V－12　配分交通量の推定について

九州大学　正員　内田一郎
○学生員　坂本修一

1。まえがき

ある道路網を地図の上から取り出し　その道路網の各路線（各区間）にどれ程の車が流れるかを知ることは　道路計画の上から見て重要なことであろう。この論文概要では　交通流が水の流れと同じように連続的に流れ　しかも一つの閉合路線を考えるとき　その閉合路線内の損失エネルギーの和は　0に等しいと仮定しマクロ的に　交通量の配分をおこなおうとするものである。
また　O・D表は与えられており　一つの発生地（Origin）から各吸収地（Destination）に吸収されるものを　一組として計算をすゝめる。

2。本論

一本の路線を考える。その路線を一台の車が走ることによって失うエネルギーを e とする。eを走行費（e_r）と　時間損失費（e_t）とに分けると

$$e = e_r + e_t$$

となる。その路線を　q 台/時　の車が走るとすると　その路線では　全損失エネルギー　E 円/時　は

$$E = q(e_r + e_t) = q\left(C_1 l + C_2 \frac{l}{\bar{v}_s} \times 60\right) \quad ―①$$

となる。ただし

C_1：1台1km 当りの走行費（円/km·台）
C_2：1台1分　当りの時間価値（円/分台）
$\bar{v}_s$：空間平均速度　（km/時）
l：路線の長さ　（km）

である。ここで

$$\bar{v}_s = a \cdot k + b \quad ―②$$

k：交通密度　（台/km）
a, b：定数

で表わすことが出来ると仮定する．しかるに

$$q = k \cdot \bar{v}_s \quad ―③$$

であるから　式②③より

$$\bar{v}_s = \frac{b + \sqrt{b^2 + 4aq}}{2} \quad (\bar{v}_s \geq 0) \quad ―④$$

となる。式①．④から

$$E = q\,l\left\{C_1 + \frac{120 \cdot C_2}{b + \sqrt{b^2 + 4aq}}\right\}$$

$$= C_1 q l - \frac{30\,b\,C_2 l}{a} + \frac{30\,C_2 l}{a}\sqrt{b^2 + 4aq} \quad \text{—— ⑤}$$

となる。Eをqの関数と考え　Eの微小変化ΔEが　qの微小変化Δqによってのみ影響を受けるとすると

$$E + \Delta E = A(q + \Delta q) + B + C\sqrt{b^2 + 4a(q + \Delta q)}$$

となる。ここに

$$A = C_1 l, \quad B = -\frac{30\,b\,C_2 l}{a}, \quad C = \frac{30\,C_2 l}{a}$$

である。しかるに$\sqrt{\ }$を　二項定理によって　展開すると

$$\{b^2 + 4a(q+\Delta q)\}^{1/2} = \{(b^2 + 4aq) + 4a\Delta q\}^{1/2}$$

$$= (b^2 + 4aq)^{1/2}\left\{1 + \frac{\frac{1}{2}}{1!}\frac{4a\Delta q}{b^2 + 4aq} + \frac{\frac{1}{2}(\frac{1}{2} - 1)}{2!}\left(\frac{4a\Delta q}{b^2 + 4aq}\right)^2 + \cdots\right\}$$

であるから

$$E + \Delta E = A(q + \Delta q) + B + C(b^2 + 4aq)^{1/2}$$

$$\times\left\{1 + \frac{2a\Delta q}{b^2 + 4aq} - \frac{1}{8}\left(\frac{4a\Delta q}{b^2 + 4aq}\right)^2 + \cdots\right\}$$

である。{　} の中の第三項以下を neglect すると

$$= Aq + B + C\sqrt{b^2 + 4aq} + \left(A + \frac{2aC}{\sqrt{b^2 + 4aq}}\right)\Delta q$$

となる。ゆえに　式⑤を参考するとΔEはつぎのように　Δqで表わせる。

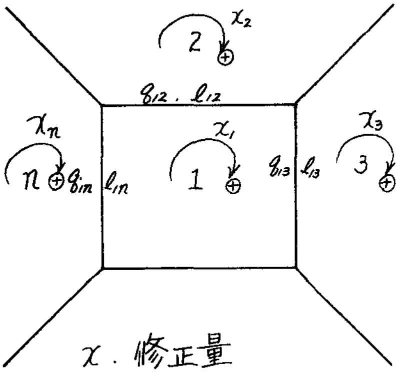
$$\Delta E = \left(A + \frac{2aC}{\sqrt{b^2 + 4aq}}\right)\cdot\Delta q$$

$$= \left(C_1 l + \frac{60\,C_2 l}{\sqrt{b^2 + 4aq}}\right)\cdot\Delta q$$

$$= \alpha\cdot\Delta q \quad \text{—— ⑥}$$

いま　図－1　のような道路網で　内合路線1を中心に考えてみよう。各路線lを流れ　連続の条件を満足する仮定時間交通量qを　図のように$q_{12}, q_{13}, \cdots\cdots, q_{1n}$とする。式⑤において　それぞれの$q$で計算されたEを　$E_{12}, E_{13}, \cdots, E_{1n}$とする。ここに　E　および　q　は　時計方向（Clock Wise）を正とする。

図－1



x. 修正量

閉合路線1においては

$$\Sigma E = E_{12} + E_{13} + \cdot \qquad + E_{1n} = 0$$

でなくてはならないけれども 時間交通量qが仮定したものであるために $\Sigma E \neq 0$ である。そこで $\Sigma E = 0$ なるためにqを修正する必要がある。その修正量を x とし 修正された q を $\bar{q}$ とすると

$$\bar{q}_{12} = q_{12} + x_1 - x_2$$
$$\bar{q}_{13} = q_{13} + x_1 - x_3$$
$$- - - - - - - - - - - -$$
$$\bar{q}_{1n} = q_{1n} + x_1 - x_n$$

であり $\bar{q}$ によるEを $\bar{E}$ とすると 式⑥を参考にして

$$\bar{E}_{12} = E_{12} + \alpha_{12}(x_1 - x_2)$$
$$\bar{E}_{13} = E_{13} + \alpha_{13}(x_1 - x_3)$$
$$- - - - - - - - - - - - - -$$
$$\bar{E}_{1n} = E_{1n} + \alpha_{1n}(x_1 - x_n)$$

である。このとき $\Sigma \bar{E} = 0$ すなわち

$$\Sigma \bar{E} = \bar{E}_{12} + \bar{E}_{13} + \cdots\cdots + \bar{E}_{1n}$$

とすると

$$(\alpha_{12} + \alpha_{13} + \cdots\cdots + \alpha_{1n})x_1 - \alpha_{12}x_2 - \alpha_{13}x_3 - \quad \cdot \quad - \alpha_{1n}x_n$$
$$= -(E_{12} + E_{13} + \cdots\cdots + E_{1n}) \qquad ⑦$$

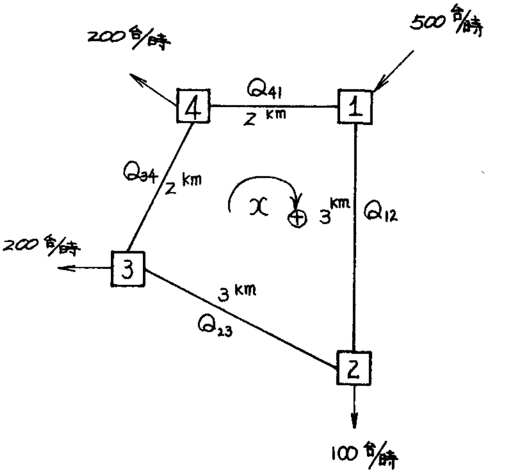
となる。

以上を各閉合路線2，3，‥‥ n についておこなうと ⑦式と同じような式が n個得られる。それを n次元の連立一次方程式として $x_1, x_2, x_3, \cdots\; x_n$ を求め xが希望の値以下になるまで 修正された交通量 $\bar{q}$ を仮定交通量 q と考え 繰り返し計算をおこなう。このn次元の連立一次方程式 ならびに 繰り返し計算は 電子計算機によって 簡単に解くことが出来る。

3。例題

図－2 にしめすように 最も簡単な例題についてのべてみよう。発生地①から 1時間に500台の車が発生し ②，③，④ に おのおの 100台/時，200台/時，200台/時 の車が 吸収されるとする。また 各区間の距離は与えられており どの区間も片方向一車線は必ずあるものとする。

図－2

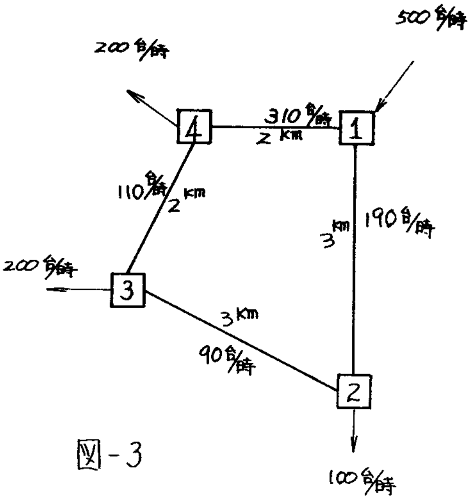


ここで　定数をつぎのように定めておく。

$C_1 = 19.2$ 円/km台，　$C_2 = 10$ 円/分・台

$a = -7/12$，　　$b = 70$

これらの定数を使用して　式⑤，⑥から各路線の　E　および　α　をもとめ　式⑦に代入して X をもとめる。X を 1.0 台よりも小さくなるように繰り返し計算をおこなうと　3回で　図－3のような値をとる。計算に際して注意しなくてはいけないことは　式⑤，⑥において　q は正として計算し　もし　q が負の場合は　E を負として　式⑦を使用する。また　この例題では　さしつかえないけれども　式⑤，⑥の　$\sqrt{\quad}$ の中が　q が大きくなると負になる。こんなときには　その路線は　N車線あるものとして q を $1/N$　倍して　⑦式を使用するときに　E　および　α　をN倍して計算する。そして出て来た X を $1/N$　倍した区間だけN倍して加える。



図－3

この計算を　点 ②，③，④ についても同じようにしてもとめ（この例題では ②，③，④ についての　発生量などが分らないためもとめることは出来ない）あとで　各路線において　正，負の符号別に合計することによって　各路線の方向別の配分交通量をもとめることができる。

参考文献

青木康夫　　上水道の配水管網の設計法に関する研究　昭和34年7月