量を求める。上述のことから細管内の流速分布は次のよ
うになる。

$$u = \frac{G}{4\mu} (a^2 - r^2) \quad (5)$$

細管内の平均流速 u_{ave} は

$$u_{ave} = \frac{G a^2}{8\mu} \quad (6)$$

また

$$\varepsilon_2 = \pi a^2 \cdot n \quad (7)$$

u_{max} を細管内の最大流速とすれば

$$V = \varepsilon_2 \cdot u_{ave} = \frac{1}{2} \varepsilon_2 \cdot u_{max} \quad (8)$$

(4), (5), (6), (8) から

$$u = \frac{2\alpha}{\varepsilon_2} \left(\frac{R}{a}\right)^2 \left\{ \left(\frac{a}{R}\right)^2 - \left(\frac{r}{R}\right)^2 \right\} V \quad (9)$$

$$V = \alpha V \quad (10)$$

$$u_{max} = \frac{2}{\varepsilon_2} \alpha V \quad (11)$$

ただし

$$\alpha = \frac{\frac{3\varepsilon_2}{16} \left(\frac{a}{R}\right)^2}{1 + \frac{3\varepsilon_2}{16} \left(\frac{a}{R}\right)^2} \quad (12)$$

ここで、淡塩水の境界面に第1図のような座標系を設ける。 X_u は球
が淡塩水境界面から X_v だけ沈降したとき細管内のPoiseuille流の塩水が
到達している地点を示す。 $X_{u_{max}}$ はその先端である。(9), (11) から

$$X_u = \frac{2\alpha}{\varepsilon_2} \left(\frac{R}{a}\right)^2 \left\{ \left(\frac{a}{R}\right)^2 - \left(\frac{r}{R}\right)^2 \right\} X_v \quad (13)$$

$$X_{u_{max}} = \frac{2\alpha}{\varepsilon_2} X_v \quad (14)$$

時刻 t までに球に入った塩水量 W は(10)を用いて

$$W = \pi R^2 \int_0^t V dt = \pi R^2 \alpha X_v \quad (15)$$

ある時刻までに球から出ていった塩水量 P を求める。この場合各細管内の $X_{u_{max}}$ がブロックから外にす
べてはみだしている場合とそうでない場合とに分け、後者を先に求める。後者の適用範囲は(14)から
 $X_{u_{max}} \leq 2R$ として

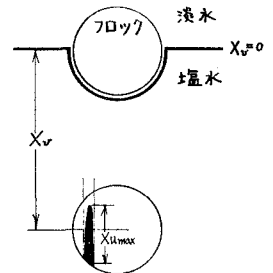
$$X_v \leq \frac{R\varepsilon_2}{\alpha} \quad (16)$$

(R, θ_1) と $(R, \pi - \theta_1)$ に流出入口を持つ細管があるときこの θ_1 と塩水の先端がブロック外にはみだして行く時
の X_v の関係は(14)から

$$\theta_1 = \cos^{-1} \left(\frac{\alpha X_v}{R\varepsilon_2} \right) \quad (17)$$

したがって細管内に入った塩水の半径 r は(13)から

$$r^2 = a^2 \left(1 - \frac{X_u}{X_v} \frac{2\alpha}{\varepsilon_2} \right) \quad (18)$$



第1図

となるので、これを用いると、

$$P = \int_{\theta_1}^{\frac{\pi}{2}} 2\pi R \sin \theta \cdot R \cos \theta \cdot n d\theta \int_{2R \cos \theta}^{X_{Umax}} \pi r^2 dx_u = \frac{\pi}{6\epsilon_2} (\alpha X_v)^3 \quad (19)$$

したがって $0 \leq X_v \leq R\epsilon_2/\alpha$ のフロック内部での塩水の存在量 $(W-P)$ は

$$W-P = \pi \alpha X_v \left\{ R^2 - \frac{1}{6} \left(\frac{\alpha X_v}{\epsilon_2} \right)^2 \right\} \quad (20)$$

$X_v > R\epsilon_2/\alpha$ の場合、 $\theta_1 = 0$ とすればよい。したがってこの場合には

$$W-P = \frac{4}{3} \pi R^3 \epsilon_2 \left(1 - \frac{3R\epsilon_2}{8\alpha X_v} \right) \quad (21)$$

塩分存在量とフロック密度の関係 フロックは粘土板よりできている基本粒子(塩水との置換不可能)の集合体とする。今 f_c, f_f, f_w, f_s, f_i を各々粘土板, フロック, 淡水, 基本粒子の密度とし ϵ_1 を基本粒子内の空隙率とすれば、

$$f_s = (f_f - f_w) \frac{W-P}{\frac{4}{3} \pi R^3} + f_w \epsilon_2 + (1 - \epsilon_2) f_i, \quad (22)$$

$$f_i = f_w \epsilon_1 + (1 - \epsilon_1) f_c. \quad (23)$$

f_i と ϵ_1 の計算 v_w, v_s を各々淡水中、塩水中でのフロックの沈降速度、 v_{wt}, v_{st} を各々 v_w, v_s の終末沈降速度、 f_{fw}, f_{fs} を各々淡水中、塩水中でのフロックの密度とすれば一様流は Stokes 流に重畳可能であるから

(20)を用いて

$$v_w = \frac{2}{9} \frac{f_{fw} - f_w}{\mu} g R^2 + V = \frac{1}{1-\alpha} \frac{2}{9} \frac{f_{fw} - f_w}{\mu} g R^2. \quad (24)$$

同様に

$$v_s = \frac{1}{1-\alpha} \frac{2}{9} \frac{f_{fs} - f_s}{\mu} g R^2. \quad (25)$$

(22), (24), (25) から $\gamma = v_{wt}/v_{st}$ として

$$f_i = \frac{\gamma f_s - f_w}{\gamma - 1}, \quad (26)$$

$$\epsilon_1 = \frac{\gamma}{\gamma - 1} \frac{f_c - f_s}{f_c - f_w} - \frac{1}{\gamma - 1} \quad (27)$$

R と ϵ_2 と α の計算 (24), (25) を用いて δ_1 を次のように定める。

$$\delta_1 = \frac{1 - \epsilon_2}{1 - \alpha} R^2 = \frac{9\mu (v_{wt} - v_{st})}{2g (f_s - f_w)} \quad (28)$$

フロックの塩水沈降中に位置 X_v と速度 v_s の関係を2個、ストロホの写真結果から求め各々の値に1, 2の添字を付け、 δ_2 と δ_3 を次のように定める。

$$\delta_2 = \frac{v_{wt} - v_{s1}}{v_{wt} - v_{st}} = \frac{1 - \frac{(W-P)_1}{\frac{4}{3} \pi R^3}}{1 - \epsilon_2} \quad (29)$$

$$\delta_3 = \frac{v_{wt} - v_{s2}}{v_{wt} - v_{st}} = \frac{1 - \frac{(W-P)_2}{\frac{4}{3} \pi R^3}}{1 - \epsilon_2} \quad (30)$$

今、 $0 < X_v < R\epsilon_2/\alpha$ で X_{v1}, v_{s1} を、 $X_v \geq R\epsilon_2/\alpha$ で X_{v2}, v_{s2} の値をとると、(12), (28), (29), (30) から $D = \epsilon_2/(1 - \epsilon_2)$ と

して

$$\frac{3^3}{8^4} \frac{1}{(\delta_3 - 1)^3} \left(\frac{X_{v1}}{X_{v2}} \right)^3 D^4 - \frac{9}{32} \frac{1}{(\delta_3 - 1)} \left(\frac{X_{v1}}{X_{v2}} \right) D^2 + D + 1 - \delta_2 = 0 \quad (31)$$

(12), (28), (30) から

$$\frac{(1 - \epsilon_2)}{\delta_1} R^2 + \frac{3}{8} \frac{1}{X_{v2}} \cdot \frac{1}{(\delta_3 - 1)} \cdot \frac{\epsilon_2^2}{(1 - \epsilon_2)} R - 1 = 0 \quad (32)$$

(12), (20)から

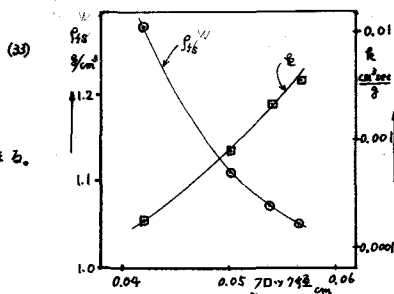
$$a = \left\{ \frac{16}{3\epsilon_2} \left(\frac{\delta_1}{1-\epsilon_2} - R^2 \right) \right\}^{\frac{1}{2}} \quad (32)$$

(31), (32), (33) から ϵ_2, R, a が順次求まる。

f_{fw} と k の計算 f_{fw} は (22) において $W-P=0$ とし (26) と (31) から求まる。

透水係数 $k = V/q$ とし, (6), (20) から次のようになる。

$$k = \frac{a^2 \epsilon_2}{8\mu}$$



第2図

4. 実験結果

第2図第1表に以上の結果を示す。フロック径 R は写真から求めたものとかなり的一致を示した。フロック密度は粒径の増加につれて減少し透水係数はその逆の結果を示している。

	V_{wt} cm/sec	V_{st} cm/sec	R cm	ϵ_2	f_{fw} cm/sec	k cm/sec
1	0.961	0.905	0.0268	0.93	1.07	0.0021
2	1.333	1.220	0.0255	0.84	1.11	0.00076
3	0.866	0.707	0.0284	0.86	1.05	0.0034
4	1.619	1.418	0.0209	0.57	1.28	0.00017

水温 15.1°C $\rho_s = 1.056$ $\rho_w = 1.000$ $\mu = 0.01149$

第1表

5. フロックの衝突係数の補正

大球(半径 R)と小球(半径 b)とが衝突するものとし小球が大球の周りの流れに完全にのっているとする。

沈降の場合 浸透を無視したときの流れ関数は(1)によって与えられる。浸透を考慮した場合には、

U_2 を浸透を無視したときの沈降速度として $U = U_2 + V$ とすれば流れ関数は

$$\psi' = \frac{1}{2} \left\{ U_2 \left(1 - \frac{3}{2} \frac{R}{r} + \frac{1}{2} \frac{R^3}{r^3} \right) + V \right\} r^2 \sin^2 \theta \quad (34)$$

補正係数を β とすれば β は一定面積内を通過する流量比となる。

$$\beta = \frac{\psi'}{\psi} = \frac{U_2 \left(1 - \frac{3}{2} \frac{R}{r} + \frac{1}{2} \frac{R^3}{r^3} \right) + V}{V \left(1 - \frac{3}{2} \frac{R}{r} + \frac{1}{2} \frac{R^3}{r^3} \right)} \quad (35)$$

ただし $r = R + b$

この結果を第3図に示す。

軸対称剪断流中にフロックが存在する場合 軸対称流を

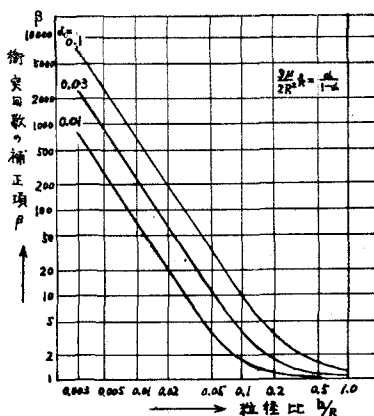
$r \rightarrow \infty$ で $\vec{u} = (u_x, -\frac{x}{2}y, -\frac{x}{2}z)$, $r = R$ で $\vec{u} = 0$ とすれば、この場合も前述の考え方による剪断流と一様流の重畳が可能となる。

$$\beta = \frac{\kappa_2 \left(1 - \frac{5}{2} \frac{R^3}{r^3} + \frac{3}{2} \frac{R^5}{r^5} \right) + \kappa'}{\kappa \left(1 - \frac{5}{2} \frac{R^3}{r^3} + \frac{3}{2} \frac{R^5}{r^5} \right)} \quad (36)$$

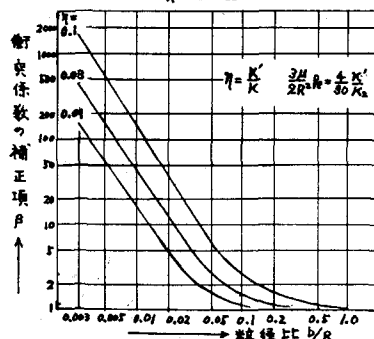
ここで $\kappa = \kappa_2 + \kappa'$ で κ_2 は浸透を考慮しないときの κ に相当する。この結果を第4図に示す。フロックの透水係数が同じであるとすれば

$$\frac{V}{U_2} = \frac{4}{30} \frac{\kappa'}{\kappa_2} \quad (37)$$

が成立する。フロックの透水性について考慮することはスラジブランケット法にとって重要と思われる。



第3図



第4図

9. 廣谷・橋田「フロックの衝突係数について」88年4月年度工水学会論文集

研究発表会論文集