

I-9

強混合河川に於ける塩分侵入の数値計算法

九州大学工学部 正員 橋 東一郎

九州大学工学部 正員 粟谷 陽一

九州大学工学部 正員 O 古本勝弘

1. まえがき

感潮河川に於いては、河道中への塩分侵入という一つの大きな問題がある。そのうち謂ゆる強混合型と称される河川に於いて、塩分侵入状況を予測するとは、原理的には、一次元の拡散方程式を適当な条件下で解くことに帰着する。この論文では、その拡散方程式に於いて、変数変換を行うことにより、非常に簡単化された解の数値計算法を示すことができてゐる。又、この計算法を用いて求められた二、三の水理量の変化に伴う塩分濃度分布の変化の様子を示し、併せて、筑後川にこの計算法を適用し、実測値と計算値との比較を行っている。これらの計算結果は、実際の感潮河川に於ける塩分侵入の性状をかなりよく再現していることを認め得た。従来、この種の問題に關しては、右から Ketchum, Stommel and Arons, Ippen and Harleman 等、他によつて、多くの研究がなされて來てゐる。しかし、それらの殆んどは、一朝時に於ける平均的取り扱いをすることによつて、問題を簡単化しているため、我国に於ける如き短い河川への適用には問題が多い。我国に見られる様な河川への適用性という点からは、ここに示す計算法は、かなりの有用性をもつものと考えらる。

2. 変数変換と基本拡散方程式

河口附近の流れは、下げ汐時には、上流から流入する淡水のいくらかの量は外海に放出され、上げ汐時、その一部が再び逆流してくるが、この間の塩分濃度の変化は、河口及び外海に於ける水理条件に左右されるものと考えられる。多くの河川では、河口での flushing 作用が強いため、下げ汐時放出される河口水は外海で充分混合稀釈され、上げ汐時には、河口から流入してくる流れは、一定塩分濃度をもつ海水と殆んど置換されている。このことを考え、河口に於ける塩分濃度は、いかなる潮時に於いても一定な海水塩分濃度を保っているとして、これを河口に於ける境界条件とする。即ち、この条件を実際河川で考えれば、地形上から決められる河口を、若干、海側に移し、常に一定濃度の海水が存在する地帯を、こゝで言う河口とするのである。この境界条件の下に拡散方程式、

$$\frac{\partial C}{\partial t} + u \frac{\partial C}{\partial x} = \frac{1}{A} \frac{\partial}{\partial x} (A D \frac{\partial C}{\partial x}) \quad \dots \dots (1)$$

の解を数値的に求めることは可能である。ここに、 C = 塩分濃度、 x = 下流向きに正の距離、 A = 流れ断面積、 D = 流れ方向拡散係数、 u = 断面平均流速。

しかし、その外には、任意の時刻 t 、任意の位置 x に於ける $u(x, t)$ 、 $A(x, t)$ 及び $D(x, t)$ を与えなければならぬ取り扱いが、かなり厄介である。数値計算を簡略化するために、(1)式を次の様に変形する。先づ、感潮部最上流端を原点として、 x -軸を取り、任意の x -断面までの水量を V とすれば、

$$V = \int_0^x A(x, t) dx \quad \dots \dots (2)$$

上流端から流入する河川固有流量を R とすると、任意断面に於ける流速は、

$$u = (1/A) \cdot \{ R - (\partial V / \partial t) \} \quad \dots \dots (3)$$

で与えられる。(1)式に於いて、独立変数を (x, t) から (V, t) に変換すると、(2)式より、

$$\left(\frac{\partial}{\partial x}\right)_t = \frac{\partial V}{\partial x} \cdot \frac{\partial}{\partial V} = A \cdot \frac{\partial}{\partial V}, \quad \left(\frac{\partial}{\partial t}\right)_x = \frac{\partial V}{\partial t} \frac{\partial}{\partial V} + \frac{\partial}{\partial t} \quad \dots (4)$$

(3) 及び (4) 式を用いると、(1) 式は、次の様に表わされる。

$$\frac{\partial C}{\partial t} + R \frac{\partial C}{\partial V} = \frac{\partial}{\partial V} (A^2 D_L \frac{\partial C}{\partial V}) \quad \dots (5)$$

更に取り扱いを容易にするために、 $A^2 D_L$ の値として、入退潮一週期についての平均値を用いれば、 $A^2 D_L$ は V だけの関数として扱うことが可能である。Harleman は、G. I. Taylor の pipe flow の拡散係数に関する式を南水路流れに拡張した式を作り、潮流による拡散係数として、その式に一潮時平均潮流流速 $(2/\pi) u_m$ を代入して求め、実験的に確かめられている。実際には、入退潮に伴って、径深も変化するため、(1) 式において、 x と t の一週期についての平均値を用いると、かなりの不合理が生ずる。(5) 式の様にも独立

は、入退潮に伴って、河道を上下するため、固定した V 点に於ける潮流流速として、一潮汐間の平均値を用いても、固定した x 点での平均値を取るよりは、その不合理を遙かに避けることが出来る。

従って、いかなる形状を有する河川に於いても、各 V 点で実地測量されたデータを基に $A^2 D_L$ の一潮汐間の平均値を任意の V の関数として与えてやれば、(5) 式の数値解を求めることは容易である。独立変数を x から V に変え、基本方程式を (1) 式から (5) 式に改めると、一潮汐間で平均的取扱いをする不合理を避けられた上、式の中で $u(x, t)$ から $R(\text{const.})$ に変えられるため数値計算は、大幅に簡略化されてくる。

V 座標の下では、地理的な固定点である河口の V の値 ($= V_0$) は、潮時と共に絶えず変化するので、これは (2) 式において、 x に河口の値 ($= x_0$) を代入すれば求められる。境界条件として、その V_0 点で海水濃度を与えることになる。数値計算は、(5) 式を差分方程式に直して行う。

V 及び t を等しい間隔 $\Delta V, \Delta t$ で分割し、 $V = m \cdot \Delta V$, $t = n \cdot \Delta t$ (m, n は整数) に分ける濃度を $C_{m, n}$ で表わすと、 $\Delta V, \Delta t$ に関する高次の微小項を省略して、一般に次の形で計算されている。

$$C_{m, n+1} = C_{m, n} \{ 1 - 2 K_m (\Delta t / \Delta V^2) \} \\ + C_{m+1, n} \{ (4 K_m + K_{m+1} - K_{m-1}) (\Delta t / 4 \Delta V^2) - (R/2) (\Delta t / \Delta V) \} \\ + C_{m-1, n} \{ (4 K_m - K_{m+1} + K_{m-1}) (\Delta t / 4 \Delta V^2) + (R/2) (\Delta t / \Delta V) \} \quad \dots (6)$$

但し $K \equiv A^2 D_L$ とおき一週期間の平均値である。添字で V の位置を示している。(例、河口 $V = V_0$ に於いて、 $C = C_0$ (海水濃度) なる境界条件のため、河口近傍で、退潮時濃度分布に、非常に大きな曲率を生ずるため、 R による輸送を (6) 式に分ける様に置いた Δt では、 C の高次の微係数を省略した影響を避けられない。幸い、(5) 式の表現を用いれば、 R は V による変数でなく、この不都合をなくするため、(6) 式の代りに、

$$C_{m, n+1} = C_{m', n} \{ 1 - 2 K_{m'} (\Delta t / \Delta V^2) \} \\ + C_{m'+1, n} \{ (4 K_{m'} + K_{m'+1} - K_{m'-1}) (\Delta t / 4 \Delta V^2) \} \\ + C_{m'-1, n} \{ (4 K_{m'} - K_{m'+1} + K_{m'-1}) (\Delta t / 4 \Delta V^2) \} \quad \dots (7)$$

$$m' = m - \{ (n+1) \cdot R \cdot (\Delta t / \Delta V) \} + \{ n R (\Delta t / \Delta V) \} \quad \dots (8)$$

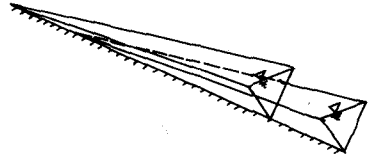
[...] は Gauss の整数記号である。(7), (8) 式は、 R による輸送項は単に、 V 方向の平行移動を表わすにすぎず河口近傍での不都合を避けられる。これは (1) 式をその計算する時には、

可能なことであり、(5)式の表現を用いた利点の一つである。以上のことに基づくと計算の流れは次の様である。先づ、(a) 河川の ΔV 間隔に分割し、その各分割点に任意の初期濃度分布を与える。(b) 各 V 点で実測データから決められる K_m を与え、 Δt 時刻後の濃度分布を(7)式により計算。(c) 河川におおげな境界条件により(2)式で決められる V_0 地点とそれより海側に於ける濃度を海水濃度に置換。(c)の段階で決る濃度分布を基に、更に Δt だけ進んだ時刻の濃度分布を(b),(c)の同じ操作で決める。潮汐による週期角解を得るには、この操作を同じ潮時に同じ濃度分布が得られるまで繰り返さなければならぬ。 V について角解が得ると、(2)式を逆を用いて、 V を x に替えておくと、河川延長方向の濃度分布が得られる。

3. 数値計算例

実際河川についての計算は、 $A^2 D_L$ を実測データを基に、 V で表わすのであるが、ここでは、 $A^2 D_L$ を V の関数で容易に表現できる三角錐モデルの計算について述べる。

この様な水路では、入退潮の time lag を無視すれば“感潮部”
形造る prism は、右図の様に潮高と共に形状を変え、となく一本
となり、移動する。Harleman に従って拡散係数を潮流速度
と径深の積に比例する形で仮定すると、潮流速度は V に
よるが、径深は V と共に変わるため $D_L \propto V^{\frac{5}{2}}$ 、



故に、 $K = A^2 D_L \propto V^{\frac{5}{2}}$ 、 $V^{\frac{1}{2}} = V^{\frac{5}{2}}$ この関数を K に用い、更に、簡単のために、河川の位置 V_0 を決めるのに、次の表す方法をとった。時間の分点 ($t=0$) を干潮時に取り、河口の潮流量を近似的に、 $Q_0 = -Q_{\max} \sin 2\pi (t/T)$ とすると、河口より上流の volume の時間増加量は、 $\int_0^t Q_{\max} \sin 2\pi (t/T) dt$ で表わす。故に、 V_0 を決めるに(2)式は、次の式で置換してもよい。 $V_0 = V_{\text{low}} + Q_{\max} (T/2\pi) (1 - \cos 2\pi (t/T))$ V_{low} は干潮時の V_0 値。更に、干潮時河口に於ける D_L を D_{L0} と表わし、 D_{L0} , $Q_{\max}$ 及び R の各3種の値に對する塩分の侵入状況を示したのが図-1 (a)~(g) である。計算に用いたモデルの寸法は、干潮時に於る河口断面積 $A_{00} = 1.2 \times 10^3 \text{ [m}^2\text{]}$ 、感潮部 $x_{00} = 10 \text{ (km)}$ である。図-1 (d), (b), (a) 及び (c) は、 D_{L0} の、(d), (a) 及び (e) は $Q_{\max}$ の、(f), (a) 及び (g) は R の変化に対する影響をそれぞれ示している。

次に、以上の計画法を筑後川に適用してみる。筑後川の干潮時と満潮時に於ける流水断面積の平方根をその地点と共にプロットすると、図-2 の如く、近似的に、二本の平行直線の上に落ちる。この図から、筑後川は三角錐水路モデルに近い形態であることがわかるので、ここでは簡単のため三角錐水路と見做して上記と同様の計算を行った。この河川の寸法は図-2 に示す通り、感潮区域は 13~30 km である。濃度分布が観測された 1967 年 9 月 1 日の河口最大潮流量及び固有流量は、次々、

$Q_{\max} = 2.36 \times 10^3 \text{ (m}^3\text{/sec)}$, $R = 24.2 \text{ (m}^3\text{/sec)}$ である。これらの数値と、 D_{L0} として、 $25.0 \text{ (m}^3\text{/sec)}$ の値を用いた場合の計算分布と観測濃度分布との比較を図-3 に示している。

図-3 によると、計算結果は、実際の塩分侵入状況をかなりよく再現していることを認める。この計算は、筑後川を三角錐水路と見做しているため、むしろ粗すぎる仮定を含んでいる。若し $A^2 D_L$ の値を実際の河川データを基にして、細かく V の関数として与えれば、結果は更に改良されるであろう。

最後に、実際河川の拡散係数に関する問題が残されている。ここでは D_{L0} の値を実測分布をよく説明する値を選んでいるが、本来ならば、この計算とは別途に、その河川の物理量によって拡散係数は

予知されていなければならぬ。更に地形的な意味での河にはなく、境界条件を与えるべき河をどの地点に取捨かということも同題である。この二つの同題が解決されるならば、ここに述べた方法でかなりの程度、塩分侵入を予知できるものと思われる。

この計算は全て九州大学中央計数施設 OKITAC 5090 H を用いた。

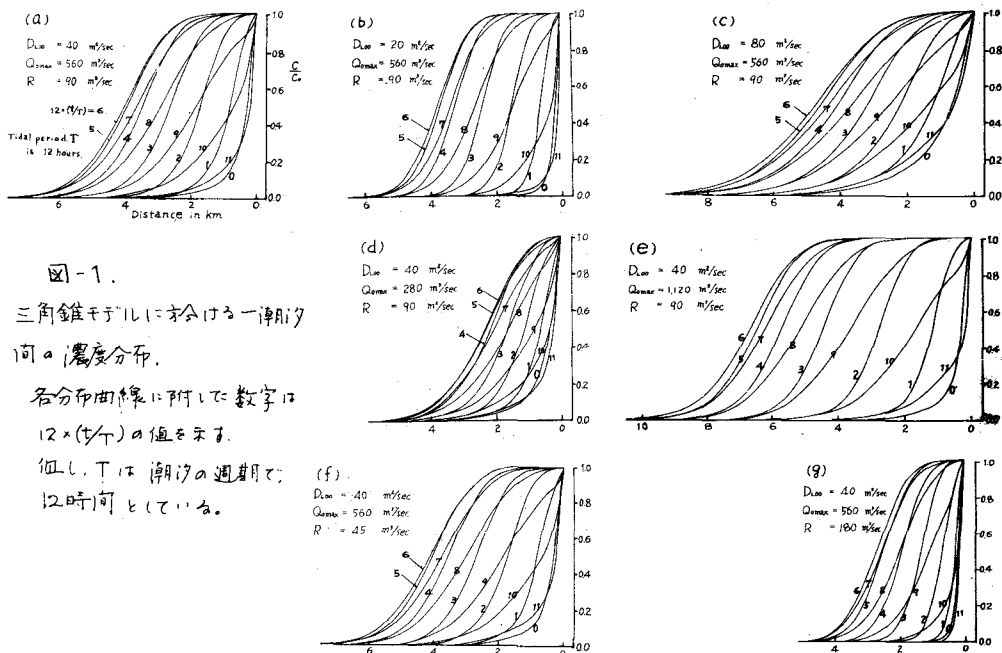


図-1.

三角錐モデルに於ける一潮汐

間の濃度分布.

各分布曲線に附して数字は

$12 \times (t/T)$ の値を示す.

但し、 T は潮汐の週期で、

12時間としている。

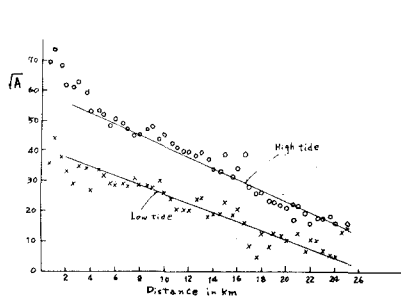


図-2. 筑後川に於ける干満潮時の流水断面積

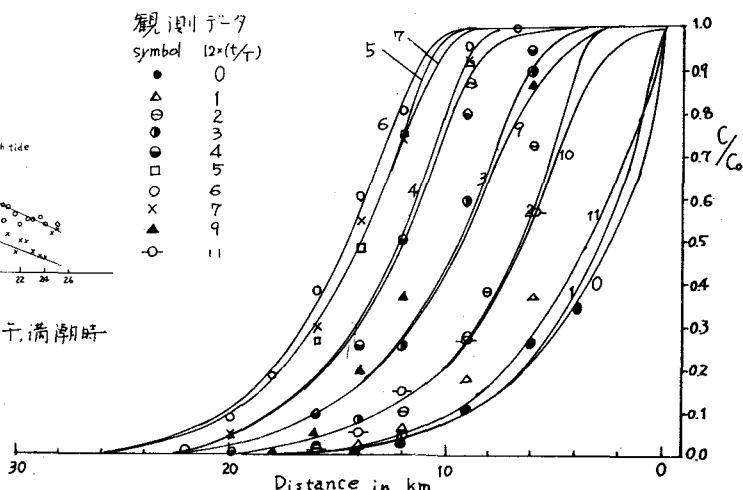


図-3. 実測値と計算値との比較

但し、計算値は實際で示し、それに附して数字は $12 \times (t/T)$ の値。