

九州大学 正員 小坪清貞

風大学院 学生員 ○花田和史

1. まえがき

著者は先に¹⁾地下に基礎が埋設された場合の、地盤反力の動的性状の解明の第一段階として、地盤を弾性論的にみて、構造物と地盤との振動問題を解析的に取扱ひ、円形構造物への動的地盤反力を計算した。次いで²⁾構造物の解析においてはみかけの動的地盤反力を用いることが、その周波数特性からみて、実用上の利便が大であることを示した。本論は、その構造物へのみかけの動的水平地盤反力を用いて、構造物の曲げ振動の運動性状を求め、頭での復元力を求めたものである。曲げ振動の方程式を解くにあたっては、構造物頭でピンの場合、および剛結の場合の二通りについて、強制定常変位を頭に与えて計算を行った。

2. 振動方程式とその一般解

構造物の水平力による変形を、図-1のように z 方向に、

$$x' = x'_0 \exp(-nz + i\omega t) \quad (1)$$

とすると、深さ z における構造物への単位深さ当りの地盤反力 p' は次式で表わされる。

$$p' = 2\pi\mu(S_1 + iS_2)x' \quad (2)$$

$$S_1 + iS_2 = \frac{W}{|W|^2} \left\{ 3\sqrt{H_2^{(2)}(K)H_1^{(2)}(\omega) + K H_2^{(2)}(\omega) \cdot H_1^{(2)}(K)} \right\}$$

$$W = H_2^{(2)}(K)H_0^{(2)}(\omega) + H_0^{(2)}(K) \cdot H_2^{(2)}(\omega) \quad (3)$$

$$K = \sqrt{\frac{W}{B}} \frac{\omega^2 + \mu n^2}{\mu} r_0$$

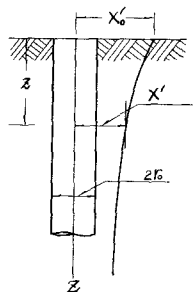


図-1

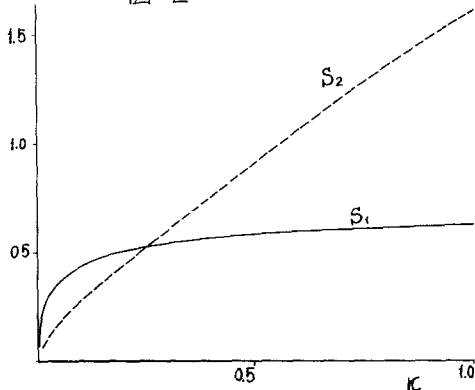
ここに μ は地盤のラメの係数であり、上式では $\lambda = \mu$ (ポアソン比=0.25)として計算している。また、 ω は土の単位体積重量、 r_0 は構造物の半径である。(2)式中の S_1, S_2 を K について図示すれば、図-2のようになる。

今、一般に、「構造物」—「地盤」の連成振動系においても、地盤反力と構造物変位が(2)式の $2\pi\mu(S_1 + iS_2)$ に比例するとすれば、 z 点における構造物の任意の変位 x に対する地盤反力は、

$$p = 2\pi\mu(S_1 + iS_2)x \quad (4)$$

と書きうる。(4)式を用いて、曲げ振動の方程式は次のようになる。

図-2



$$EI \frac{\partial^4 X}{\partial z^4} + \frac{\gamma}{g} \frac{\partial^2 X}{\partial t^2} + 2\pi\mu(S_1 + iS_2) = 0 \quad (5)$$

但し、EI は構造物の曲げ剛性であり、 γ は構造物の単位長さあたりの重量である。ここでは、定常振動を取り扱っているので、(5)式の解を、

$$X = u e^{i\omega t} \quad (6)$$

とおけば、(5)式は次のようになる。

$$EI \frac{d^4 u}{dz^4} - \left\{ \frac{\gamma}{g} \omega^2 - 2\pi\mu(S_1 + iS_2) \right\} u = 0 \quad (7)$$

上式において、右側の記号を用いて、特性値を次のようにおく。

$$\beta^4 = \frac{2\pi\mu}{EI} (K_1 - iK_2) \quad (8)$$

β の四つの根は、次のように表わされる。

$$\beta_1 = -\sigma - i\varsigma, \quad \beta_2 = -\varsigma + i\sigma, \quad \beta_3 = \sigma + i\varsigma, \quad \beta_4 = \varsigma - i\sigma \quad (9)$$

(8)式を用いれば、(7)式の解は次のようになる。

$$u = C_1 \cosh \beta z + C_2 \sinh \beta z + C_3 \cos \beta z + C_4 \sin \beta z \quad (10)$$

以下の計算の便利のため、 $\beta = \beta_1$ に固定する。 β は、(9)式に示されるように、複素数であるので、 $\tanh \beta z$ および、 $\tan \beta z$ は、次のような収束値を有する。

$$\lim_{z \rightarrow \infty} \tanh \beta z = -\frac{\sinh 2\sigma z + i \cos 2\varsigma z}{\cosh 2\sigma z + \cos 2\varsigma z} = -1, \quad \lim_{z \rightarrow \infty} \frac{\sin 2\sigma z + i \sinh 2\varsigma z}{\cos 2\sigma z + i \cosh 2\varsigma z} = -i \quad (11)$$

ろ。解の決定とその性質

A. 境界条件 I. — 頭はピンであり、かつ強制定常変位 X_0 を加えられる場合。

境界条件は次式で表わされる。

$$\begin{cases} u_{z=0} = X_0 \\ EI \left(\frac{d^2 u}{dz^2} \right)_{z=0} = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} EI \left(\frac{d^2 u}{dz^2} \right)_{z=l} = 0 \\ EI \left(\frac{d^3 u}{dz^3} \right)_{z=l} = 0 \end{cases} \quad (12)$$

(10)、(12)式より、変位 u は次式で表わされる。

$$u = \frac{X_0}{2} \left\{ \cosh \beta z + \cos \beta z + \frac{1}{D_p} (D_{p2} \sinh \beta z + D_{p4} \sin \beta z) \right\} e^{i\omega t} \quad (13)$$

但し、 $D_p = \cosh \beta l \cdot \sinh \beta l - \sinh \beta l \cdot \cos \beta l$

$D_{p2} = \cosh \beta l \cdot \cos \beta l - \sinh \beta l \cdot \sin \beta l - 1$

$D_{p4} = 1 - \sinh \beta l \sin \beta l - \cosh \beta l \cos \beta l$

(13)式より頭での復元力は次のようになる。

$$S_p = -\frac{EI X_0}{2} (1+i) \beta^3 f_p e^{i\omega t}, \quad f_p = \frac{\cosh \beta l \cos \beta l - 1}{(1+i) D_p} \quad (14)$$

B. 境界条件Ⅱ.—頭が剛結され、かつ定常変位 X_0 を加えられる場合。

境界条件は次式で表わされる。

$$\begin{cases} u_{z=0} = X_0 \\ \left(\frac{du}{dz}\right)_{z=0} = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} EI \left(\frac{d^2 u}{dz^2}\right)_{z=l} = 0 \\ EI \left(\frac{d^3 u}{dz^3}\right)_{z=l} = 0 \end{cases} \quad (15)$$

(10)、(15)式より、変位 X は次式で表わされる。

$$X = \frac{X_0}{D_r} \left\{ D_{r3} (\cos \beta z - \cosh \beta z) + D_{r4} (\sin \beta z - \sinh \beta z) + \cos \beta z \right\} e^{i\omega t} \quad (16)$$

$$\text{但し、} D_r = 2(1 + \cosh \beta l \cdot \cos \beta l)$$

$$D_{r3} = 1 + \cosh \beta l \cos \beta l - \sinh \beta l \sin \beta l$$

$$D_{r4} = \sinh \beta l \cos \beta l + \cosh \beta l \sin \beta l$$

(16)式より、頭での復元力は次のようになる。

$$S_r = -EI X_0 (1+i) \beta^3 f_r e^{i\omega t}, f_r = -\frac{\sinh \beta l \cos \beta l + \cosh \beta l \sin \beta l}{(1+i) D_r} \quad (17)$$

(17)式を用いて、 f_p 、 f_r に関して、次式が成立する。

$$\lim_{\beta l \rightarrow \infty} f_p = 1, \quad \lim_{\beta l \rightarrow \infty} f_r = 1. \quad (18)$$

構造物の長さがある程度長い場合には、(18)式の関係を用いて、 $f_r = 1$ と近似的において差支えない。また、それ以外の時には、 f_p 、 f_r を用いることによって、構造物の長さの影響を補正するので、以下復元力は、無限長の杭に関して考察を行う。

(8) 式の K_1 において、図-2 の S_1 より得られる地盤反力と、杭横性力を比較すると、右の例のように、構造物が杭であるならば、横性力の項は無視して差支えない。この場合、 $K_1 = -\beta_1$ で表わされる。 $f_r = 1$ を用いれば、(14)、(17)式は次のように表わされる。

$$S_{p0} = \frac{-X_0}{2} \left\{ (2\pi\mu)^3 EI \right\}^{\frac{1}{4}} (g_1 + i g_2) e^{i\omega t} \quad (19)$$

$$S_{r0} = -X_0 \left\{ (2\pi\mu)^3 EI \right\}^{\frac{1}{4}} (g_1 + i g_2) e^{i\omega t}$$

$$\text{但し、} g_1 = (K_5 + K_6)(K_5^2 - 4K_5 K_6 + K_6^2)$$

$$g_2 = (K_5 - K_6)(K_5^2 + 4K_5 K_6 + K_6^2)$$

「 g_1 」-「 K 」の関係を図-3 に示す。 g によって、杭頭復元力は求まるが、そのためには、 K を定めるために、 n を知る必要がある。 n は近似的に (10) 式における β の絶対値であると考えられる。

$$(9) \text{式より、} n = |\beta| = \left(\frac{\pi\mu}{2EI} \right)^{\frac{1}{4}} (S_1^2 + S_2^2)^{\frac{1}{8}} \quad (20)$$

また、 $\omega = 0$ の場合には、(3)式より、

例。

ディメンジョンとして、

$$2r_0 = 1016.0 \text{ mm}$$

$$t = 16.0 \text{ mm}$$

$$\gamma = 3.95 \text{ kg/cm}^3 \text{ を有する、}$$

「JIS-一般構造用炭素鋼鋼管」のうち、最大寸法の金鋼管が、

$$\mu = 100 \text{ kg/cm}^2$$

$$\omega^2 = 1000 \text{ sec}^{-2} (f_r \approx 10 \text{ cycle sec}^{-1})$$

の条件で振動する時は、

$$n = 0.0025 \text{ (本頁下参照)} \text{ であるから、}$$

地盤反力に対する慣性力の比は、

$$\frac{\gamma}{E} \frac{\omega^2}{(2\pi\mu S_1)} = 0.01$$

$$K_{\omega=0} = \eta \gamma_0 \quad (21)$$

(20)、(21)式および、図-2を満足する η を逐次近似で求めれば良い。第1次近似として、

$$\eta = \left(\frac{\pi \mu}{2EI} \right)^{\frac{1}{4}} \quad (22)$$

を採れば、極めて容易である。図-4に以上のことからよりうる数値例を示す。図-4では復元力を、 $S_{rm} = -(R + iI)e^{i\omega t}$ で表し、右側は μ の変化による静的復元力 R を示し、左側は振動数による変化を $\mu = 100 \text{ kg/cm}^2$ 、 200 kg/cm^2 、 400 kg/cm^2 の場合で示している。

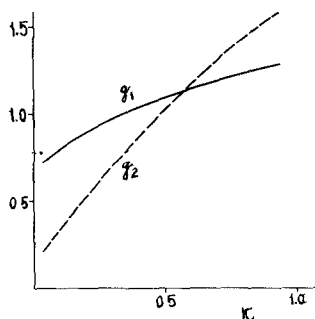


図-3

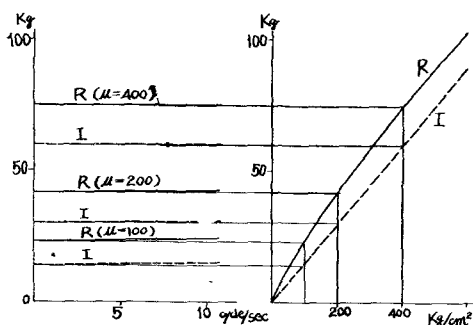


図-4

4. まとめ

地盤反力は、 μ に略々比例するが、杭頭復元力は、図-4から明きらかなように、 μ の $3/4$ 乗弱に抑えられている。この点に関しては異った傾向を示すが、反面、復元力は振動数に関して一様であるという利点は地盤反力の場合と同様に大きな性質として残っている。また、減衰（地下透散減衰）が構造減衰的な性質を有することは、他の論文³⁾と大きく異った点であり、実験値との比較を今後行う予定である。

以上の計算には、実数 η という、連成振動には本質的に関係しないパラメータが含まれている。 η を本論における β のように、複素特性値として、すなわち杭頭方向への波動の影響を考えた地盤反力を求めれば、復元力の近似は、もっと高くなる筈である。また、「地盤」—「構造物」の連成振動を解けば、解として更に満足ゆくものが得られるであろう。現在その両者の計算を実行中である。

なお、数値計算にあたっては、東大大型計算センターのHITAC 5020 および、九大計数施設の、OKITAC 5090 H を使用した。

参考文献：1) 小坪・花田「地中構造物の動的な水平地盤反力」九大工学集報 vol.5 p.42.9.

2) 小坪・花田「動的な水平地盤反力に関する理論的ならびに実験的考察」

第9回地震工学研究発表会 p.42.10.

3) 山本鎮夫「杭のある構造物のロッキング振動(その2)(その3)」

A.I.J. 論文報告集 vol.25, p.41.11

vol.30, p.41.12