

級数和による層モーメントバランス法

熊本大学 工学部 正員 吉村 虎藏
 八女工業高校 正員 塚本 正文

要 旨

モーメント分配法によつてラーメンを解く場合、層アンバランスドモーメントを逐次バランスさせるに当つて、この層のモーメントが等比級数であることに着目し、各層のアンバランスドモーメントの等比級数和を求めることによりバランス計算の煩雑さを一掃できる。

層アンバランスドモーメント級数和を求めるのに、部材列法（吉村の方法）^{*}の平法が全くそのまゝ、とりこみられる。すなわち、部材列同様層アンバランスドモーメント和も等比級数である。単層ラーメンに於てはすでにその方法を紹介^{**}されてゐるが、この方法は級数法を多層ラーメンにも拡張適用できることを示す。本法によるときは、各層1回のバランス計算ですみ速に最終モーメントを求めることができる。

* 村上, 吉村共著 構造力学

** 例えは 金多沢 ギャー「ラーメンの実用的解法」

1 柱の移動剛度

ラーメン構造のある層の柱頭を水平力 P を加へ、柱頭の回転を止めることとなく、力の方向に変位 Δ を生じさせてつりあひを保てる。このとき、各柱頭には P_1, P_2 の水平力が生ずる。単位の変位 ($\Delta = 1$) をおこさせるに要する力をその柱の移動剛度 T と名付ける。

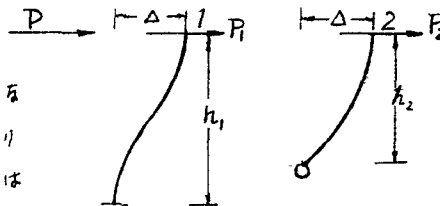


図 - 1

固定端柱

$$T = \frac{12EK}{h^3}$$

ヒンジ端柱

$$T = \frac{3EK}{h^2}$$

} (1)

図-1 において $P_1 = T_1 \Delta$, $P_2 = T_2 \Delta$, また $P = P_1 + P_2$ であるから

$$P_1 = \frac{T_1}{T_1 + T_2} P = \frac{T_1}{\sum T} P$$

$$P_2 = \frac{T_2}{T_1 + T_2} P = \frac{T_2}{\Sigma T} P \quad \dots\dots\dots (2)$$

したがって、ラーメン柱頭に加えた水平力は、柱の移動剛度に応じて分配されることを知る。

2 層 モーメント 分配 率

図-1 の各柱頭、端に生ずるモーメント和を各層モーメントは、

$$\left. \begin{aligned} M_1 &= -P_1 h_1 \\ M_2 &= -P_2 h_2 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (3)$$

また、加えた層モーメント M は、

$$M = P h_1 \quad \dots\dots\dots (4)$$

であるから、水平力のつりあいより

$$M + (M_1 + \frac{h_1}{h_2} M_2) = 0 \quad \dots\dots\dots (5)$$

したがって、

$$\begin{aligned} M_1 &= -\frac{T_1}{\Sigma T} P h_1 = -\frac{T_1}{\Sigma T} M \\ M_2 &= -\frac{T_2}{\Sigma T} P h_2 = -\frac{T_2}{\Sigma T} \frac{h_2}{h_1} M \end{aligned}$$

いま、

$$\left. \begin{aligned} \lambda_1 &= -\frac{T_1}{\Sigma T} \\ \lambda_2 &= -\frac{T_2}{\Sigma T} \frac{h_2}{h_1} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (6)$$

とすると、

$$\left. \begin{aligned} M_1 &= -\lambda_1 M \\ M_2 &= -\lambda_2 M \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (7)$$

λ を層モーメント分配率と名付ける。

3 層モーメント バランス 計算

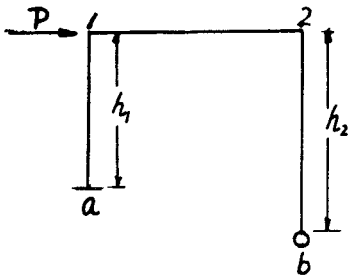


図 - 2

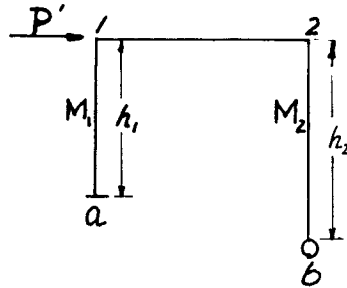


図 - 3

図-2 のラーメンを例にとる。

層アンバランスドモーメント M は $M = Ph_1$ である。これを 2 の方法により各柱頭へモーメントを分配し層モーメントをバランスさせる。これが固定端モーメント F. E. M. である。次にこの F. E. M. を用い節点のまわつきを拘束し、各節点のモーメントのバランス計算を行いバランスさせ結果が図-3 である。図-3 の各柱の層モーメント M_1, M_2 から柱頭へ P' が作用することを知る。 P と P' が一致すれば、層モーメント、節点モーメントはともくバランスするわけであるが、 $P > P'$ である。したがつて、図-2 に示した $P - P'$ を加えて上記の計算を行わなければならない。したがつて、 P と $P - P'$ は等比級数の関係にある。すなわち、

$$\frac{P - P'}{P} = r \quad \dots \dots \dots (8)$$

したがつて、図-3 の結果に $1/(1-r)$ を乗ずることにより所要の柱頭モーメントを得る。実際の計算にあつては、いちいち P' を計算することなく、図-3 の層モーメントを利用して直接計算することができる。

$$r = M - \left\{ -\left(M_1 + \frac{h_1}{h_2} M_2\right) \right\} / M \quad \dots \dots \dots (9)$$

こゝより

$$\frac{1}{1-r} = \frac{M}{-(M_1 + \frac{h_1}{h_2} M_2)} \quad \dots \dots \dots (10)$$

式(10)によつて計算するとよい。以上の説明により、バランス計算は、図-3 を示すたび1回であることも知る。

4 高層ラ－メンへの拡張

図-4 のラーメンは、図-4 (a) と (b) を合成したもので、(a) 図の層アンバランスドモーメントは、 $M_0 = P_1 h_1$, (b) 図の層アンバランスドモーメントは、 $M_u = (P_1 + P_2) h_u$ である。こゝから 3 の方法により各層ごとくバランスさせる。

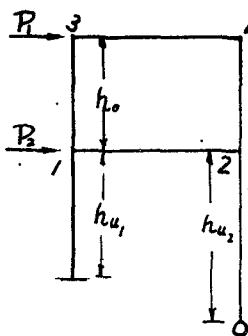


図-4

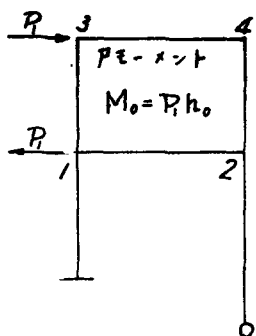


図-4(a)

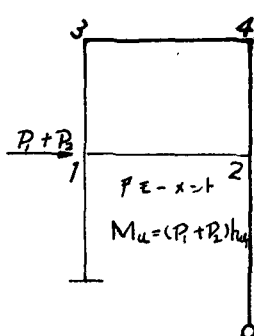


図-4(b)

図-5 は図-4(a) と、図-6 は図-4(b) をバランスさせた結果を示す。

$$1/r_0 = M_0 / -(M_3 + M_4)$$

$$1/r_u = M_u / -(M_1 + \frac{h_{u1}}{h_{u2}} M_2)$$

である。

図-5 に $1/r_0$ を乗ずると 0 層は

バランスし、1 層の層モーメントは

$$M_u' / 1/r_0 (= g_0 M_0) \text{ とする}$$

図-5

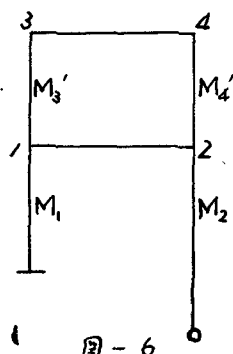


図-6

図-6 に $1/r_u$ を乗ずると 1 層はバランスし、0 層の層モーメントは $M_0' / 1/r_u (= g_u M_u)$ とする。

$$g_0 = \frac{M_u'}{1/r_0} / M_0$$

$$g_u = \frac{M_0'}{1/r_u} / M_u$$

..... (II)

g を層モーメント伝達率と名付ける。これは、図-5、6 の結果の層モーメントを用い直ちに算定できる。いま 0 層に単位層アンバランスドモーメントが

あるとき、これをバランスすれば、図-7 に示すように

公比 $= g_0 g_u$ の等比級数であることがわかる。1 層の場合も

同様である。したがって、部材剛性の平次及びモーメント係

数表をそのまま層アンバランスドモーメント和の算定に適用

できる。ただし、 g の符号が正号であることが違うだけである。

換言すると、層アンバランスドモーメントのバランス計算は各層ごとに 1 回行うだけでよく、迅速に必要な最終モーメントが得られる。

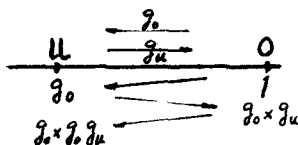


図-7