

九州大学 正員 山崎 徳也

学生員 後藤 恵之輔

学生員 木下 紀男

1. 序 著者らは前二報⁽²⁾で複素変数法による有孔ばりの孔縁応力解析法を提示したが、これを適用すれば未だ耐荷力が未知で十分な安全度のもとに使用されているキャストレーテッドビームの孔縁応力状態に関して、一つの定量的データを与えうる。一方、キャストレーテッドビームのもとも経済的な設計とは、所要の桁高を有しかつ、材材の桁高を最小にする設計であり、したがって、最適孔形状とは、孔縁に発生する最大応力を使用材料の許容応力以下とするににより、この設計を可能とする孔形状であるといえる。本論は、以上のことを考慮して複素変数法により六角形孔を有するキャストレーテッドビームの最適孔形状を論ずるものである。なお、荷重状態としては、スパン中央に集中荷重が作用する場合と、等分布荷重を満載する場合とを考へることとする。

2. 写像函数および孔縁応力式 図-1に示すごとく Z面上の原点に中心を有する隅を丸めた六角形を Z面上の単位円に写像し、かつ六角形の外部を単位円の外部に写像する函数は、文献(1)より $A, B, C, \dots$ を実数係数として次式で与えられる。

$$Z = A\zeta + \frac{B}{\zeta} + \frac{C}{\zeta^3} + \frac{D}{\zeta^5} + \frac{E}{\zeta^7} + \dots \text{(有限)} \quad (1)$$

式(1)中の係数について本論では 11 個の値 $A \sim K$ を決定し、孔縁応力の計算には簡単なため 6 個の値 $A \sim F$ を用いた。

式(1)の写像函数を用いて任意形孔をもつ I 型単純ばりがスパン中央に集中荷重をうける場合(図-2(a))の孔縁応力は次式で表わされる。

$$J_0 \left[\frac{(\sigma_\theta)_{\theta=0}}{E y_0 / I} \right] = -\frac{A}{12} \left[\frac{1}{y_0} (B_1 \sin \beta + B_3 \sin 3\beta + B_5 \sin 5\beta + B_7 \sin 7\beta + B_9 \sin 9\beta + B_{11} \sin 11\beta) \right. \\ \left. + \frac{1}{2y_0} (B_2 \sin 2\beta + B_4 \sin 4\beta + B_6 \sin 6\beta + B_8 \sin 8\beta + B_{10} \sin 10\beta + B_{12} \sin 12\beta) \right] \quad (2)$$

ここに $(\sigma_\theta)_{\theta=0}$ は所要の孔縁応力で y_0 : 長さの次元をもつ一定量、 l : $1/2$ スパン、 u : スパン中央より孔中心までの距離、 I : もとの孔がない I 型ばりの断面二次モーメント、 $B_1, B_2, \dots, J_0$ は文献(1)参照。

また、満載等分布荷重をうける場合(図-2(b))には孔縁応力は次式となる。

$$J_0 \left[\frac{(\sigma_\theta)_{\theta=0}}{E y_0^3 / I} \right] = \frac{A}{60} \left(\frac{C^*}{y_0} \right)^3 (A_0 + B_2 \cos 2\beta + B_4 \cos 4\beta + B_6 \cos 6\beta + B_8 \cos 8\beta + B_{10} \cos 10\beta) \\ + \frac{A}{60} \left(\frac{u}{y_0} \right) \left(\frac{C^*}{y_0} \right)^2 (A_2 \sin 2\beta + A_4 \sin 4\beta + A_6 \sin 6\beta + A_8 \sin 8\beta) \\ + \frac{A}{60} \left(\frac{1}{y_0} \right) \left(\frac{C^*}{y_0} \right) (A_1 \sin \beta + A_3 \sin 3\beta + A_5 \sin 5\beta + A_7 \sin 7\beta + A_9 \sin 9\beta + A_{11} \sin 11\beta) \quad (3)$$

ここに C^* は $C^* = R^2 (1 + 2b t_f / t_w h)$ で与えられるもので、 $A_0, A_1, \dots, B_2, B_4, \dots$ は文献(2)参照。

3. 計算例および考察 六角形孔の形状は傾斜辺の角度 θ および孔の高さと幅の比 $\lambda = d/b$ によって規定されるため、これらの変化による孔縁応力の載重は特性を知るためには広範囲にわたる θ と λ の組み合わせについて応力を計算しなければならない。しかし、ここではよく用いられている正六角形孔 ($\theta = 60^\circ, \lambda = \sqrt{3}/2$) を中心として、 $\theta = 50^\circ \sim 70^\circ$ (1° 刻み)、 $\lambda = 0.5 \sim 1.0$ (0.05 刻み) の範囲で孔縁応力を算定し、孔縁応力の分布例として正六角形孔の場合を中央集中荷重については図-3に、満載等分布荷重については図-4に示した。孔縁の最大応力 $[(\sigma_\theta)_{\theta=0}]_{\max}$ を各孔の位置について θ, λ を変数としてプロットすれば、中央集中

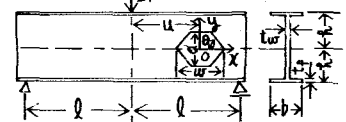
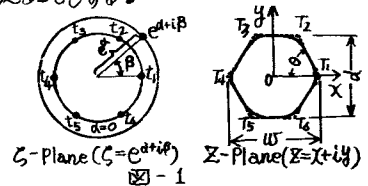


図-2(a)

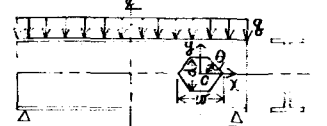


図-2(b)

荷重の場合には 図5～図7, 満載等分布荷重の場合には 図8～図10 のようになる。なお、隅半径は $r = r/a = 0.06$ とし、スパンや断面に関して $l/a = 35$, $r/a = 0.866$, $b t_f / t_w R = 4.575$ を用いた。

(1) 中央集中荷重の場合 図-3 および 図-5～図-7 より容易に判断されるごとく、 u/l の値すなわち孔の位置の如何にかかわらず、孔縁の応力分布および最大孔縁応力は同一傾向を示すゆえ、 $u/l = 0.52$ すなわち曲げモーメントおよびせん断力が一般的に作用する場合について考察を述べる。

i) 孔縁応力の分布状態として 孔のほぼ平行辺部分($\beta = 50^\circ \sim 130^\circ$)に圧縮応力が、傾斜辺部分($\beta = 0^\circ \sim 50^\circ, 130^\circ \sim 180^\circ$)に引張応力が発生する。

ii) 引張応力の最大値は、圧縮応力のそれよりも常に小さい。よって、最適孔形状決定には考慮する必要はない。

iii) 問題となる圧縮応力の最大値は θ が大きく、 λ が小さいほどいさな値をとる。この場合、 θ の最大値におおむね影響が、 $\theta = 60^\circ$ から 70° の変化に対して数%と極めて小さいものであるのに比して、 λ の影響は λ 値の増減の割合とおおむね等しいほどに大きなものである。

(2) 満載等分布荷重の場合 図-4 および 図8～図10 を参照すれば、中央集中荷重の場合と異って、孔縁の応力分布および孔縁の最大応力は u/l の値すなわち孔の位置により大きな差異を生ずることが認められる。したがって、各 u/l の値について考察を述べることにする。

(a) $u/l = 0$: 曲げモーメントのみが作用する荷重場に孔がある場合

i) 孔縁の応力分布は $\beta = 90^\circ$ に関して完全な対称性を呈し、圧縮応力および引張応力の生ずる位置は、中央集中荷重の場合とほぼ同様である。

ii) 引張応力の最大値は、圧縮応力のそれに比較して常に小さく $1/4$ 前後

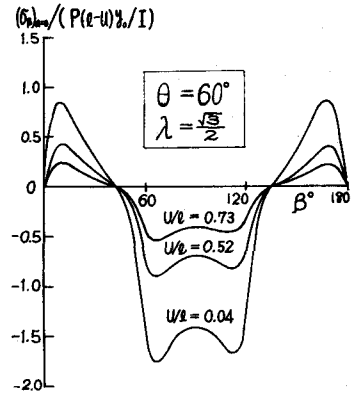


図-3 中央集中荷重の場合

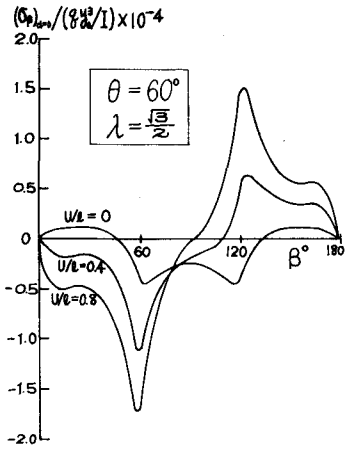
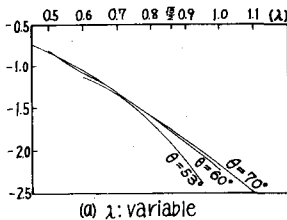
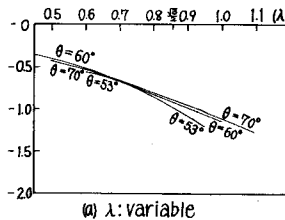


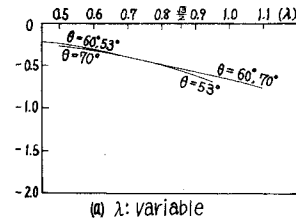
図-4 満載等分布荷重の場合



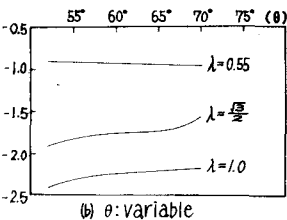
(a) λ : variable



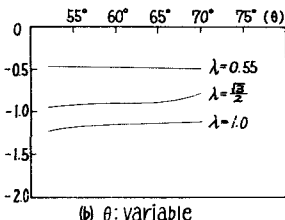
(a) λ : variable



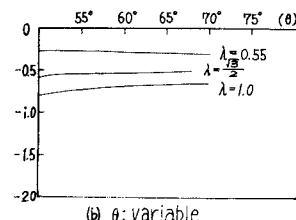
(a) λ : variable



(b) θ : variable



(b) θ : variable



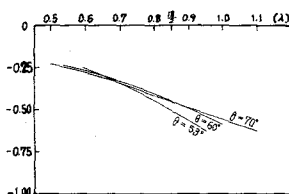
(b) θ : variable

図-5 $u/l = 0.04$ (中央集中荷重の場合)

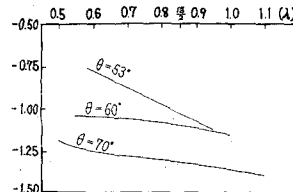
図-6 $u/l = 0.52$ (中央集中荷重の場合)

図-7 $u/l = 0.73$ (中央集中荷重の場合)

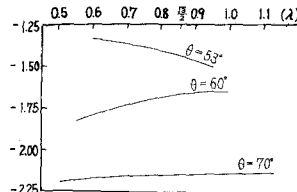
< 図-5～図-7 の縦座標は $(\sigma_y)_{\max} / (P(l-u)/I)$ >



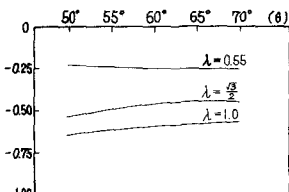
(a) λ : variable



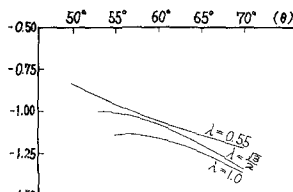
(a) λ : variable



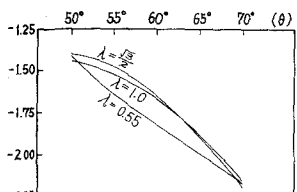
(a) λ : variable



(b) θ : variable



(b) θ : variable



(b) θ : variable

図-8 $u/l=0$ (満載等分布荷重の場合)

図-9 $u/l=0.4$ (満載等分布荷重の場合)

図-10 $u/l=0.8$ (満載等分布荷重の場合)

＜図-8～図-10の縦座標は $[(\sigma_p/\sigma_0)_{\max}/(8\gamma^2/I)] \times 10^{-4}$ の値である。したがって中央集中荷重の場合と同様に最適孔形状決定の際には考慮しておく。

ⅲ) θ の最大圧縮応力におよぼす影響は極めて小さい。図中に、 $\theta=70^\circ$ では $\theta=60^\circ$ のときと比べて数%の減少のみ、 $\theta=50^\circ$ では 10% 前後の増加をみるにすぎない。

ⅳ) λ に関しては、その影響はかなり大きく、 $\lambda=1.0$ のとき $\lambda=\sqrt{3}/2$ の場合より 25～30% の増加とみ、 $\lambda=0.55$ では 50% の減少をみる。

(b) $u/l=0.4$: 曲げモーメント およびせん断力が一般的に作用する荷重場に孔が存在する場合

i) 孔縁の応力分布は $\beta=0^\circ \sim 110^\circ$ で圧縮、 $\beta=110^\circ \sim 180^\circ$ で引張の状態となる。

ii) 引張応力の最大値は、圧縮応力のそれに比べて小さいが、その場合は $u/l=0$ のときよりも大きい。

iii) 圧縮応力の最大値は θ が小さいほど大きくなるが、その変化は $u/l=0$ の場合よりも大きく、 θ が 60° から 70° に増加するにたいして、最大応力は 20% 程度の増加を示す。

iv) λ の最大圧縮応力に及ぼす影響は、 $u/l=0$ のときよりもかなり小さい。

(c) $u/l=0.8$: せん断力が卓越する荷重場に孔が存在する場合

i) 孔縁の応力分布は $\beta=90^\circ$ 近傍に関してはほぼ逆対称で $\beta < 90^\circ$ では圧縮応力が $\beta > 90^\circ$ では引張応力が発生する。

ii) 孔縁応力の最大値は $u/l=0$ および $u/l=0.4$ のときと異なり、圧縮応力のそれとほぼ同一傾向を示す。

iii) θ が最大圧縮応力におよぼす影響は $u/l=0$ 、 $u/l=0.4$ のときにくらべてもつと顕著であり、 θ が 60° から 70° に変化するのに対して、圧縮応力の最大値は 20～30% の増加を示す。

iv) λ に関しては、その影響は $u/l=0$ のときおよび $u/l=0.4$ のときと比べてもつと小さい。

以上 (a) (b) (c) の考察より 次のことがいえる。

i) u/l が 0 より 0.8 にすなわち孔の位置がスパン中央より支点に近づくにしたがって、最大孔縁応力の値は大きくなり、また孔がスパン中央部にあるとき圧縮応力に比べて小さい引張応力も孔が支点に近づくとともに、大きな値となり圧縮応力とほぼ同じ大きさとなる。

ii) 傾斜辺の角度 θ の最大圧縮応力におよぼす影響は、孔が支点に近づくとともに顕著となる。したがって曲げモーメントが卓越するときキャスト・レッド・ビームにおいては θ の大きさは比較的自由に与えるが、せん断力が

卓越する場合には θ が小さいほど応力集中を小さくすることができる。

iii) 孔の高さと幅の比 λ の影響は、孔が交点に近づくにつれて小さくなるものとなる。よって曲げモーメントが卓越するごときキャスト・レーディングでは、 λ が小さいほど有利であるが、せん断力が卓越する場合には、 λ は比較的自由に選べる。

4. 最適孔形状の決定について 上記の考察より $\theta = 50 \sim 70^\circ$, $\lambda = 0.5 \sim 1.0$ の範囲で、孔縁応力の特性をほぼ知る事ができ、また孔形状が正六角形に近い場合には、本論にとりあげた三つの代表的な荷重場について孔形状の有利・不利を論ずることができる。

序文に述べたごとく最適孔形状として選ばれるものは、最小の原材で済む、換言すれば孔縁に発生する最大応力と使用材の許容応力とが等しい最大の λ とすることのできるものであるが、孔縁の最大応力は荷重状態および桁高によって異なることから、あらゆる場合に適応する最適孔形状は一概に決定されるものではなく、与えられた荷重状態や桁高に応じて適宜決定されるべきではない。この便宜のために、計算範囲とさらに拡張して次のグラフと準備しておけば、各荷重状態に応じて理論的にもっとも有利な孔形状を定めることができる。

すなわち、必要の原材の桁高 r_0 と切込み深さ λ とを同時に見出すために、 r_0/λ を横軸にし θ を助変数として最大孔縁応力の無次元値をプロットしたものがそれである(例之ば図-11)。このグラフにおいて縦軸の最大孔縁応力と、使用材の許容応力 σ_{sa} と式(4)で無次元化した値 σ_{sa}^* とが一致すれば、最小の r_0/λ すなわち原材の桁高が最も小さく切込み深さのもっとも大きな値を与える助変数 θ を見出すことができる。

$$\sigma_{sa}^* = \begin{cases} \text{中央集中荷重の場合} & \frac{\sigma_{sa}}{P(1-\lambda)/4I} \\ \text{満載等分荷重の場合} & \frac{\sigma_{sa}}{8\lambda^3/I} \end{cases} \quad \dots\dots (4)$$

なお r_0/λ は各 λ に応じて次式より計算される。(図-12参照)

$$\frac{r_0}{\lambda} = \frac{r_0}{\lambda} - \frac{1}{2}\omega \quad \dots\dots (5)$$

ここに、 r_0 : 所要の桁高

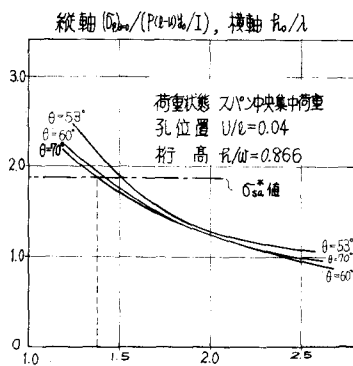
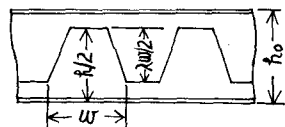


図-11 最も有利な r_0/λ , θ を与える例



$$r_0 = r_0 + \lambda\omega/2$$

図-12 所要桁高と原材桁高の関係

5. 結語 本論から知るに、最適孔形状は荷重状態と所要の桁高とによって決まる相対的な性格をもつものである。実際には孔の高さは最初から与えられている場合が多く、最適孔形状に関する問題は、傾斜辺の角度をいくらに選ぶかという問題に解消されているが、本論はこの問題にも正しい解答を与えるものである。

なお、次の課題としていかなる所要の桁高にも応ずることができ、かつ隣接孔の影響をも考慮した孔縁応力式の改良が考えられ、これについては目下研究進行中で後日発表の予定である。最後に、本研究には文部省科学研究費の補助をうけ、数値計算には本学電子計算機 OKITAC-5070H によることを付記する。

参考文献 ①山崎・後藤・川島：非正六角形孔を有する I 型単純梁の孔縁応力，第 23 回土木学会年次学術講演会講演概要，昭和 43 年 10 月。

②山崎・後藤・川島：非正八角形孔を有する I 型梁の孔縁応力，昭和 43 年度土木学会西部支部研究発表会論文集，昭和 44 年 2 月。