

九州大学 正 員 山崎徳也
長崎大学 正 員 榑木武
九州大学 学生員 ○高橋和雄

1. 緒言 周辺が壁体などで支持され、また中間で弾性ばり、隔壁あるいは柱にて支持されている矩形板すなわち連続無梁板構造は、土木・建築などの各分野において広く利用されているが、かかる構造物を厳密に解くことは経済的かつ合理的設計を確立するうえから極めて重要であることは当然である。著者は先に板周辺が単純支持され、かつ中間で任意に配列された柱で支持される無梁板および一方向連続板の応力法による解法をそれぞれ別独立に発表し、²¹⁾ 既往の諸研究よりもはるかに広汎な構造形式の板構造を解析可能ならしめたが、さらに拡張応用すれば、連続板と無梁板とが合体した連続無梁板の解法も可能である。すなわち、本研究は矩形板がその周辺で単純支持され、かつ中間で柱および弾性ばりなどにて支持される連続無梁板構造の応力法による解法を提示するものである。

2. 解法 (1) 板の弾性曲面 図-1に示すごとく板ACDBは周辺で単純支持され、かつ中間にて柱および辺AB、と辺CD間を結ぶ弾性ばりで支持されているものとする。図示のごとく、直交座標系 (x, y, z) を導入し、また各柱に番号11, 12, ..., 1S, 21, 22, ..., 2S, ..., if, ..., r1, r2, ..., rS, 各弾性ばりに番号1, 2, ..., f, ..., tと付す。一般に柱 ij の座標値を (α_i, β_j) とし、任意垂直荷重 $p(x, y)$ が板に作用するとき、板から柱へ伝えられる垂直反力と R_{ij} 、 x, y 方向の反力モーメントを M_{ij}^x, M_{ij}^y とし、これらを二重正弦フーリエ級数に展開すれば、それぞれ次のごとくえられる。

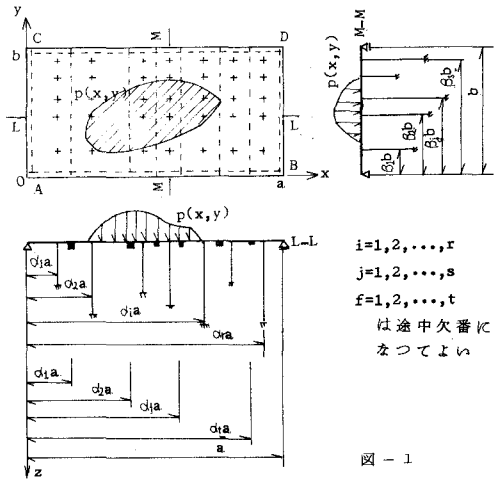


図-1

$$\left. \begin{aligned} R_{ij} &= \frac{4}{ab} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} R_{ij} \Gamma_{ij}(m, n) \sin m\alpha_i \sin n\beta_j \sin m\pi x \sin n\pi y \\ M_{ij}^x &= \frac{4}{ab} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{a}{\pi} M_{ij}^x \Gamma_{ij}^x(m, n) \cos m\alpha_i \sin n\beta_j \sin m\pi x \sin n\pi y \\ M_{ij}^y &= \frac{4}{ab} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{b}{\pi} M_{ij}^y \Gamma_{ij}^y(m, n) \sin m\alpha_i \cos n\beta_j \sin m\pi x \sin n\pi y \end{aligned} \right\} \quad (1) \quad \begin{aligned} i &= 1, 2, \dots, r, \quad j = 1, 2, \dots, S \\ \alpha_m &= m\pi/a, \quad \beta_n = n\pi/b \end{aligned}$$

$$\Gamma_{ij}(m, n) = \sin m\alpha_i \sin n\beta_j / (\pi^2 u_i v_j m n), \quad \Gamma_{ij}^x(m, n) = 3 \{ \sin m\alpha_i / (m\pi u_i) - \cos m\alpha_i \} \sin n\beta_j / (\pi^2 u_i^2 v_j m n)$$

$$\Gamma_{ij}^y(m, n) = 3 \{ \sin n\beta_j / (n\pi v_j) - \cos n\beta_j \} \sin m\alpha_i / (\pi^2 u_i v_j^2 m n), \quad a, b: \text{板の} x \text{ 方向辺長, } y \text{ 方向辺長}$$

$2u_i, 2v_j$: 柱 ij の断面の x 方向中長, y 方向中長, $\{\}$ は級数展開を意味し, $[FL^2]$ なる次元をもつ。

同様に、任意の弾性ばり f の座標値を (α_f, y) とし、板から弾性ばりに伝えられる垂直反力と V_f 、 x 方向の反力モーメントを M_f とすれば、これらは一般に y の関数であるゆえ無限級数を用いて次のごとく仮定する。

$$V_f = \sum_{n=1}^{\infty} V_{fn} \sin \beta_n y, \quad M_f = \sum_{n=1}^{\infty} M_{fn} \sin \beta_n y \quad (2)$$

式(2)を二重正弦フーリエ級数に展開すれば、次式をうる。

$$\{V_f\} = \frac{2}{a} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} V_{fn} \Gamma_{fm} \sin m\alpha_f \sin m\pi x \sin \beta_n y, \quad \{M_f\} = \frac{2}{a} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\pi}{a} M_{fn} \Gamma_{fm}^x \cos m\alpha_f \sin m\pi x \sin \beta_n y \quad (3)$$

ここに、 $i=1, 2, \dots, t$, $\Gamma_{lm} = \sin m\pi\delta_l / (n\delta_l m)$, $\Gamma_{lm}^* = 3\{\sin m\pi\delta_l / (m\pi\delta_l) - \cos m\pi\delta_l / (\pi^2\delta_l^2 m)\}$, $2\delta a$: 弾性は 1 の全荷重並重垂直荷重 $P(x, y)$ の他に、各柱および弾性は 1 の垂直反力、反力モーメントと各荷重とを併せし、これら荷重の総和を求めれば、板に作用する全荷重 $q(x, y)$ が次のごとく与えられる。

$$\psi(x, y) = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} T_{mn} \sin \alpha_m x \sin \beta_n y \quad (4)$$

$$\begin{aligned} \text{ここに、} T_{mn} = F_{mn} - \frac{4}{a^2} \sum_{l=1}^t \sum_{j=1}^s \left(R_{lj} \Gamma_{lm} \sin m\pi\delta_l \sin n\pi\delta_j - \frac{\pi}{a} M_{lj}^* \Gamma_{lm}^* \cos m\pi\delta_l \sin n\pi\delta_j - \frac{\pi}{a} M_{lj}^* \Gamma_{lm}^* \sin m\pi\delta_l \cos n\pi\delta_j \right) \\ - \frac{2}{a} \sum_{l=1}^t (V_{ln} \Gamma_{lm} \sin m\pi\delta_l - \frac{\pi}{a} M_{ln} \Gamma_{lm}^* \cos m\pi\delta_l), \quad F_{mn} = \frac{4}{a^2} \int_0^a \int_0^b P(x, y) \sin \alpha_m x \sin \beta_n y \, dy \, dx \end{aligned}$$

本題の矩形板は周辺で単純支持されているが、式(4)の荷重を受ける板のたわみ w は次のとき簡単な式で与えられる。

$$w = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} G_{mn} \sin \alpha_m x \sin \beta_n y \quad (5) \quad \text{ここに、} G_{mn} = T_{mn} / [D(\alpha_m^2 + \beta_n^2)], \quad D: \text{板剛度}(Eh^3 / [12(1-\nu^2)])$$

E : 板の弾性係数, h : 板厚, ν : 板のポアソン比

(2) 基本連立方程式の誘導 板と直結する柱の垂直変位を d_{kl} , x 方向のたわみ角を Θ_{kl}^x , y 方向のたわみ角を Θ_{kl}^y とすれば、これは板における同じ点のたわみおよびたわみ角と等しくなければならぬことより、次のとき一連の変形条件式をうる。

$$w(d_{kl}, \beta_{kl}) = -d_{kl}, \quad \partial w(d_{kl}, \beta_{kl}) / \partial x = \Theta_{kl}^x, \quad \partial w(d_{kl}, \beta_{kl}) / \partial y = \Theta_{kl}^y, \quad k=1, 2, \dots, r; \quad l=1, 2, \dots, s \quad (6)$$

同様に、弾性は 1 の g における垂直変位 $z_g(y)$, x 方向のたわみ角を $\varphi_g^x(y)$ とすれば、これらと板の諸変位との間に次の関係が成立する。

$$w(d_{g0}, y) = -z_g(y), \quad \partial w(d_{g0}, y) / \partial x = \varphi_g^x(y), \quad g=1, 2, \dots, t \quad (7)$$

他方、中間において力 V_g および捩りモーメント M_g が作用し、また両端において曲げモーメント M_g^1 , M_g^2 が作用するとき g のたわみ曲線 $z_g(y)$ および捩れ角曲線 $\varphi_g^x(y)$ は次式で与えられる。

$$z_g(y) = \frac{1}{EI_g} \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{n\pi} \right) \left(V_g n + \frac{2M_g^1}{\pi} + \frac{2M_g^2}{\pi} \right) \sin \beta_n y, \quad \varphi_g^x(y) = \frac{1}{GI_g} \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{n\pi} \right) M_{gn} \sin \beta_n y \quad (8)$$

ここに g : はり g の部材長, EI_g : はり g の曲げ剛性, GI_g : はり g の捩り剛性, また、はりの両端は曲げに対して単純支持、捩りに対して固定とする。

式(5)およびその偏微分形を式(6), (7)に代入し、さらに式(8)の関係をを用うれば、本題の連続無梁板に関する基本連立方程式の一部が次のごとく算定される。

$$\left. \begin{aligned} \sum_{l=1}^t \sum_{j=1}^s \left(R_{lj} D_{lj}^{kl} - \frac{\pi}{a} M_{lj}^* D_{lj}^{kl} - \frac{\pi}{a} M_{lj}^* D_{lj}^{kl} \right) + \frac{4}{a^2} \sum_{l=1}^t \sum_{j=1}^s (V_{ln} D_{ln}^{kl} - \frac{\pi}{a} M_{ln} D_{ln}^{kl}) &= \frac{\alpha_k^2}{4} (D^{kl} + D \pi^2 d_{kl}) \\ \sum_{l=1}^t \sum_{j=1}^s \left(R_{lj} E_{lj}^{kl} - \frac{\pi}{a} M_{lj}^* E_{lj}^{kl} - \frac{\pi}{a} M_{lj}^* E_{lj}^{kl} \right) + \frac{4}{a^2} \sum_{l=1}^t \sum_{j=1}^s (V_{ln} E_{ln}^{kl} - \frac{\pi}{a} M_{ln} E_{ln}^{kl}) &= \frac{\alpha_k^2}{4} (E^{kl} - D \pi^2 \Theta_{kl}^x) \\ \sum_{l=1}^t \sum_{j=1}^s \left(R_{lj} F_{lj}^{kl} - \frac{\pi}{a} M_{lj}^* F_{lj}^{kl} - \frac{\pi}{a} M_{lj}^* F_{lj}^{kl} \right) + \frac{4}{a^2} \sum_{l=1}^t \sum_{j=1}^s (V_{ln} F_{ln}^{kl} - \frac{\pi}{a} M_{ln} F_{ln}^{kl}) &= \frac{\alpha_k^2}{4} (F^{kl} - D \pi^2 \Theta_{kl}^y) \\ \sum_{l=1}^t \sum_{j=1}^s \left(R_{lj} G_{lj}^{km} - \frac{\pi}{a} M_{lj}^* G_{lj}^{km} - \frac{\pi}{a} M_{lj}^* G_{lj}^{km} \right) + \frac{4}{a^2} \sum_{l=1}^t \sum_{j=1}^s (V_{ln} G_{ln}^{km} - \frac{\pi}{a} M_{ln} G_{ln}^{km}) + \frac{4}{a^2} V_g G_n^k &= \frac{\alpha_k^2}{4} G_n^k \\ &+ \frac{4}{a^2} \frac{M_g^1}{a} S_n^k + \frac{4}{a^2} \frac{M_g^2}{a} S_n^k = \frac{\alpha_k^2}{4} G_n^k \\ \sum_{l=1}^t \sum_{j=1}^s \left(R_{lj} H_{lj}^{km} - \frac{\pi}{a} M_{lj}^* H_{lj}^{km} - \frac{\pi}{a} M_{lj}^* H_{lj}^{km} \right) + \frac{4}{a^2} \sum_{l=1}^t \sum_{j=1}^s (V_{ln} H_{ln}^{km} - \frac{\pi}{a} M_{ln} H_{ln}^{km}) - \frac{4}{a^2} M_{gn} H_n^k &= \frac{\alpha_k^2}{4} H_n^k \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

ここに $k=1, 2, \dots, r; \quad l=1, 2, \dots, s; \quad g=1, 2, \dots, t; \quad n=1, 2, \dots$

$$\begin{aligned} D_{lj}^{kl} &= \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\Gamma_{lm} \Gamma_{jn}}{m n K_{mn}} \sin m\pi\delta_l \sin n\pi\delta_j \sin m\pi\delta_k \sin n\pi\delta_l \\ D_{lj}^{kl} &= \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\Gamma_{lm} \Gamma_{jn}}{m n K_{mn}} \cos m\pi\delta_l \sin n\pi\delta_j \sin m\pi\delta_k \sin n\pi\delta_l \\ D_{lj}^{kl} &= \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\Gamma_{lm} \Gamma_{jn}}{m n K_{mn}} \sin m\pi\delta_l \cos n\pi\delta_j \sin m\pi\delta_k \sin n\pi\delta_l \\ D_{lj}^{kl} &= \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\Gamma_{lm} \Gamma_{jn}}{m n K_{mn}} \sin m\pi\delta_l \sin n\pi\delta_j \cos m\pi\delta_k \sin n\pi\delta_l \\ D_{lj}^{kl} &= \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\Gamma_{lm} \Gamma_{jn}}{m n K_{mn}} \sin m\pi\delta_l \sin n\pi\delta_j \sin m\pi\delta_k \cos n\pi\delta_l \\ D_{lj}^{kl} &= \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\Gamma_{lm} \Gamma_{jn}}{m n K_{mn}} \cos m\pi\delta_l \sin n\pi\delta_j \sin m\pi\delta_k \sin n\pi\delta_l \\ D_{lj}^{kl} &= \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\Gamma_{lm} \Gamma_{jn}}{m n K_{mn}} \cos m\pi\delta_l \sin n\pi\delta_j \cos m\pi\delta_k \sin n\pi\delta_l \\ D_{lj}^{kl} &= \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\Gamma_{lm} \Gamma_{jn}}{m n K_{mn}} \sin m\pi\delta_l \cos n\pi\delta_j \cos m\pi\delta_k \sin n\pi\delta_l \\ D_{lj}^{kl} &= \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\Gamma_{lm} \Gamma_{jn}}{m n K_{mn}} \sin m\pi\delta_l \sin n\pi\delta_j \cos m\pi\delta_k \cos n\pi\delta_l \\ D_{lj}^{kl} &= \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\Gamma_{lm} \Gamma_{jn}}{m n K_{mn}} \cos m\pi\delta_l \sin n\pi\delta_j \cos m\pi\delta_k \cos n\pi\delta_l \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
F_{11}^{ee} &= \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{f_{11}(m,n)}{m K_{mn}} \sin m\pi d_1 \sin n\pi \beta_j \sin m\pi d_2 \cos n\pi \beta_e \\
F_{21}^{ee} &= \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{f_{21}(m,n)}{m K_{mn}} \cos m\pi d_1 \sin n\pi \beta_j \sin m\pi d_2 \cos n\pi \beta_e \\
F_{31}^{ee} &= \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{f_{31}(m,n)}{m K_{mn}} \sin m\pi d_1 \cos n\pi \beta_j \sin m\pi d_2 \cos n\pi \beta_e \\
F_{41}^{ee} &= \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{f_{41}(m,n)}{m K_{mn}} \sin m\pi d_1 \sin m\pi d_2 \cos n\pi \beta_e \\
F_{21}^{ee} &= \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{f_{21}(m,n)}{m K_{mn}} \cos m\pi d_1 \sin m\pi d_2 \cos n\pi \beta_e \\
G_{11}^{ee} &= \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{f_{11}(m,n)}{m n K_{mn}} \sin m\pi d_1 \sin n\pi \beta_j \sin m\pi d_2 \\
G_{21}^{ee} &= \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{f_{21}(m,n)}{m n K_{mn}} \cos m\pi d_1 \sin n\pi \beta_j \sin m\pi d_2 \\
G_{31}^{ee} &= \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{f_{31}(m,n)}{m n K_{mn}} \sin m\pi d_1 \cos n\pi \beta_j \sin m\pi d_2 \\
G_{41}^{ee} &= \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{f_{41}(m,n)}{m n K_{mn}} \sin m\pi d_1 \sin m\pi d_2 \\
G_{21}^{ee} &= \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{f_{21}(m,n)}{m n K_{mn}} \cos m\pi d_1 \sin m\pi d_2
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
H_{11}^{ee} &= \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{f_{11}(m,n)}{n K_{mn}} \sin m\pi d_1 \sin n\pi \beta_j \cos m\pi d_2 \\
H_{21}^{ee} &= \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{f_{21}(m,n)}{n K_{mn}} \cos m\pi d_1 \sin n\pi \beta_j \cos m\pi d_2 \\
H_{31}^{ee} &= \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{f_{31}(m,n)}{n K_{mn}} \sin m\pi d_1 \cos n\pi \beta_j \cos m\pi d_2 \\
H_{41}^{ee} &= \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{f_{41}(m,n)}{n K_{mn}} \sin m\pi d_1 \cos m\pi d_2 \\
H_{21}^{ee} &= \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{f_{21}(m,n)}{n K_{mn}} \cos m\pi d_1 \cos m\pi d_2 \\
D^{ee} &= \sum_{m=1}^{\infty} \frac{F_{m1}}{K_{mn}} \sin m\pi d_1 \sin n\pi \beta_e \\
E^{ee} &= \sum_{m=1}^{\infty} \frac{F_{m1}}{K_{mn}} \cos m\pi d_1 \sin n\pi \beta_e \\
F^{ee} &= \sum_{m=1}^{\infty} \frac{n F_{m1}}{K_{mn}} \sin m\pi d_1 \cos n\pi \beta_e \\
G_{11}^{ee} &= \sum_{m=1}^{\infty} \frac{F_{m1}}{K_{mn}} \sin m\pi d_1 \\
H_{11}^{ee} &= \sum_{m=1}^{\infty} \frac{m F_{m1}}{K_{mn}} \cos m\pi d_1
\end{aligned}$$

$$G_n^2 = \tau_3 \mu^2 / (2n^2), \quad S_n^2 = \tau_3 \mu^2 / n^2, \quad \bar{S}_n^2 = \tau_3 \mu^2 (1-1)/n^2, \quad \tau_3 = \alpha D / EI_2, \quad Q_n^2 = \bar{\tau}_3 \mu^2 / (2n^2), \quad \bar{\tau}_3 = \alpha D / GI_2, \quad K_{mn} = (\mu^2 + n^2/\beta^2)^2, \quad \mu = b/a$$

また、弾性ばりの両端が曲げに対して固定されている場合には、両端のたわみ角が0でなければならぬことから次式をうる。

$$\sum_{n=1}^{\infty} V_n \bar{J}_n + \frac{\pi}{\alpha} M_1^2 K_n + \frac{\pi}{\alpha} M_2^2 L_n = 0, \quad \sum_{n=1}^{\infty} V_n \bar{J}_n + \frac{\pi}{\alpha} M_1^2 K_n + \frac{\pi}{\alpha} M_2^2 L_n = 0 \quad (10)$$

$$\text{ここに } J_n = 1/n^2, \quad \bar{J}_n = (1-1)/n^2, \quad K_n = \bar{L}_n = \pi^2/3\mu^2, \quad L_n = \bar{K}_n = -\pi^2/6\mu^2$$

式(9)の各式はそれぞれ柱および弾性ばりと同数の連立方程式となるゆえ、垂直反力 R_{1e} または垂直変位 d_{1e} 、 x 方向の反力モーメント M_{1e} またはたわみ角 θ_{1e} 、 y 方向の反力モーメント M_{2e} またはたわみ角 θ_{2e} のいずれか一方が判明すれば、式(9)(10)を連立に解くことにより図-1に示すごとき一方向連続無梁板の解がえられることとなる。なお、式(9)(10)を連続無梁板に関する基本連立方程式と名付ける。しるごとく、基本連立方程式はその式形から明らかごとく、不静定量たる展開係数 V_n, M_n の単独項と級数項の項が同時に含まれるので一種の試算による収束計算によって解が求むなければならないこととなる。

上記の理論展開では柱が曲げ抵抗を有し、また弾性ばりが捩り抵抗を有する場合の一方方向連続無梁板を対象としたが、特例として次の2例を挙げるこがてできる。

i) 柱およびばりの反力モーメントを無視する場合 $M_{1e}^2 = M_{1e}^3 = M_{2e}^2 = M_{2e}^3 = 0$ であるから、式(9)は次式の内容となる。

$$\sum_{n=1}^{\infty} \sum_{j=1}^{\infty} R_{1j} D_{1j}^{ee} + \frac{\pi}{\alpha} \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{j=1}^{\infty} V_n D_{1n}^{ee} = \frac{\alpha b}{4} (D^{ee} + D^x d_{1e}), \quad \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{j=1}^{\infty} R_{1j} G_{1j}^{ee} + \frac{\pi}{\alpha} \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{j=1}^{\infty} V_n G_{1n}^{ee} + \frac{\pi}{\alpha} \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{j=1}^{\infty} V_n G_{2n}^{ee} + \frac{\pi}{\alpha} \sum_{n=1}^{\infty} M_1^2 S_n^2 + \frac{\pi}{\alpha} \sum_{n=1}^{\infty} M_2^2 \bar{S}_n^2 = \frac{\alpha b}{4} G_{11}^{ee} \quad (11)$$

ii) 中間で点支持および線支承にて支持される場合 柱・ばりの反力モーメントを無視し、曲げ剛性を無限大とし、さらに、柱・ばりの断面が0なる極限状態を考えれば、本題の基本連立方程式が次のごとくえられる。

$$\begin{aligned}
\sum_{n=1}^{\infty} \sum_{j=1}^{\infty} R_{1j} D_{1j}^{ee} + \frac{\pi}{\alpha} \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{j=1}^{\infty} V_n D_{1n}^{ee} &= \frac{\alpha b}{4} (D^{ee} + D^x d_{1e}) \\
\sum_{n=1}^{\infty} \sum_{j=1}^{\infty} R_{1j} G_{1j}^{ee} + \frac{\pi}{\alpha} \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{j=1}^{\infty} V_n G_{1n}^{ee} &= \frac{\alpha b}{4} G_{11}^{ee}
\end{aligned} \quad (12)$$

$$\begin{aligned}
\text{ここに } D_{1j}^{ee} &= \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{K_{mn}} \sin m\pi d_1 \sin n\pi \beta_j \sin m\pi d_2 \sin m\pi \beta_e \\
D_{1n}^{ee} &= \sum_{m=1}^{\infty} \frac{1}{K_{mn}} \sin m\pi d_1 \sin m\pi d_2 \sin n\pi \beta_e \\
G_{1j}^{ee} &= \sum_{m=1}^{\infty} \frac{1}{K_{mn}} \sin m\pi d_1 \sin n\pi \beta_j \sin m\pi d_2 \\
G_{1n}^{ee} &= \sum_{m=1}^{\infty} \frac{1}{K_{mn}} \sin m\pi d_1 \sin m\pi d_2
\end{aligned}$$

3 計算例 図-2に示すごとく、周辺が単純支持され、中間点22, 24, 42, 44で柱支持され、さらに中央

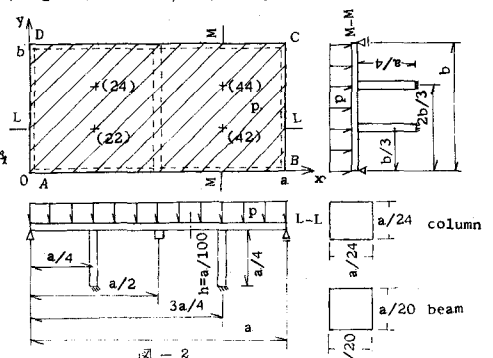


図-2

で弾性ばりにて支持される矩形板すなわち2スパン方向連続無梁板が等分布荷重を満載する場合の算例を示せば次のとおりである。図-2において板の辺長比 $\mu=1/2$ とし、また各柱の沈下がないものとする。板から柱に伝えらるモーメント M_{re}^x, M_{re}^y ($R, L=2a, 4$)と柱頭部のたわみ角 $\theta_{re}^x, \theta_{re}^y$ との関係は符号を考慮のうえ既往のたわみ角式を用いて次のごとく表わされる。

$$M_{re}^x = -4E_{re} I_{re} \theta_{re}^x / h_{re}, \quad M_{re}^y = -4E_{re} I_{re} \theta_{re}^y / h_{re} \quad (13)$$

ただし、 h_{re} 、柱の全長、 I_{re}^x, I_{re}^y 、柱の x, y 軸まわりの断面2次モーメント、 E_{re}^x, E_{re}^y 、柱の x, y 方向の弾性係数

各柱の断面を $a/24 \times a/24$ なる正方形断面とすれば

断面2次モーメントは $I_{re}^x = I_{re}^y = 1/24 \times (a/24)^4$ であり、また各柱の長さ $h_{re} = a/4$ で与えられるものとする。弾性ばりは両端で曲げに対して単独支持、横方向に対して固定されているものとし、その断面は $a/20 \times a/20$ なる正方形とする。さらに柱および弾性ばりの弾性係数は板のそれと同じであり、また、 $\mu = a/100, \nu = 0.3$ とする。これら諸数値を用いて形状定数および荷重項を算出のうえ、式(9),(13)の基本連立方程式を試算法により解けば各柱の反力および反力モーメントがそれぞれ次値のごとくえられる。

$$R_{22} = R_{23} = R_{32} = R_{33} = 0.432 \text{ Pa}^2/g$$

$$M_{22}^x = M_{23}^x = -M_{32}^x = -M_{33}^x = -0.00166 \text{ Pa}^3/g \quad (14)$$

$$M_{22}^y = -M_{23}^y = M_{32}^y = -M_{33}^y = 0.00090 \text{ Pa}^3/g$$

また、弾性ばりの反力、反力モーメントの展開係数も同時にえられ、これら式(2)に代入すれば、 V_i, M_i が算定される。本例は対称構造および対称荷重であるため M_L は0となり、また V_L は図-3に示すごとくである。 w に関する式(5)および w と M_x, M_y との関係式から $a/b=1/2$ なる断面のたわみおよび x, y 方向の曲げモーメントを算出すれば、図-4, 5, 6に示すごとくえられる。なお、比較対照のために、特例 i), ii) の解を図-3, 4, 5, 6に併記した。

4 結論 2(2)で述べたごとく本法の基本連立方程式は一種の試算による収束計算となるが、3の算例では柱の不静定量は極めて早く収束し、 $n=9$ までで十分な精度がえられたが、弾性ばりの不静定量はやや収束が悪く、 $n=69$ までの演算を要した。連続無梁板の解法は本法の他に、たわみ角-端モーメント関係式による解法が考えられるが、これについては今後の報文にまづこととなる。

参考文献 1) 山崎・樗木：周辺で単独支持される無梁板の解法、土木学会論文集 第136号 昭和41年12月、2) 山崎・樗木・高橋：応力法による一方向連続矩形板の解法 九大工学集報 第41巻 第3号 昭和43年7月、3) 無梁板に関して例えば、Lewy, Pflügeldecken und andere trägerlose Eisenbetonplatten, 2. Aufl., Berlin, 1926, など、連続板に関して例えば、山崎・樗木・横田：たわみ角-端モーメント関係式による等方性矩形板の解法 九大工学集報 第40巻 第1号 昭和42年3月など。

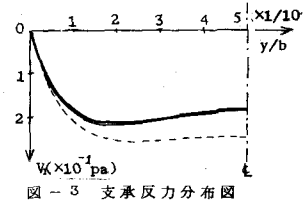


図-3 支承反力分布図

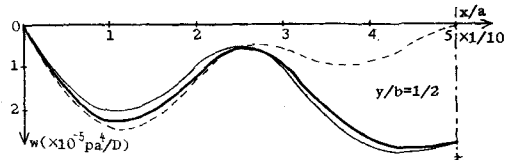


図-4 w - 図

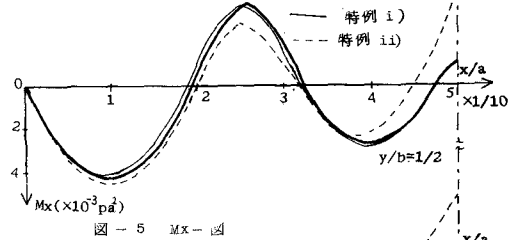


図-5 Mx - 図

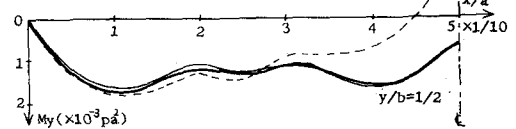


図-6 My - 図