

温度荷重の作用する場合

熊本大学 工学部 正 員 三 池 亮 次

〇 熊本大学 工学部 学生員 田 中 重 範

1. 要 旨

水压荷重を受けるアーテダムのたわみ δ および応力 σ の無次元量 $\frac{E_c \delta}{w H_0}$, $\frac{\sigma}{w H_0}$ のアーテ剛度あるいは片持ばり剛度を表わす無次元パラメーター $\frac{T_0}{T_0}$, $\frac{T_0}{H_0}$ に対する挙動特性については、すでに筆者の一人が解析を行った。¹⁾ (E_c :コンクリート弾性係数, w :水の単位体積重量, H_0 :ダム高, T_0 :クラウシ厚, T_0 :標準標準アーテ厚, H_0 :標準標準アーテ径)

ひき続き、堤体平均温度上昇および温度こう配を堤体に生じたアーテダムのたわみおよび応力の無次元量の誘導と、それの $\frac{T_0}{T_0}$, $\frac{T_0}{H_0}$ に対する性状についての研究成果を報告する。なお、アーテダムの形状を示す中心角比および谷形比は、前回報各の場合と同しく、定角アーテダムについては稜柱ダム、定半径アーテダムとしては雫ダムの値を使用した。

2. 理 論

堤体平均温度変化を生じたアーテダムのクラウンの片持ばり要素の下流方向たわみを $\text{cat} \delta$ 、配分荷重を $\text{cat} P$ 、flexibility マトリクスを cF とすれば(マトリクスの要素の添字は上より下へ行った標準番号を表す)

$$\text{cat} \delta = cF \text{cat} P \quad (1)$$

より、アーテ要素のたわみ $\text{aet} \delta$ は C_E をコンクリートの膨脹係数、 $\text{aet} F$ をアーテ要素の堤体平均温度変化量 Δt に対するflexibility マトリクス、 $\text{aet} P$ をアーテの配分荷重とすると、

$$\text{aet} \delta = aF \text{aet} P - \text{aet} F \quad (2)$$

$$\text{ただし} \quad \text{cat} \delta = \begin{bmatrix} \text{cat} \delta_1 \\ \text{cat} \delta_2 \\ \vdots \\ \text{cat} \delta_n \end{bmatrix}, \quad \text{cat} P = \begin{bmatrix} \text{cat} P_1 \\ \text{cat} P_2 \\ \vdots \\ \text{cat} P_n \end{bmatrix}, \quad cF = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & \cdots & c_{1n} \\ c_{21} & c_{22} & \cdots & c_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ c_{n1} & \cdots & \cdots & c_{nn} \end{bmatrix}, \quad aF = \begin{bmatrix} \text{aet} \delta_1 & & 0 \\ \text{aet} \delta_2 & & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & & \text{aet} \delta_n \end{bmatrix}, \quad \text{aet} F = \begin{bmatrix} \text{aet} \delta_1 \\ \text{aet} \delta_2 \\ \vdots \\ \text{aet} \delta_n \end{bmatrix}, \quad \Delta t = \begin{bmatrix} \Delta t_1 \\ \Delta t_2 \\ \vdots \\ \Delta t_n \end{bmatrix} \quad (3)$$

かるに、もし温度荷重に対してアーテクラウンコンテレーバ法が適用されるものとすれば、

$$\text{cat} \delta = \text{aet} \delta \equiv \text{at} \delta \quad (4)$$

であるから

$$(cF + aF) \text{cat} P = -\text{aet} F$$

$$\therefore \text{cat} P = -\text{aet} P = -(cF + aF)^{-1} \text{aet} F \quad (5)$$

$$\text{at} \delta = -cF(cF + aF)^{-1} \text{aet} F = -(aK^{-1}cK + I)^{-1} \text{aet} F \quad (6)$$

である。

(3)式における $\text{aet} F$ の各要素 $\text{aet} \delta_i$ を $\frac{\text{at} \delta_i}{C_E T_0}$ と無次元表示し、厚さと温度の関係式²⁾

$$\Delta t_i = \frac{100}{T_0} \quad , \quad T_0 > 5 \text{ m} \quad (7)$$

を使用すれば、 $\text{aet} F$ の各要素の無次元たわみとして $\frac{\text{at} \delta_i}{100 C_E}$ が計算される。さらに cF , aF の各要素に $E_c \delta_i$ を用いれば、配分荷重の各要素は $\frac{\text{cat} P_i}{100 C_E E_c}$ なる無次元量として求められる。したがって等分布荷重の無次元量として $\text{cat} P / 100 C_E E_c / H_0$ を得ることができ、応力は $\frac{\sigma}{100 C_E E_c}$ なる無次元量として表わされる。

ただし 100 はメートルの次元を持つ。

またアーチグラフのアーチ要素における応力 $\sigma_{\alpha\beta\gamma\theta}$ は片持ばり抵抗を受けないアーチ応力 $\sigma_{\alpha\beta\theta}$ と片持ばり抵抗による応力 $\sigma_{\alpha\beta\gamma\theta}$ の和である。

$$\sigma_{\alpha\beta\gamma\theta} = \sigma_{\alpha\beta\theta} + \sigma_{\alpha\beta\gamma\theta} \quad (8)$$

温度こう配を媒体に生じたアーチのたわみ量はきわめて小さいが、片持ばりのたわみは無視することとができる。基礎よりの高さ z_j の微小部分区に温度こう配 α_j を生じた片持ばりの高さ z_i 点におけるたわみは下流方向を正にとるとき、

$$cd\delta_{ij}' = -ca\alpha_j \Delta z (z_i - z_j) \equiv ca\alpha_j \Delta z cd\delta_{ij} \quad (9)$$

ただし

$$z_i > z_j$$

であり温度こう配について次の flexibility マトリクス

$$caF = \begin{bmatrix} 0 & cd\delta_{12} & cd\delta_{13} & \cdots & cd\delta_{1n} \\ 0 & & cd\delta_{23} & \cdots & cd\delta_{2n} \\ & 0 & & & cd\delta_{nm} \\ 0 & & & & 0 \end{bmatrix} \quad (10)$$

を定義すれば、温度こう配を生じたアーチグラフのクラウン片持ばりのたわみは

$$ca\delta = caFcaP + caFca\alpha \Delta z \quad (11)$$

アーチクラウンのたわみは

$$aa\delta = aaFaaP \quad (12)$$

ただし caP , aaP はこの場合の片持ばり、アーチの配分荷重であり、両配分荷重によるたわみを等しく $\alpha\delta$ とおくことにより

$$(caF + aaF)aaP = ca\alpha \Delta z caFca\alpha \quad \therefore caP = -ca\alpha \Delta z (caF + aaF)^{-1} caFca\alpha = -aaP \quad (13)$$

$$\begin{aligned} \alpha\delta &= aaFca\alpha \Delta z (caF + aaF)^{-1} caFca\alpha = ca\alpha \Delta z (caFaaF^{-1} + I)^{-1} caFca\alpha \\ &= ca\alpha \Delta z (K_0^{-1}K + I)^{-1} caFca\alpha \end{aligned} \quad (14)$$

(10)式における $cd\delta_{ij}$ と 12 次の無次元量

$$-(\frac{z_i}{H_0} - \frac{z_j}{H_0}) = -(y_i - y_j) \quad (15)$$

を用い、温度こう配と厚さの関係式より得られる次式(下流側温度が上流側温度より大きい温度こう配を正とする)

$$\alpha = \frac{16}{H_0} \begin{bmatrix} \frac{H_0}{H_0} \\ \frac{H_0}{H_0} \\ \vdots \\ \frac{H_0}{H_0} \end{bmatrix} \equiv \frac{16}{H_0} \alpha_1 \quad (16)$$

および $\Delta z = \frac{H_0}{n}$ の関係式を (14) 式に代入し、たわみを無次元表示すれば

$$-\frac{aa\delta}{16caH_0} = \frac{1}{n} \{ (I + caK^{-1}caK)^{-1} caFca\alpha_1 \}_i \quad (17)$$

またさらに aaF , caF の要素として Ecd を用いるとき、配分荷重の無次元量

$$\frac{aaP}{16caEcd} = \{ (aaF + caF)^{-1} caFca\alpha_1 \}_i \quad (18)$$

無次元応力 $\frac{\sigma}{16caEcd}$ のクラウンおよびアバントポイントにおける値もまた、媒体平均温度の場合と同様にして誘導することができる。

3 電子計算と考察

堤体平均温度上昇の場合

配分荷重 一般にアーチ剛度 $\overline{K}$ が大きいほど配分荷重は小さくなる。片持ばり剛度 $\overline{K}$ が小さい γ ムでは、上部配分荷重は小さくなる。

片持ばり剛度 $\overline{K}$ が小さい γ ムでは、上部配分荷重はきわめて小さいが、 $\overline{K}$ が大きくなるにしたがって上部配分荷重は大きくなる。アーチに作用する配分荷重は一般に下流方向に作用するが、 $\overline{K}$ が大きい場合には中間標高において上流方向の配分荷重が生ずる。(図-1)

たわみ 図2にみられるようにアーチクラウ

ウシの標高に対するたわみの変化率は上部において急変する上に凸なるたわみ曲線であることは水压荷重の場合と異なる。また $\overline{K}$ が一定のときはアーチ剛度 $\overline{K}$ が大きいほどたわみは小さくなる。

片持ばり応力 堤体平均温度上昇により、クラウシ下流側には引張応力が生じ、上、下流面応力は互いに反方向に絶対値は近似的に等しい。片持ばり剛度 $\overline{K}$ が小さい場合は、上部では片持ばり配分荷重は小さく、片持ばり応力も小さいが、下部では配分荷重が大きくなり、片持ばり応力も大きくなる。また $\overline{K}$ が大きくなるほど片持ばり配分荷重は小さくなるから応力も小さくなる。片持ばり剛度 $\overline{K}$ が大きくなると、上部では片持ばり配分荷重が大きくなり、したがって応力も大きくなるが、下部では配分荷重が小さくなり片持ばり応力も小さくなる。(図-3)

アーチクラウシの応力 単独アーチに堤体平均温度上昇が生ずる場合のアーチ外弧側応力は一般に負となるが、片持ばり剛度 $\overline{K}$ の大きい場合には、アーチの変形に対する抵抗が大きくなり、したがって外弧側応力が正となることがある。一般に片持ばり剛度が大きいほど圧縮を正とする外弧側応力は大きくなる。内弧側応力は圧縮であり、下部アーチおよび $\overline{K}$ の大きい上部アーチではこの傾向が逆転する。また片持ばり剛度の大きい場合の内弧側応力は $\overline{K}$ に逆比例し、片持ばり剛度の小さい場合は $\overline{K}$ に比例して大きくなる傾向を持つ。(図-4)

温度こう配の場合

配分荷重 図5によって正の温度こう配に対する片持ばり配分荷重は上部では下流方向に作用し、下部ではその方向が逆転することが考察される。堤体平均温度上昇の場合とは逆にアーチ剛度 $\overline{K}$ が大

図-1 堤体平均温度上昇を受ける場合の配分荷重

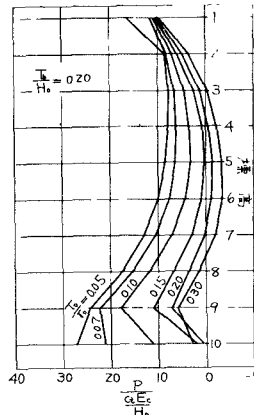


図-2 堤体平均温度上昇によるアーチクラウシのたわみ

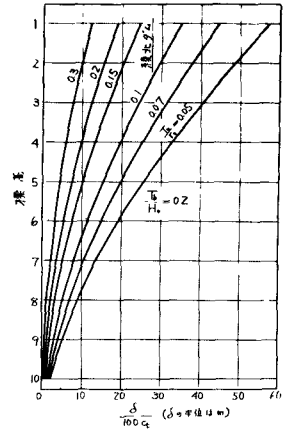


図-3 堤体平均温度上昇によるクラウシ片持ばりの下流側応力

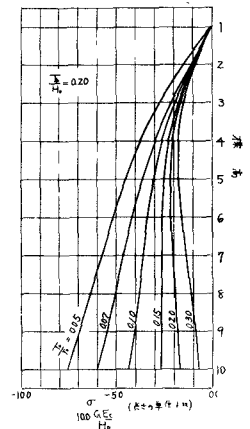
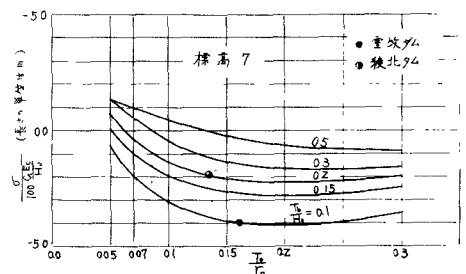


図-4 堤体平均温度上昇によるアーチクラウシの外弧側応力



まくなるほど配分荷重の絶対値は大きくなる。これは温度こう配による片持ばりのたわみに対するアーチ要素の抵抗が、アーチ剛度が大きいほど大きくなるためと考えられる。

たわみ 図-6にみられるように正の温度こう配によるアーチクラウレのたわみは、上部で上流方向に、下部では反対にわずかに下流方向にたわむ。またアーチ剛度係数が大きくなるほど、温度こう配による片持ばりのたわみに対するアーチの抵抗が大きくなり、たわみは小さくなる。

アーチクラウレの外、内張側応力 温度こう配に対する配分荷重は小さいから、この場合の応力は単独アーチに温度こう配が生ずる場合の応力に近似的に等しくなるはずである。したがって片持ばり剛度係数の増減によるアーチ応力の変動は小さく、正の温度こう配による外張側応力は負となり、内張側応力は正となる。また両側の応力の絶対値は長が大きくなるほど一般に小さくなる。

片持ばり応力 正の温度こう配に対して片持ばりの下流側応力は常に正となる。図-7にみられるように $\frac{H}{H_0}$ を一定にして $\frac{P}{H_0}$ を増せば応力は上部で増加し、下部で減少するが、 $\frac{P}{H_0}$ が 0.2 以上ではほとんど大部分の標高で $\frac{P}{H_0}$ に比例して応力は大きくなると考えてよい。これはアーチ剛度 $\frac{P}{H_0}$ が増せば上部片持ばりにかかる配分荷重が大きくなるためである。また $\frac{P}{H_0}$ を一定にして片持ばり剛度係数を増せば片持ばり応力は小さくなる。いずれにしても温度こう配による片持ばり応力は小さい。

4 結 論

(1) 堤体平均温度、温度こう配の2荷重に対して、アーチガムのたわみ、応力、配分荷重の無次元量 $\pm \delta/100\alpha$, $\pm \sigma/100\alpha E_c/H_0$, $\alpha P/100\alpha E_c/H_0$, $\delta/16\alpha H_0$, $\sigma/16\alpha E_c$, $\alpha P/16\alpha E_c$ のアーチ剛度 $\frac{P}{H_0}$ 、片持ばり剛度 $\frac{H}{H_0}$ に対する挙動特性をアーチクラウンカンテイル法により電子計算機で考察した。

(2) 堤体平均温度上昇によるたわみは H_0 、すなわちガムのスケールに比例しないが、温度こう配では H_0 に比例する。応力は前者が H_0 に逆比例するが、後者は無関係である。

参考文献

- 1) 三池亮次: "無次元解析法によるアーチガムのたわみおよび応力の挙動特性の研究" 昭和41年土木学会西部支部研究発表会, 昭和42年1月
- 2) 三池亮次: "荷重分割法によるアーチガムの設計" 昭和41年度土木学会西部支部夏季講習会テキスト, 昭和41年8月

図-5 温度こう配に対する配分荷重

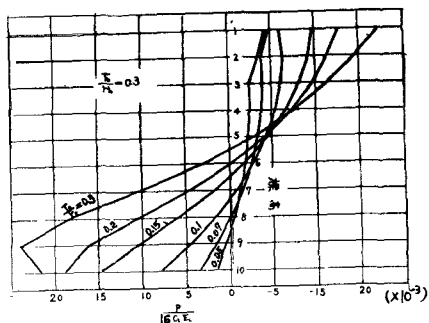


図-6 温度こう配に対するたわみ曲線

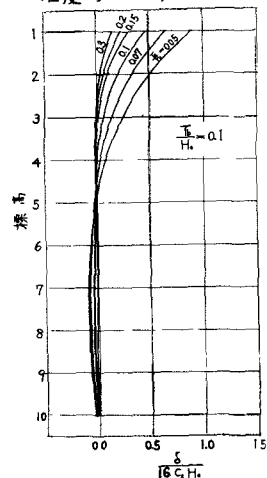


図-7 温度こう配に対するクラウン片持りの下流側応力

