Ⅲ－20　　サージタンク、水圧管路の水の慣性および損失がサージタンク水位、或いは、有効落差に及ぼす影響について（1）

九州電力株式会社土木部　　村瀬　次男

1．まえがき

本論は、サージタンクを有する水路系の伝達函数をより厳密な形で考え、その厳密さの効果について考察したものである。

2．水路系の伝達函数の厳密形

サージタンクは単働型を考える。水路系の基本方程式は次の通りである。

$$\frac{\ell}{g}\cdot\frac{dv}{dt}=H_d-H_r\mp\alpha v^2 \quad (v \gtrless 0) \cdots\cdots (1)$$

$$\frac{H_t-H_a}{g}\cdot\frac{dv_t}{dt}=H_r-H_t-2\bar{\alpha}_t\cdot(H_t-H_a)\cdot v_0\cdot v_t^{※_1} \cdots\cdots (2)$$

$$\frac{\ell'}{g}\cdot\frac{dv'}{dt}=H_r-H'\mp\alpha' v'^2 \quad (v' \gtrless 0) \cdots\cdots (3)$$

$$H_e=H'+\frac{v'^2}{2g} \cdots\cdots (4)$$

$$av=A\cdot v_t+q \cdots\cdots (5)$$

$$v_t=\frac{dH_t}{dt} \cdots\cdots (6)$$

$$q=a'v' \cdots\cdots (7)$$

こゝで、

ℓ，a，v および α：導水路の長さ、断面積、流速および損失水頭係数、A，v_t，$\bar{\alpha}_t$ および H_t：サージタンクの断面積、流速、損失水頭係数（特に、単位長さ当り）および水位、H_d：貯水池水位、H_r：サージタンク直下の導水路の水圧、H_a：サージタンク底部の高さ、H_e：有効落差、a′，v′ および α'：水圧管路の断面積、流速および損失水頭係数、H′：水圧管路末端の水圧、添字 0：定常値

（水位および水圧はすべて放水口水位より測る）

さて、(1)〜(7)式から水路系の伝達函数を求めると、次の通りである。（整理された形のみを示す）

$$\frac{\triangle H_t}{H_{t0}}\Big/\frac{\triangle q}{q_0}=-\frac{T_\ell\cdot S+\beta}{G_1(S)}=G_{H_t}(S) \cdots\cdots (8)$$

※1 サージタンクの損失水頭のみは初めから線形化して考える

$$\frac{\Delta H_r}{H_{t0}} \Bigg/ \frac{\Delta q}{q_0} = \left(\tau_{0A}^2 \cdot T_0^2 \cdot S^2 + \frac{\tau_{0A}^2 \cdot \xi_t}{\tau_L} \cdot \frac{\beta \cdot T_0^2}{T_\ell} \cdot S + 1 \right) \cdot G_{H_t}(S) = G_{H_r}(S) \quad \cdots\cdots (9)$$

$$\frac{\Delta H_e}{H_{e0}} \Bigg/ \frac{\Delta q}{q_0} = \mu \cdot \{ G_{H_r}(S) - (T'_\ell \cdot S + \beta') \} = -\mu \cdot G_2(S) \big/ G_1(S) = G_{H_e}(S) \quad \cdots\cdots (10)$$

$$G_1(S) = (1 + \tau_{0A}^2) \cdot T_0^2 \cdot S^2 + \left(1 + \frac{\tau_{0A}^2 \cdot \xi_t}{\tau_L} \right) \cdot \frac{\beta \cdot T_0^2}{T_\ell} \cdot S + 1 \quad \cdots\cdots (11)$$

$$G_2(S) = \{ \tau'_\ell + \tau_{0A}^2 \cdot (1 + \tau'_\ell) \} \cdot T_0^2 \cdot T_\ell \cdot S^3 + \left\{ \tau'_\ell + \xi' + \tau_{0A}^2 \cdot \left(1 + \xi' + \frac{1+\tau'_\ell}{\tau_L} \cdot \xi_t \right) \right\} \cdot \beta \cdot T_0^2 \cdot S^2 + \left[(1 + \tau'_\ell) \cdot T_\ell + \left\{ \xi' + \frac{\tau_{0A}^2 \cdot \xi_t}{\tau_L} \cdot (1 + \xi') \right\} \cdot \frac{\beta^2 \cdot T_0^2}{T_\ell} \right] \cdot S + (1 + \xi') \cdot \beta \quad \cdots\cdots (12)$$

こゝで、

$$\tau_{0A} = \frac{T_{0A}}{T_0},\ \tau_L = \frac{T_L}{T_\ell},\ \tau'_\ell = \frac{T'_\ell}{T_\ell},\ \xi_t = \frac{\beta_t}{\beta},\ \xi' = \frac{\beta'}{\beta},\ T_0^2 = \frac{A\ell}{ga},\ T_{0A}^2 = \frac{AL_0}{gA}$$

$$,\ T_\ell = \frac{\ell v_0}{gH_{t0}},\ T_L = \frac{Lv_0}{gH_{t0}},\ T'_\ell = \frac{\ell' v'_0}{gH_{t0}},\ \beta = \frac{2\alpha v_0^2}{H_{t0}}\quad \beta_t = \frac{2\alpha_t v_0^2}{H_{t0}},\ \beta' = \frac{2\alpha'_v v_0'^2}{H_{t0}}$$

$$\mu = \frac{H_{t0}}{H_{e0}},\ L = H_d - H_a,\ L_0 = H_{t0} - H_a,\ \alpha_t = \bar{\alpha}_t \cdot L,\ \alpha'_v = \alpha' - \frac{1}{2g}$$

しかし、(9)，(11)および(12)式の誘導に当つては $\Delta H_t << L_0$ を仮定している。

また、(9)，(11)および(12)式は次のように表わすこともできる。

$$G_{H_r}(S) = \left(\lambda \cdot n_a \cdot \frac{T_\ell^2}{\beta} \cdot S^2 + \frac{\lambda \cdot n_a \cdot \xi_t}{\tau_L} \cdot T_\ell \cdot S + 1 \right) \cdot G_{H_t}(S) \quad \cdots\cdots (9')$$

$$G_1(S) = (n + \lambda \cdot n_a) \cdot \frac{T_\ell^2}{\beta} \cdot S^2 + \left(n + \frac{\lambda \cdot n_a \cdot \xi_t}{\tau_L} \right) \cdot T_\ell \cdot S + 1 \quad \cdots\cdots (11)$$

$$G_2(S) = \{ n \cdot \tau'_\ell + \lambda \cdot n_a \cdot (1 + \tau'_\ell) \} \cdot \frac{T_\ell^3}{\beta} \cdot S^3 + \left\{ n \cdot (\tau'_\ell + \xi') + \lambda \cdot n_a \cdot \left(1 + \xi' + \frac{1 + \tau'_\ell}{\tau_L} \cdot \xi_t \right) \right\} \cdot T_\ell^2 \cdot S^2 + \left[1 + \tau'_\ell + \left\{ n \cdot \xi' + \frac{\lambda \cdot n_a \cdot \xi_t}{\tau_L} \cdot (1 + \xi') \right\} \cdot \beta \right] \cdot T_\ell \cdot S + (1 + \xi') \cdot \beta \quad \cdots\cdots (12')$$

こゝで、

$$\lambda = \frac{L_0}{\ell},\ n = \frac{A}{A_{Th}},\ n_a = \frac{a}{A_{Th}},\ A_{Th} = \frac{a\ell}{2\alpha g H_{t0}}$$

3 サージタンクおよび水圧管路の影響

先づ　次の２つの伝達函数を定義する。

$$K_t(S) = \frac{[G_{H_t}(S)]_{S,\,P=0}}{G_{H_t}(S)} \quad \cdots\cdots \quad (13)$$

$$K_e(S) = \frac{[G_{H_e}(S)]_{S,\,P=0}}{G_{H_e}(S)} = K_t(S) \cdot \frac{G_2(S)}{[G_2(S)]_{S,\,P=0}} \quad \cdots\cdots \quad (14)$$

こゝで、

$[G_x(S)]_{S,P=0}$ ：$G_x(S)$ で、サージタンクおよび水圧管路の影響を除いたもの

さて、水路系の伝達函数に対するサージタンク自体および水圧管路の影響の度合を知るには、新しく定義された $K_t(S)$、或いは、$K_e(S)$ の周波数特性に注目すればよい。

図－１は $K_t(S)$ のボード線図の一例で、n および ξ_t をパラメータとしている。（表－１参照）

4．あとがき

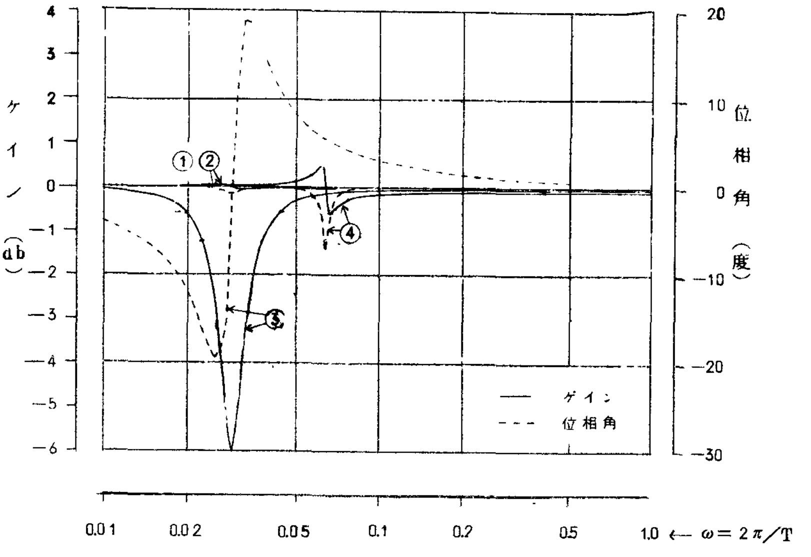
$K_t(S)$ の計算は、当時（昭和４１年１２月）九大工学部の学生であつた田村貴君に手伝つてもらつた。こゝに特記して感謝の意を表する。

表－１

ケース	①	②	③	④	備考
T_ℓ	6				$\ell / H_{t0} \doteqdot 20$
β	0.03				
λ	0.01				$L_0/\ell \doteqdot L/\ell$
μ	1				$H_{t0}/H_{e0} \doteqdot 1$
n_a	0.2				
n	1			0.2	
τ_L	0.01				$L/\ell \doteqdot \lambda$
ξ_t	0.000,7		5	0.01	$\frac{\alpha_t}{\alpha} \doteqdot \tau_L \cdot \left(\frac{n_a}{n}\right)^{5/3}$ ＊制水口型サージタンクを考えた
ℓ'/ℓ	0.1	0.2	0.1		
a'/a	0.5				
τ'_ℓ	0.2	0.4	0.2		$(\ell'/\ell)/(a'/a)$
ξ'	0.45	0.9	0.45		$\left(\frac{\alpha'_v}{\alpha}\right) / \left(\frac{a'}{a}\right)^2 \doteqdot \left(\frac{m'}{m}\right)^2 \cdot \left(\frac{\ell'}{\ell}\right) / \left(\frac{a'}{a}\right)^{8/3}$
m'/m	0.011／0.013				

m および m′：導水路および水圧管路の粗度係数

図 − 1


4
3
2
1
0
−1
−2
−3
−4
−5
−6
ゲイン（db）
20
10
0
−10
−20
−30
位相角（度）
①
②
③
④
ゲイン
位相角
0.01
0.02
0.05
0.1
0.2
0.5
1.0 ← ω = 2π/T