

# I-7

## 河床砂礫の運動機構に関する研究 (第2報)

### — 滑面水路における流砂量 —

九州大学 正員 椿 東一郎  
 “ “ 平野 宗夫  
 “ 学生員 ○渡辺 訓南  
 “ “ 栗林 邦夫

#### 1. 緒言

最近、鉱山、製造工場、建設業などで、固体を流水により運搬する水力輸送が利用されるようになってきており、この方面からも流水中の固体の移動速度や堆積せずに流送する流砂量が問題になってきている。これらの研究の第一歩として、我々は水路床の砂礫が1個の場合について、それが流水中で示す挙動について検討し、その移動速度と水量との関係を調べた。しかし、実際には河床の砂礫は群をなして移動しており、その場合についての検討が必要である。本文は、滑面水路における流砂の運動機構について検討して、新しく流砂量式を導き、過去の実験データと計算値とを比較して若干の考察を加えたものである。

#### 2. 資料

滑面水路における堆積限界の流砂量については、今までに発表されている岩垣、嶋、Pedroli、早田による全資料を用いた。それらの項目は次のようである。

|         | 試料   | 水中比重 $s$ | 粒 径 $d$                           | 勾 配 $I$                      |
|---------|------|----------|-----------------------------------|------------------------------|
| 岩垣      | 砂    | 1.65     | 0.13, 0.0885, 0.052, 0.028, 0.019 | 0.002, 0.005, 0.01, 0.0333   |
| 嶋       | "    | 1.65     | 0.0556, 0.0838, 0.2395            | 0.02, 0.01, 0.005, 0.0025    |
| Pedroli | "    | 1.70     | 0.26, 0.52, 0.85, 0.89, 1.11      | 0.00104, 0.005, 0.0075, 0.01 |
| 早田      | ステール | 4.49     | 0.046, 0.23, 0.7                  | 0.025, 0.0333                |

#### 3. 砂礫の運動機構

水路上の単位面積あたり  $n$  個の砂礫粒が移動しているときには、水路床に働く全抵抗  $P U_*^2$  は砂粒のうけり抵抗  $nD$  と流れによる摩擦抵抗  $P U_*^2$  とに分けられる。従って、流れを便宜上2つの層に分け、近似的に掃流層 ( $0 \leq y \leq d$ ) の流れは  $U_*$  に規定され、掃流層外側 ( $d \leq y \leq h$ ) の流れは  $U_*$  で規定されているものとする。この考えのもとに、河床における応力の平衡条件は

$$P U_*^2 = n \cdot D + P U_*^2, \quad P: \text{水の密度}, \quad U_*: \text{摩擦速度}$$

ここで、抵抗  $D$  は河床の動摩擦係数を  $\mu'$  として、 $D = \mu' (P_s - P) \frac{\pi}{6} d^3 g$ 、また、移動確率を  $P$  とすれば  $n = P / \frac{\pi}{4} d^2$  と表わせるから

$$U_*^2 = \frac{2}{3} \mu' s g d \cdot P + U_*^2, \quad s = (P_s - P) / P, \quad P_s: \text{砂の密度} \quad (1)$$

流速分布は、上述の考えから、滑面水路において

$$0 \leq y \leq d \quad \text{で} \quad \frac{U'}{U_*} = A_s + 5.75 \log_{10} \frac{U_* y}{\nu} \quad (2)$$

$d \leq y \leq h$  では従来 の 分布式

$$\frac{u}{u_*} = 5.75 \log_{10} \frac{y}{y_0}$$

(1)、(2)式より  $u'_*/u_*$ 、及  $h$  分割層 における流速  $u_0$  は

$$\frac{u'_*}{u_*} = \sqrt{1 - \frac{2}{3} \mu' \frac{sgd}{u_*^2} P} \quad , \quad \frac{u_0}{u'_*} = A'_s + 5.75 \log_{10} \frac{u'_* d}{\nu}$$

となるから、流速分布を  $y=d$  で接続せると、 $y>d$  における流速分布は次式 の ようになる。

$$\frac{u}{u_*} = \left( A'_s + 5.75 \log_{10} \frac{u'_* d}{\nu} \right) \sqrt{1 - \frac{2}{3} \mu' \frac{sgd}{u_*^2} P} + 5.75 \log_{10} \frac{y}{d} \quad (3)$$

ところで、平均流速を  $V$  とすれば、流速係数  $\varphi$  は、水深を  $h$  と、

$$\varphi \equiv \frac{V}{u_*} = \frac{1}{h} \int_0^h \frac{u}{u_*} dy = \frac{1}{h} \frac{u'_*}{u_*} \int_0^d \left( A'_s + \frac{1}{k} \log e \frac{u'_* y}{\nu} \right) dy + \frac{1}{h} \int_d^h \left( A'_s + \frac{1}{k} \log e d \right) dy$$

積分を計算して、常用対数に直し、掃除法の無次元表示式を用いれば、

$$\varphi = \left( A'_s + 5.75 \log_{10} \frac{u'_* d}{\nu} - 2.5 \frac{d}{h} \right) \sqrt{1 - \frac{2}{3} \mu' \frac{P}{u_*^2}} - 2.5 \left( 1 - \frac{d}{h} \right) + 5.75 \log_{10} \frac{h}{d}$$

従って、 $P$  と  $u$  との関係は次式で表わされる。

$$P = \frac{3}{2 \mu' u_*} \left[ 1 - \left\{ \frac{A'_s + 5.75 \log_{10} \frac{u'_* d}{\nu} - 2.5 d/h}{\varphi - 5.75 \log_{10} h/d + 2.5 (1-d/h)} \right\}^2 \right] \quad (4)$$

今、砂粒の移動速度を  $u_B$  とすると、単位時間、単位幅  $b$  の流砂量  $q_B$  は次式で与えられる。

$$q_B = n \cdot u_B \cdot \frac{\pi}{6} d^3$$

$u_B$  としては、 $\sigma$  1 個で導いた球  $\sigma$  1 個の場合の移動速度式において、球に働く揚力、及びマダナス効果を見捨てる、簡単に、

$$\frac{u_B}{u} = 1 - \sqrt{\frac{4}{3} \frac{\mu'}{C_D} \frac{sgd}{u^2}} \quad , \quad C_D: \text{球の抵抗係数}$$

と表わす。従って、

$$\frac{q_B}{u_* d} = \frac{2}{3} P \cdot \varphi' \left( 1 - \sqrt{\frac{4}{3} \frac{\mu'}{C_D} \frac{sgd}{u^2}} \right) \quad , \quad \text{ここに、} \varphi' = \frac{u}{u_*} = \frac{u}{u'_*} \frac{u'_*}{u_*} = \frac{u'_*}{u_*} \left( A'_s + 5.75 \log_{10} \frac{u'_* d}{\nu} \right)$$

さらに、

$$\frac{u^2}{sgd} = \frac{u_*^2}{sgd} \left( \frac{u}{u_*} \right)^2 = \frac{u_*^2}{sgd} \varphi'^2 \quad , \quad \frac{u'_* d}{\nu} = \frac{u_* d}{\nu} \frac{u'_*}{u_*} = \frac{u_* d}{\nu} \sqrt{1 - \frac{2}{3} \mu' \frac{P}{u_*^2}}$$

と変形して、

$$\frac{q_B}{u_* d} = \frac{2}{3} P \cdot \sqrt{1 - \frac{2}{3} \mu' \frac{P}{u_*^2}} \left\{ A'_s + 5.75 \log_{10} \left( \frac{u_* d}{\nu} \sqrt{1 - \frac{2}{3} \mu' \frac{P}{u_*^2}} \right) \right\} \left\{ 1 - \sqrt{\frac{4}{3} \frac{\mu'}{C_D} \frac{1}{\varphi'^2}} \right\} \quad (5)$$

を得る。上式の計算にあたっては、 $\sigma$  1 個の結果を基に、 $C_D = 1.0$ 、 $\mu' = 0.3$  の値を用いる。更らに、流速係数  $\varphi$  は、Pedroli の実験式を用いて、以下に示す方法で計算したものである。

$$\sqrt{\frac{I}{f}} = -2 \log_{10} \frac{d}{R_s} \left( \frac{1}{2} \frac{k}{d} + \frac{18.7}{\sqrt{8.4 d u_* / \nu}} \right) \frac{1}{7.4}$$

$$\frac{k}{d} = 0.444 \sqrt{\frac{\gamma R_s I}{\gamma_s d}} = 0.444 \sqrt{\frac{\gamma \cdot S}{\gamma_s}} \cdot \sqrt{I}$$

従て、

$$\varphi = \sqrt{\frac{8}{f}} = -5.66 \log_{10} \frac{d}{R_s} \left( 0.0182 \sqrt{S} \sqrt{I} + 0.223 \frac{\nu}{d \sqrt{S g d} \sqrt{I}} \right)$$

なる式を用いれば、 $\varphi$ も計算することができる。

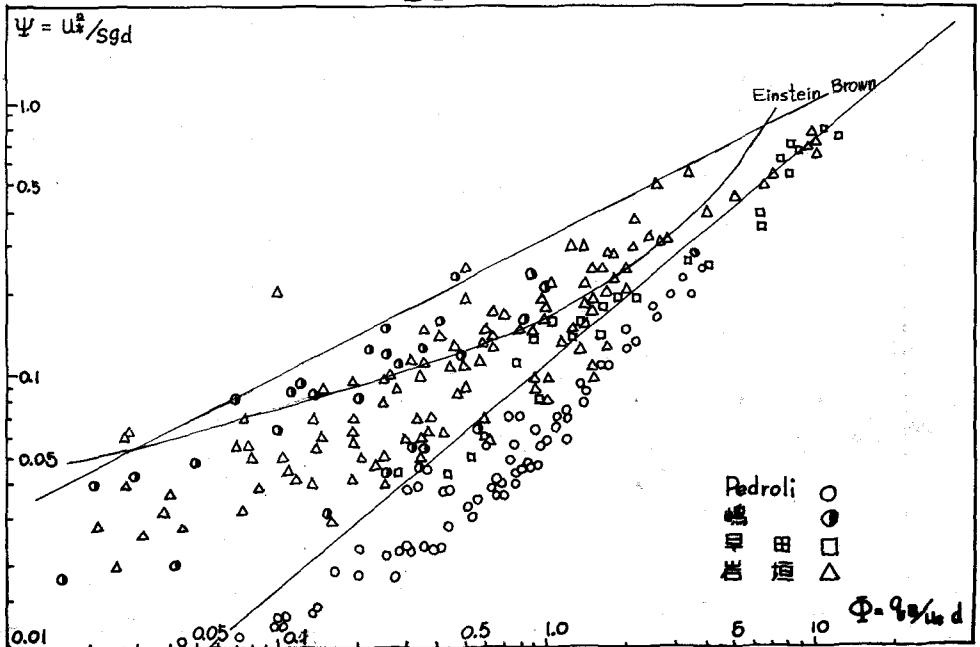
#### 4. 考察

水路底が砂粒で構成された移動床水路における流砂量は、流砂量の強度 $\varphi$ と掃流力の無次元表示との関数として表示され、代表的な式としては、Brown<sup>20</sup>やEinsteinの式、土研式などがよく知られている。一方、滑面水路に堆積せずに流送される限界の流砂量についての前述の実験による実験結果を $\varphi \sim \psi$ に点描するとき、図-Iで明らかのように、一般に、流砂量は移動床より大きく、その差は粒径 $d$ が大きい程、また、勾配 $I$ が小さい程著しい事が知られている。

同式によれば、 $u_* d / \nu = 4^{1/2} \cdot \sqrt{S g d} / \nu$ に変換され、 $k/d = 4 \cdot \frac{S}{I}$ であるから、 $\varphi$ は $\psi$ のほかに $S/I$   $\sqrt{S g d^3} / \nu$ のパラメーターとして含み、上述の実験結果を裏付けしている。 $S, \alpha, \nu$ はほぼ一定であるから、滑面水路においては、 $d$ 及び $I$ を与えて、 $\varphi$ と $\psi$ との関係を計算しなければならぬ、実験と計算との比較も $\varphi \sim \psi$ などで検討する事はできない。

計算の結果は図-IIに示すように、実験値と計算値は左下の散点を除けば割合よく合っている。特にPedroliの実験値についてはかなりよく合う。これは、前に述べたように、計算過程でPedroliの実験式を用いたためであろう。

図-I



岩垣の実験値についてみると、Pedroliの実験値とほぼ平行で、やや小さくなっているが、(4)式において、 $P$ は $\mu'$ に逆比例し、かつ(5)式において、 $g_0/u_{*d}$ は $P$ に比例しているから、岩垣の場合は、ここで用いた $\mu'=0.3$ が実際にはもっと小さい値であることが予想される。従って、特に、Pedroliの場合には、 $\mu'$ が0.3にかなり近い値であったのであろう。相対粗度 $k$ については、Pedroliのものを岩垣らの場合に用いるのは問題があるし、その影響については、今後検討する必要がある。図-IIにあらわれているばらつきに影響を与えるパラメーターとしては、相対粗度 $k$ 、動摩係数 $\mu'$ 、抵抗係数 $C_D$ があげられるが、限界掃流力の近くでは、(5)式から明らかのように、この $\mu'$ と $C_D$ の誤差の影響が重なり、強く効いてくる。図の左下の部分で、特にばらつきが大きくなっているのはこのためであると思われる。また、掃流力の大きいところでは、清選砂が入って来るために、最初の仮定が成立せず、従って、その付近においては(5)式も適用できない。

## 5. あとがき

以上、滑面水路においては、第3節に述べたような考え方から出発して一流砂量式を提案したが、終局的には、粗面水路における流砂量も検討する必要がある、この問題は今後の大きな課題である。尚、本文における計算は試算によって行われたものであることを付け加えておく。

図-II

