

九州大学 正員 山崎徳也

学生員 ○後藤恵之輔

1.序 最近、土木および建築構造物において主として重量を増すことなしに剛度も強める経済的見地より多用されているがキヤステッド・ビームである(図-1参照)。これは工型ばりの腹部をコールドソーかまたは自動ガス切断装置により連続的にジグザグに切断し、その結果生ずる二つの切半を crest が一致するように移動して溶接して与えられる、いわゆる六角形孔を有する Expanded Beam のことである。

本構造に関する理論的研究は極めて少なく、わずかに M.D. Altfrillsch¹⁾および Z.

Shoukry²⁾等による簡易解法があるのみで厳密な解法は未だ見当たらないようである。そこ

で著者らは本構造も二次元問題として取扱い理論的に厳密な解析を試みてオ1報³⁾およびオ2報⁴⁾を発表したが、本論では腹部に直線辺を隅と丸めた非正六角形孔を有し自由端に集中荷重をうける工型片持ばり(図-4参照)の孔形状を考慮した孔縁応力式を誘導し、算例として正六角形孔を有する矩形断面片持ばりの孔縁応力を算定し、隅角部の丸味および shear-moment ratio (後述)が孔縁応力に与える影響を吟味検討した。なお解は複素変数法によって求めることとする。

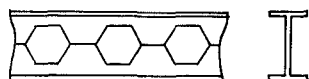


図-1

2.写像函数 図-2に示すごとく、Z-面の原点に中心を有する六角形KがS-面上の単位円K'に、

またKの外郭がK'の外郭にそれぞれ等角写像されるものとし、かつK上の隅角部 t_1, t_2, t_6 がK'上の T_1, T_2, T_6 に対応するものとすれば、Schwarz-Christoffelの変換公式により次式が成立する。

$$\frac{dZ}{dS} = N(1 - \frac{S_1}{S})^{\omega_1}(1 - \frac{S_2}{S})^{\omega_2}(1 - \frac{S_3}{S})^{\omega_3}(1 - \frac{S_4}{S})^{\omega_4}(1 - \frac{S_5}{S})^{\omega_5}(1 - \frac{S_6}{S})^{\omega_6} \quad (1)$$

ここに $Z = x + iy, S = e^{i\alpha+\beta}$, (x, y) = 直角座標, (α, β) = 直交曲線座標, N = Z-面とS-面とのスケール比。

さらに $\omega_1 = \omega_4, \omega_2 = \omega_3 = \omega_5 = \omega_6 = (1 - \omega_1)/2$ であり、また $S_1 = -S_4, S_2 = -S_5, S_3 = -S_6$ と円周上にとり、さらに $S_1 = 1, S_2 = e^{i\pi}$

$S_3 = e^{i(\pi-\theta)}$ であることを考慮して式(1)を積分すれば次式がえられる。

$$Z = N \int_1^S (1 - \frac{1}{S^2})^{\omega_1} (1 - \frac{2 \cos 2\theta}{S^2} + \frac{1}{S^4})^{(1-\omega_1)/2} dS \quad (2)$$

この積分を直接行ふことは困難であるゆゑ被積分函数を級数に展開する手法をとる。すなわち

ここに $f_{2n}(n=1, 2, 3, \dots)$ は ω_1, θ の函数である。上式より直ちに次式がえられる。

$$Z = N(S - \frac{f_2}{S} - \frac{f_4}{3S^3} - \frac{f_6}{5S^5} - \frac{f_8}{7S^7} - \frac{f_{10}}{9S^9} - \dots) \quad (3)$$

式(3)が所要の写像函数であり無限級数によってZ-面上の完全な直線辺を隅に丸味を有する六角形をS-面上の単位円に写像する。しかし実際問題として無限項をとることは煩雑を招来するゆゑ、本論では Heller, Jr. の方法⁵⁾を用うることとする。すなわち、式(3)の有限項にとり、その項数および係数を变化させることによって直線辺で隅に任意の曲率半径を有する六角形を写像することができ、かかる孔形に適合した写像函数が次式のごとくえられることとなる。

$$Z = AS + \frac{B}{S} + \frac{C}{S^3} + \frac{D}{S^5} + \frac{E}{S^7} + \frac{F}{S^9} + \dots \quad (4)$$

3.写像函数の係数の決定 式(4)を展開し両辺の実数部と虚数部とをそれぞれ等置して $\alpha=0$ とおけば孔の境界も定義する次式がえられる。

$$\left. \begin{aligned} X &= (A+B) \cos \beta + C \cos 3\beta + D \cos 5\beta + E \cos 7\beta + F \cos 9\beta + \dots \\ Y &= (A-B) \sin \beta - C \sin 3\beta - D \sin 5\beta - E \sin 7\beta - F \sin 9\beta - \dots \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

式(5)中の係数 $A, B, C, \dots$ は実際の孔になるべく正確に表わすべく決定しなければならないが、本論では8ヶの値 A, B, C, D, E, F, G および H を決定し応力計算には A, b, C, D, E および F を用うることとする。係数決定の条件は式(5)で定義される曲線が与えられた一連の点を通過すること、これらの点を図-3に示すが各点の座標値は次のごとくである。

$$\begin{aligned}
 x_1 &= 0.1x + f; & y_1 &= 0 \\
 x_2 &= 0.1x + f \cos \theta_2; & y_2 &= f \sin \theta_2 \\
 x_3 &= 0.5 \cos^2 \frac{1-2\theta}{2} \pi; & y_3 &= 0.25 \sin (1-2\theta) \pi \\
 x_4 &= 0.2x + f \cos \theta_4; & y_4 &= 0.2y + f \sin \theta_4 \\
 x_5 &= 0.2x + f \cos \theta_5; & y_5 &= 0.2y + f \sin \theta_5 \\
 x_6 &= 0.2x + f \cos \theta_6; & y_6 &= 0.2y + f \sin \theta_6 \\
 & & y_7 &= 0.5\lambda \\
 x_8 &= 0; & y_8 &= 0.5\lambda
 \end{aligned}$$

ただし $A_x = 0.5, B_x = 0.5 - 0.5\lambda \cos \theta \pi, b_y = 0.5\lambda, a_x = A_x - f \cos \theta \pi,$

$$0.2x = B_x - f \tan \frac{\theta}{2} \pi, \quad 0.2y = B_y - f$$

ここに f は計算の便宜のため、もとの丸味を有さない六角形の単位幅 ($w=1$) となるべき形状と高さ (d) は入である。座標 x_j は解を簡単にするため固定してない。対称性より $\beta_1 = 0, \beta_8 = \pi/2$ であり β_j は既知であるとする。式(6)と式(5)に代入することにより未定係数 $A, B, \dots, H$ および未知量 $\beta_2, \beta_3, \dots, \beta_6$ に関する13元同次連立方程式がえられ Newton の反復解法により決定されることとなる。なお、 $\theta_2, \theta_4, \theta_5, \theta_6$ の値としてはそれぞれ $\pi/12, \pi/4, \pi/3, 5\pi/12$ とする。

4. 自由端に集中荷重をうけるI型片持りの孔縁応力式の誘導 図-4に示すとき荷重場を考えると、孔より十分遠く離れた位置における腹部の応力は次式で与えられる。

$$\sigma_x = \frac{P(L-x)(y+e)}{I}; \quad \sigma_y = 0; \quad \tau_{xy} = -\frac{P}{2I} [k^2 - (y+e)^2] \quad (7)$$

ここに e は孔中心の中立軸からの偏心量、 I はもとの孔を有さないI型片りの中立軸に関する断面二次モーメント、 L は自由端の集中荷重 P から孔中心までの距離で k は次式で与えられるものである。⁶⁾

$$k^2 = k^2 (1 + \frac{2b t_f}{h t_w})$$

直角座標における応力 σ_x, σ_y および τ_{xy} は次式に示す Kolosov-Muskhelishvili の公式によってポテンシャル函数 $\Phi(z)$ と $\Psi(z)$ により決定される。

$$\left. \begin{aligned}
 \sigma_x + \sigma_y &= 2 \{ \Phi'(z) + \overline{\Phi'(\bar{z})} \} \\
 \sigma_y - \sigma_x + 2i \tau_{xy} &= 2 \{ \bar{z} \Phi'(z) + \Psi'(z) \}
 \end{aligned} \right\} \quad (8) \quad \text{ここに } \bar{z} = x + iy, \quad ' = \frac{d}{dz}$$

よってポテンシャル函数 $\Phi(z)$ および $\Psi(z)$ は次式のごとく表わされるゆえ

$$\Phi(z) = \sum_{n=1}^{\infty} A_n z^n + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{a_n}{z^n}, \quad \Psi(z) = \sum_{n=1}^{\infty} B_n z^n + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{b_n}{z^n} \quad (9)$$

式(7)および式(9)と式(8)に代入して未定係数 A_n, B_n を決定すれば、 $\Phi(z)$ および $\Psi(z)$ が次のごとく与えられることとなる。

$$\left. \begin{aligned}
 \Phi(z) &= \frac{P}{8I} \left\{ 2Le z - (e+L) z^2 + i \frac{z^3}{3} \right\} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{a_n}{z^n} \\
 \Psi(z) &= \frac{P}{8I} \left\{ -4 \{ Le + i(k^2 - e^2) \} z + (3e+L) z^2 - i \frac{2}{3} z^3 \right\} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{b_n}{z^n}
 \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

キャスレーッド・ビームの孔縁にはパイプなどが通っている場合を除いて通常荷重の外力も作用しないゆえ、孔縁における境界条件として次式が成立する。

$$\varphi(\sigma) + \frac{Z(\sigma)}{\bar{Z}(\bar{\sigma})} \overline{\varphi'(\bar{\sigma})} + \overline{\Psi'(\bar{\sigma})} = 0 \quad (11)$$

ここに $\Phi(z) = \Phi[Z(\sigma)] = \varphi(\sigma), \Psi(z) = \Psi[Z(\sigma)] = \psi(\sigma), \sigma = (s)_{\sigma=0} = e^{i\theta}$

式(11)より所要のポテンシャル函数 $\varphi(\sigma)$ を決定するわけであるが、式(4)の写像函数と式(10)より式(11)に必要な諸函数が次のごとく与えられる。

$$\left. \begin{aligned}
 \varphi(s) &= \frac{P}{8I} \left\{ 2LeAs - (e+L)A^2 s^2 + i \frac{A^3 s^3}{3} \right\} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{a_n}{s^n}, \quad \overline{\varphi'(\bar{\sigma})} = \frac{P}{8I} \left\{ 2LeA - \frac{2(e+L)A^2}{\sigma} + i \frac{A^3}{\sigma^2} \right\} - \sum_{n=1}^{\infty} n a_n \sigma^{n-1} \\
 \psi(s) &= \frac{P}{8I} \left\{ -4 \{ Le + i(k^2 - e^2) \} As + (3e+L)A^2 s^2 - i \frac{2}{3} A^3 s^3 \right\} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{b_n}{s^n}, \quad \overline{\psi'(\bar{\sigma})} = \frac{P}{8I} \left\{ -4 \{ Le - i(k^2 - e^2) \} \frac{A}{\sigma} + (3e+L) \frac{A^2}{\sigma^2} + i \frac{2}{3} \frac{A^3}{\sigma^3} \right\} + \sum_{n=1}^{\infty} n b_n \sigma^{n-1} \\
 Z(\sigma) &= A\sigma + \frac{B}{\sigma} + \frac{C}{\sigma^3} + \frac{D}{\sigma^5} + \frac{E}{\sigma^7} + \frac{F}{\sigma^9}, \quad \bar{Z}(\bar{\sigma}) = A - B\sigma^2 - 3C\sigma^4 - 5D\sigma^6 - 7E\sigma^8 - 9F\sigma^{10}
 \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

* 文献4)の式(6)には誤りがあるので上式に訂正する。

式(12)と式(11)に代入し $Z(\sigma)/Z(\tau)$ に相当するポテンシャル関数に展開し整理すれば次の式がえられる。

$$\begin{aligned} & \varphi(\sigma) + \left(\frac{C_1}{\sigma} + \frac{C_2}{\sigma^2} + \frac{C_3}{\sigma^3} + \frac{C_4}{\sigma^4} + \frac{C_5}{\sigma^5} \right) \left[\frac{P}{8I} \{ 2LeA - 2(e-iL) \frac{A^2}{\sigma} - \frac{A^3}{\sigma^2} \} - \sum_{n=1}^{\infty} n \bar{a}_n \sigma^{n+1} \right] \\ & + \frac{P}{8I} \left[-4 \{ Le - i(L^2 - e^2) \} \frac{A}{\sigma} + (3e-iL) \frac{A^2}{\sigma^2} + i \frac{2}{3} \frac{A^3}{\sigma^3} \right] + \sum_{n=1}^{\infty} \bar{b}_n \sigma^n = 0 \quad \text{----- (13)} \end{aligned}$$

ここに

$$\left. \begin{aligned} C_1 &= \frac{B}{A} + \frac{BC+3CD+5DE+7EF}{A^2} + \frac{B^2+6BC+10BD+9C^2}{A^3} + \frac{B^3E+9B^2C}{A^4} + \frac{B^4F}{A^5} \\ C_2 &= \frac{C}{A} + \frac{BD+3CE+5DF}{A^2} + \frac{B^2E+6BCF}{A^3} + \frac{B^3F}{A^4} \\ C_3 &= \frac{D}{A} + \frac{BE+3CF}{A^2} + \frac{B^2F}{A^3} \quad , \quad C_4 = \frac{E}{A} + \frac{BF}{A^2} \quad , \quad C_5 = \frac{F}{A} \end{aligned} \right\} \text{----- (14)}$$

式(13)の両辺に $d\sigma/2\pi i(\sigma-\tau)$ を乗じ Cauchy の定理を用いて積分すれば次の式がえられる。

$$\begin{aligned} & -\varphi(\tau) + \frac{P}{8I} \{ 2LeA\tau - (e+iL)A^2\tau^2 + i \frac{A^3}{3}\tau^3 \} - \frac{P}{8I} \left[2LeA \left(\frac{C_1}{\tau} + \frac{C_2}{\tau^2} + \frac{C_3}{\tau^3} + \frac{C_4}{\tau^4} + \frac{C_5}{\tau^5} \right) \right. \\ & \left. - 2(e-iL)A^2 \left(\frac{C_1}{\tau^2} + \frac{C_2}{\tau^3} + \frac{C_3}{\tau^4} + \frac{C_4}{\tau^5} + \frac{C_5}{\tau^6} \right) - iA^3 \left(\frac{C_1}{\tau^3} + \frac{C_2}{\tau^4} + \frac{C_3}{\tau^5} + \frac{C_4}{\tau^6} + \frac{C_5}{\tau^7} \right) \right] + a_1 \left(\frac{C_2}{\tau} + \frac{C_3}{\tau^2} + \frac{C_4}{\tau^3} + \frac{C_5}{\tau^4} \right) \\ & + 2a_2 \left(\frac{C_3}{\tau^2} + \frac{C_4}{\tau^3} + \frac{C_5}{\tau^4} \right) + 3a_3 \left(\frac{C_4}{\tau^3} + \frac{C_5}{\tau^4} \right) + 4a_4 \left(\frac{C_5}{\tau^4} \right) + 5a_5 \left(\frac{C_5}{\tau^5} \right) + 6a_6 \frac{C_5}{\tau^6} \\ & + 7a_7 \frac{C_5}{\tau^7} - \frac{P}{8I} \left[-4 \{ Le - i(L^2 - e^2) \} \frac{A}{\tau} + (3e-iL) \frac{A^2}{\tau^2} + i \frac{2}{3} \frac{A^3}{\tau^3} \right] = 0 \quad \text{----- (15)} \end{aligned}$$

この操作を繰返して結局、次の式がえられることになる。

$$\begin{aligned} & -\varphi(\tau) + \frac{P}{8I} \{ 2LeA\tau - (e+iL)A^2\tau^2 + i \frac{A^3}{3}\tau^3 \} + \frac{a_1}{\tau} + \frac{a_2}{\tau^2} + \frac{a_3}{\tau^3} + \frac{a_4}{\tau^4} + \frac{a_5}{\tau^5} + \frac{a_6}{\tau^6} + \frac{a_7}{\tau^7} \\ & - \frac{P}{8I} \left[2LeA \frac{C_1}{\tau^2} - 2(e-iL)A^2 \left(\frac{C_2}{\tau^3} + \frac{C_3}{\tau^4} \right) - iA^3 \left(\frac{C_3}{\tau^4} + \frac{C_4}{\tau^5} \right) \right] = 0 \quad \text{----- (16)} \end{aligned}$$

式(15)と式(16)とにおいて τ の同次数の係数を比較すれば未定係数 $a_1, a_2, \dots, a_7$ に関する連立方程式がえられ、これを解くことにより

$a_1, a_2, \dots, a_7$ の次のように決定せられる。

$$\left. \begin{aligned} a_1 &= \frac{PA}{8I} (2LeA_1' + iA^2a_1') \quad , \quad a_2 = \frac{PA}{8I} (eAA_2' + iLAa_2') \\ a_3 &= \frac{PA}{8I} (2LeA_3' + iA^2a_3') \quad , \quad a_4 = \frac{PA}{8I} (eAA_4' + iLAa_4') \\ a_5 &= \frac{PA}{8I} (2LeA_5' + iA^2a_5') \quad , \quad a_6 = \frac{PA}{8I} (eAA_6' + iLAa_6') \\ a_7 &= \frac{PA}{8I} (2LeA_7' + iA^2a_7') \end{aligned} \right\} \text{----- (17)}$$

$$\left. \begin{aligned} \text{ここに } a_1' &= \frac{2-C_3-5C_5C_7-7C_7C_9 - \frac{3(C_3+5C_5C_7)(C_4+5C_5C_9)}{1-3(C_7+5C_9^2)}}{1-C_3-5C_7^2-7C_7^2 - \frac{3(C_3+5C_5C_9)^2}{1-3(C_7+5C_9^2)}} \quad , \quad a_1'' = \frac{-5C_3C_9-7C_5C_9 - \frac{(2-3C_3+15C_3C_9)(C_5-5C_9C_7) - 4(K^2e^2)}{1+3(C_7-5C_9^2)}}{1+C_3-5C_7^2-7C_7^2 - \frac{3(C_7-5C_9C_7)^2}{1+3(C_7-5C_9^2)}} \\ a_2' &= \frac{-3+2C_3+12C_5C_7 + \frac{8C_3C_7}{1-4C_9}}{1-2C_5-12C_7^2 - \frac{8C_7^2}{1-4C_9}} \quad , \quad a_2'' = \frac{1-2C_3+12C_5C_9 + \frac{8C_3C_9}{1+4C_9}}{1+2C_5-6C_7^2 - \frac{4C_7^2}{1+4C_9}} \\ a_3' &= \frac{-C_3-5C_5C_9+a_1'(C_5+5C_7C_9)}{1-3(C_7+5C_9^2)} \quad , \quad a_3'' = \frac{-\frac{2}{3}+C_1-5C_3C_9-a_1''(C_5-5C_9C_7)}{1+3(C_7-5C_9^2)} \\ a_4' &= \frac{2(C_3+a_2'C_7)}{1-4C_9} \quad , \quad a_4'' = \frac{-2(C_3+a_2''C_7)}{1+4C_9} \\ a_5' &= -C_5+a_1'C_7+3a_2'C_9 \quad , \quad a_5'' = C_3-a_1''C_7-3a_2''C_9 \\ a_6' &= 2(C_5+a_2'C_9) \quad , \quad a_6'' = -2(C_5+a_2''C_9) \\ a_7' &= -C_7+a_1'C_9 \quad , \quad a_7'' = C_5-a_1''C_9 \end{aligned} \right\} \text{----- (18)}$$

したがって式(16)に所需のポテンシャル関数 $\varphi(\tau)$ が次のように決定せられることになる。

$$\begin{aligned} \varphi(\tau) &= \frac{PA}{8I} \left[2LeA\tau - (e+iL)A^2\tau^2 + i \frac{A^3}{3}\tau^3 + \frac{2Lea_1'+iA^2a_1'}{\tau} + \frac{eAA_2'+iLAa_2'}{\tau^2} + \frac{2Lea_3'+iA^2a_3'}{\tau^3} \right. \\ & \left. + \frac{eAA_4'+iLAa_4'}{\tau^4} + \frac{2Lea_5'+iA^2a_5'}{\tau^5} + \frac{eAA_6'+iLAa_6'}{\tau^6} + \frac{2Lea_7'+iA^2a_7'}{\tau^7} - (2LeC_1-iA^2C_1)\frac{1}{\tau^2} + 2(e-iL)A\frac{C_2}{\tau^3} + iA^2\frac{C_3}{\tau^4} \right] \text{----- (19)} \end{aligned}$$

次にこのポテンシャル関数を用いて孔縁応力 $[(\sigma_r)_{\theta=0}]$ が次のように決定せられる。 $(\sigma_r)_{\theta=0} = 2 \left[\frac{\varphi'(\sigma)}{Z'(\sigma)} + \frac{\varphi'(\bar{\sigma})}{Z'(\bar{\sigma})} \right] \text{----- (20)}$

式(4)と式(19)と式(20)に代入し整理すれば次の孔縁応力式がえられる。

$$\begin{aligned} J_0 \left[\frac{(\sigma_r)_{\theta=0}}{PL \frac{A}{Y_0}} \right] &= \frac{C}{Y_0} (a_0 + a_2 \cos 2\beta + a_4 \cos 4\beta + a_6 \cos 6\beta + a_8 \cos 8\beta) + \frac{A}{Y_0} \left[(a_1 \cos \beta + a_3 \cos 3\beta + a_5 \cos 5\beta + a_7 \cos 7\beta + a_9 \cos 9\beta + a_{11} \cos 11\beta) \right. \\ & \left. + \frac{1}{\beta} (a_{10} \sin \beta + a_{12} \sin 3\beta + a_{14} \sin 5\beta + a_{16} \sin 7\beta + a_{18} \sin 9\beta + a_{20} \sin 11\beta) \right] + \frac{PA^2}{2I} \frac{1}{PL \frac{A}{Y_0}} (a_{21} \sin 2\beta + a_{22} \sin 4\beta + a_{23} \sin 6\beta + a_{24} \sin 8\beta + a_{25} \sin 10\beta + a_{26} \sin 12\beta) \text{----- (21)} \end{aligned}$$

ここに $Q_0 \sim Q_9 = \text{係数}$ 、 $Q_1 \sim Q_{11} = \text{係数}$

$$\Delta_1 = A^2 AB A_2^2 - 3AC A_2^2 + 6AC A_2^2 - 10AD A_2^2 + 15AD A_2^2 - 21AE A_2^2 + 72AF C_1 - 90F^2$$

$$\Delta_3 = -AB - A^2 A_2^2 - 5AD A_2^2 + 2AB A_2^2 - 14AE A_2^2 + 9AC A_2^2 - 21AF A_2^2 - 40AD C_1 - 70EF$$

$$\Delta_5 = -3AC - 7AE A_2^2 - 2A^2 A_2^2 - 18AF A_2^2 + 3AB A_2^2 - 24AC C_1 - 50DF$$

$$\Delta_7 = -5AD - 9AF A_2^2 - 3A^2 A_2^2 - 8AB C_1 - 30CF, \Delta_9 = -7AE + 8A^2 C_1 - 10BF, \Delta_{11} = AF$$

$$\Delta_2 = -A^2 - A^2 A_2^2 - 3AC A_2^2 + 3AB A_2^2 - 15AD A_2^2 + 15AC A_2^2 - 35AE A_2^2 + 35AD A_2^2 - 63AF A_2^2 + 63AE C_1 + 99F^2$$

$$\Delta_4 = AB - 5AD A_2^2 - 3A^2 A_2^2 - 21AE A_2^2 + 5AB A_2^2 - 15AF A_2^2 + 21AC A_2^2 + 45AD C_1 + 17EF$$

$$\Delta_6 = 3AC - 7AE A_2^2 - 21AF A_2^2 - 5A^2 A_2^2 + 7AB A_2^2 + 27AC C_1 + 55DF$$

$$\Delta_8 = 5AD - 9AF A_2^2 - 7A^2 A_2^2 + 9AB C_1 + 33CF, \Delta_{10} = 7AE - 9A^2 C_1 + 11BF, \Delta_{12} = -2AF$$

$$J_0^2 = S_0 + S_2 \cos 2\theta + S_4 \cos 4\theta + S_6 \cos 6\theta + S_8 \cos 8\theta + S_{10} \cos 10\theta, Y_0 = A - B + C - D + E - F$$

ここに $S_0 = A^2 + B^2 + 9C^2 + 25D^2 + 49E^2 + 81F^2, S_2 = -2(AB - 3BC - 15CD - 35DE - 63EF),$

$$S_4 = -2(3AC - 5BD - 21CE - 45DF), S_6 = -2(5AD - 7BE - 21CF), S_8 = -2(7AE - 9BF), S_{10} = -18AF.$$

さらに $e \ll y_0, L$ であり、さらに $L \gg A, B, C, D, E, F$ であることを考慮すれば、所要

の孔縁応力式が次のごとく求められることになる。

$$J_0^2 \left(\frac{\sigma_{\theta}^2}{L^2} \right) = \frac{A}{y_0} (\Delta_1 \sin \theta + \Delta_3 \sin 3\theta + \Delta_5 \sin 5\theta + \Delta_7 \sin 7\theta + \Delta_9 \sin 9\theta + \Delta_{11} \sin 11\theta) + \frac{2K^2}{L y_0} \frac{1}{1 + C_1 - 3C_2 + 5C_3} (\Delta'_1 \sin 2\theta + \Delta'_3 \sin 4\theta + \Delta'_5 \sin 6\theta + \Delta'_7 \sin 8\theta) \dots (22)$$

ここに $\Delta'_1 = 1 + 3C_1 + \frac{6CE - 15D^2 - 35E^2 + 20DF}{A^2} + \frac{6BCF - 15BDE - 45CDF}{A^2} - \frac{15B^2DF}{A^4}, \Delta'_3 = 2C_1 + \frac{6CF - 21DE}{A^2} - \frac{21BE^2}{A^4}$

$$\Delta'_5 = 2C_1 - \frac{27DF}{A^2}, \Delta'_7 = 2C_1$$

式(22)において左辺第2項の L は nominal shear stress ($P/2ht_w$) の nominal bending stress (PLh/I) に対する比、すなわち shear-moment ratio (τ/σ) を用いて次のごとく置き換える。 $L = \frac{1}{\sigma} \frac{I}{2h^2 t_w} \dots (23)$

したがって式(22)の孔縁応力は次式のごとく表わすこともできる。

$$J_0^2 \left(\frac{\sigma_{\theta}^2}{PL^2 h^2} \right) = \frac{A}{y_0} (\Delta_1 \sin \theta + \Delta_3 \sin 3\theta + \Delta_5 \sin 5\theta + \Delta_7 \sin 7\theta + \Delta_9 \sin 9\theta + \Delta_{11} \sin 11\theta) + \frac{\sum \frac{4K^2 h^2 t_w}{y_0 I}}{1 + C_1 - 3C_2 + 5C_3} (\Delta'_1 \sin 2\theta + \Delta'_3 \sin 4\theta + \Delta'_5 \sin 6\theta + \Delta'_7 \sin 8\theta) \dots (24)$$

5. 計算例

式(4)の導出函数における係数 A, B, C, D, E および F の値は正六角

形孔 ($\theta = 1/3, \lambda = \sqrt{3}/2$) について計算すれば表-1のごとく、式(24)にこれらの値

を代入しさらに $h = \omega$ とおけば、矩形断面片持りの孔縁応力が隅半径比 ρ ($= R/\omega$) を変数として図-5のごとく決定せられる。ただし shear-moment ratio

$\tau/\sigma = 0$ とする。

$\tau/\sigma = 0$ とする。

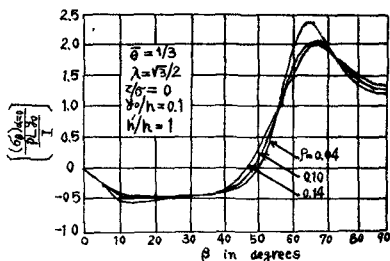


図-5

6. 結語

本論は束ね面荷力が未知で十分な安全度のもとに使用されている

キャスレッド・ビームと理論的に厳密に解析するための基礎的研究に行なったもので、隣接孔の影響を無視しつつ孔が桁高に比較してかなり大きい場合 ($\lambda > 0.15h$) については考慮していないが、実際構造物の性状を把握するうえにおいて有効力を發揮するものと思われる。キャスレッド・ビームには八角形孔を有するものもあるが、これについても本論の方法をそのまま適用すればよく、隣接孔の影響も考慮した場合および孔がかなり大きい場合と並行して目下研究進行中であり、有限要素法による解法とともに後日発表の予定である。なお数値計算には本学電子計算機 OKITAC-5090H を使用した。

- 1) M.D. Alfifilisch, et al., Weld. Jour. 22-2, Feb. 1957. 2) Z. Shoukry, Weld. Jour. 44-5, May 1965. 3) 山崎・後藤, 土木工学集報, 40-5, 昭和42年11月。4) 山崎・後藤, 土木応用力学連合講演会論文抄録集, 昭和42年10月。5) S.R. Heller, Jr, et al., Proc. 3rd U.S. Nat. Cong. Appl. Mech., Jun. 1958. 6) S.R. Heller, Jr, et al., Proc. 4th U.S. Nat. Cong. Appl. Mech., P 492, Jun. 1962.