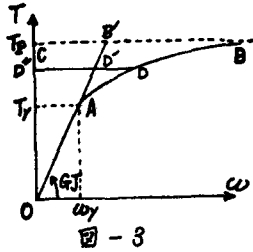


また式(2)の諸係数は弾塑性領域を示す Q_1b_1 と歪硬化領域を示す Q_2b_2 とで規定される無次元定数ご個々の内容は文献(4)の式(3)と同一形式となる。

(2) 弾塑性繰り角式



一般に鋼材の弾塑性領域で繰りモーメントと繰り角 ω の関係は図-3の $\overline{AB}$ のごとき曲線で表わされる。このときの単位長と当りに入力される繰り補正エネルギー $\partial U_T / \partial S$ は $\partial U_T / \partial S = \int \omega dT$ で定義されるゆえ、結局図-3の面積 $OADD'$ と面積 ADD' との和で与えられる。

$$\text{すなわち} \quad \partial U_T / \partial S = T_y^2 / 2GJ + A_1 \quad \text{----- (3)}$$

ただし A_1 : 面積 $A DD'$

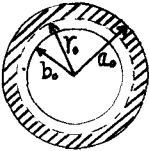


図-4

ここで図-4のごとき外径 a_0 、内径 b_0 の円管断面直線ばりを対象に選べば式(3)の A_1 は次のごとく求むる。いま中心より弾塑性境界に至る距離を r とすれば弾性領域より繰りモーメント T が次式で定むる。

$$T = \pi \cdot r_y / \sqrt{3} \cdot \{ 4Q_0^2 - r_y^2 - 3b_0^2 / r_y \} / 6 \quad \text{----- (4)}$$

$$\text{一方 } A_1 \text{ は} \quad A_1 = \int_{r_y}^{a_0} (\partial T / \partial r) dr = (T_y^2 / 2GJ - T_y^2 / 2GJ) \quad \text{----- (5)}$$

と表わされるゆえ式(4)を代入する整理すれば次式となる。

$$A_1 = \pi \cdot r_y / \sqrt{3} \cdot \{ (Q_0^2 - r_y^2) + b_0^2 (1/r_y - 1/a_0) \} / 4G + T_y^2 / 2GJ - \pi^2 r_y^2 (4Q_0^2 - r_y^2 - 4b_0^2 / r_y) / 216GJ \quad \text{----- (6)}$$

ただし r_y : 降伏応力, G : セン断弾性係数, GJ : 繰り剛性。

したがって一様な繰りモーメント T が作用するとはいふ条件下で求むる繰り補正エネルギー U_T は結局次式で与えられる。

$$U_T = T^2 L / 2GJ + F(r_y) \quad \text{----- (7)}$$

$$\text{ただし} \quad F(r_y) = \pi \cdot r_y / \sqrt{3} \cdot \{ L [(Q_0^2 - r_y^2) + b_0^2 (1/r_y - 1/a_0)] / 4G + T_y^2 L / 2GJ - \pi^2 r_y^2 (4Q_0^2 - r_y^2 - 4b_0^2 / r_y) / 216GJ \}$$

T_y : 降伏繰りモーメント, T_P : 完全塑性繰りモーメント。

さて材端 a, b の繰りモーメントおよび繰り角をそれぞれ T_{ab}, T_{ba} および θ_a, θ_b とすれば一般に変形理論より次の関係式が成立する。

$$\text{すなわち,} \quad \theta_a - \theta_b = \partial U_T / \partial T_{ab} \quad \text{----- (8)}$$

式(8)の右辺に式(7)を代入する整理すれば結局次のごとき所要の弾塑性繰り角式をうる。

$$T_{ab} = 2P(Q_a - Q_b) + r_y / \sqrt{3} \cdot \pi \cdot T_P(r_y)$$

また $T_{ab} + T_{ba} = 0$ なる条件式より

$$T_{ba} = -T_{ab} = 2P(Q_b - Q_a) - r_y / \sqrt{3} \cdot \pi \cdot T_P(r_y)$$

$$\text{ただし} \quad P = GJ / 4E K_{ab}, \quad T_P(r_y) = (4Q_0^2 - r_y^2 - 3Q_0^2 / r_y) / 6, \quad L: \text{ばりの長さ}$$

3. 解法

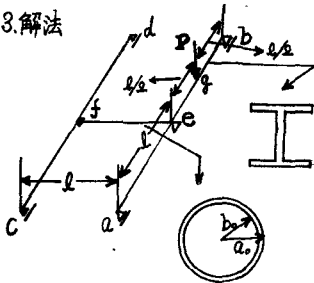


図-5

上記誘導の歪硬化を考慮した弾塑性たわみ角式と弾塑性繰り角式とを併用すれば、純曲げおよび純繰りモーメントを個々に受ける直交梁の応力変位曲線が弾性域から歪硬化域へ連続するまで追跡解明することが可能となる。以下図-5に示す計算例を再びこの解法の骨子を概説する。

すなわち、まず弾性計算に基づいて各端モーメントを計算すれば次の諸値をうる。

$$\left. \begin{aligned} M_{ea} &= 3(3+2\theta)PL / 32(3+4\theta) & M_{eb} &= -9(1+2\theta)PL / 32(3+4\theta) \\ M_{ge} &= -M_{gb} = -(39+4\theta)PL / 64(3+4\theta) & M_{gc} &= M_{gd} = 3\theta PL / 16(3+4\theta) \\ T_{ef} &= -T_{fe} = 3\theta PL / 2(3+4\theta) \end{aligned} \right\} \quad \text{----- (10)}$$

次に弾塑性域および至硬化域におけるモーメントの釣合式を求めれば地盤水圧分布のごとく示される。

$$\left. \begin{aligned} \Sigma M_e &= M_{eg} + M_{ea} + T_{ef} = 0 & \Sigma M_g &= M_{ge} + M_{gb} = 0 \\ \Sigma M_f &= M_{fc} + M_{fd} + T_{fe} = 0 & \Sigma F_g &= 2\lambda (M_{gb} - M_{ge} - M_{gc}) - P = 0 \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

ここで各材端の端モーメント式を T_y で除いて無次元化すれば地盤水圧分布のごとく示される。

a-e スパン;

$$\overline{M}_{ea} = \alpha'_{ea} \overline{q}_e - \eta'_{ea} \overline{M}'_e \quad \text{ただし} \quad \alpha'_{ea} = \alpha_{ea} - \beta_{ea} \beta_{eg} / \alpha_{eg}, \quad \eta'_{ea} = \eta_{ea} - \beta_{ea} \beta_{eg} / \alpha_{eg}$$

e-g スパン;

$$\overline{M}_{eg} = 2(\alpha_{eg} \overline{q}_e + \beta_{eg} \overline{q}_g + \gamma_{eg} \overline{q}_{eg}) - \beta_{eg} \overline{M}'_{yc} + \beta_{eg} \overline{M}'_{yg}, \quad \overline{M}_{ge} = 2(\alpha_{ge} \overline{q}_g + \beta_{ge} \overline{q}_e + \gamma_{ge} \overline{q}_{eg}) - \eta_{eg} \overline{M}'_{yc} + \eta_{ge} \overline{M}'_{yg}$$

g-b スパン;

$$\overline{M}_{gb} = 2(\alpha'_{gb} \overline{q}_g + \beta_{gb} \overline{q}_{gb}) + \beta_{gb} \overline{M}'_{yg} \quad \text{ただし} \quad \alpha'_{gb} = \alpha_{gb} - \beta_{gb} \beta_{eg} / \alpha_{eg}, \quad \beta_{gb} = \beta_{gb} - \beta_{gb} \beta_{eg} / \alpha_{eg}, \quad \beta_{gb} = \beta_{gb} - \beta_{gb} \beta_{eg} / \alpha_{eg}$$

c-f スパン;

$$\overline{M}_{fc} = \alpha'_{fc} \overline{q}_f - \eta'_{fc} \overline{M}'_f \quad \text{ただし} \quad \alpha'_{fc} = \alpha_{fc} - \beta_{fc} \beta_{cf} / \alpha_{cf}, \quad \eta'_{fc} = \eta_{fc} - \beta_{fc} \beta_{cf} / \alpha_{cf}$$

f-d スパン;

$$\overline{M}_{fd} = \alpha'_{fd} \overline{q}_f + \beta_{fd} \overline{M}'_{yf} \quad \text{ただし} \quad \alpha'_{fd} = \alpha_{fd} - \beta_{fd} \beta_{df} / \alpha_{df}, \quad \beta_{fd} = \beta_{fd} - \beta_{fd} \beta_{df} / \alpha_{df}$$

f-e スパン;

$$\overline{T}_{fe} = -\overline{T}_{ef} = 2\beta(\overline{q}_f - \overline{q}_e) + \gamma/\sqrt{s} \cdot \pi \cdot \overline{T}_r(Y_0)$$

ここに $\overline{q} = q/T_y$, $\overline{q}_f = q_f/T_y$, $\overline{M}'_f = M'_f/T_y$, $\overline{T}_r(Y_0) = T_r(Y_0)/T_y$

式(11)式(12)を代入し整理すれば次式が示される。

$$\begin{pmatrix} 2\beta_{eg} & 2\alpha_{ea} + \alpha_{ea} \beta_{eg} & -2\beta & 2\alpha_{eg} \\ 2(\alpha_{ge} + \alpha'_{gb}) & 2\beta_{ge} & 0 & 2(\beta_{ge} - \beta'_{gb}) \\ 0 & -2\beta & \alpha'_{fc} + \alpha'_{fd} + 2\beta & 0 \\ 2(\alpha'_{gb} - \alpha_{ge} - \beta_{eg}) & -2(\alpha_{eg} + \beta_{eg}) & 0 & -2(\gamma_{eg} + \gamma_{ge} + \beta_{gb}) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \overline{q}_g \\ \overline{q}_e \\ \overline{q}_f \\ \overline{q}_{eg} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (\beta_{eg} - \beta_{ge} + \eta_{ea}) \overline{M}'_f + \gamma/\sqrt{s} \cdot \pi \cdot \overline{T}_r(Y_0) \\ (\eta_{eg} - \eta_{ge} - \beta'_{gb}) \overline{M}'_f \\ (\eta'_{fc} - \beta'_{fd}) \overline{M}'_f - \gamma/\sqrt{s} \cdot \pi \cdot \overline{T}_r(Y_0) \\ (-\beta'_{gb} - \beta_{eg} + \beta_{ge} - \eta_{eg} + \eta_{ge}) \overline{M}'_f + 4(3+4\theta) \beta_{eg} \end{pmatrix} \quad (13)$$

ただし $\overline{M}'_{ye} = \overline{M}'_{yg} = \overline{M}'_{yf} = \overline{M}'_f$

なお曲げ部材に生ずる塑性領域 a_1, b_1 および至硬化領域 a_2, b_2 は、曲げモーメントの適合条件式より各スパンに對してそれぞれ水圧分布のごとく示され、一節掘り部材の塑性域を規制する Y_0 としては、式(4)の下 T_{ef} 値を代入して示される4次方程式の実根のうち、条件 $b_0 \leq Y_0 \leq 2.0$ を満たすものを採用する。

a-e スパン;

$$\overline{a}_1 = \overline{a}_2 = 0, \quad \overline{b}_1 = 1 - \overline{M}_y / \overline{M}_{ea}, \quad \overline{b}_2 = 1 - \overline{M}_y / \overline{M}_{ea}$$

c-f スパン

$$\overline{a}_1 = \overline{a}_2 = 0, \quad \overline{b}_1 = 1 - \overline{M}_y / \overline{M}_{fc}, \quad \overline{b}_2 = 1 - \overline{M}_y / \overline{M}_{fc}$$

e-g スパン;

$$\overline{a}_1 = (\overline{M}_{eg} + \overline{M}_y) / (\overline{M}_{eg} + \overline{M}_{ge}), \quad \overline{a}_2 = (\overline{M}_{eg} + \overline{M}_y) / (\overline{M}_{eg} + \overline{M}_{ge})$$

f-d スパン

$$\overline{a}_1 = 1 - \overline{M}_y / \overline{M}_{fd}, \quad \overline{a}_2 = 1 - \overline{M}_y / \overline{M}_{fd}, \quad \overline{b}_1 = \overline{b}_2 = 0$$

$$\overline{b}_1 = 1 - (\overline{M}_{eg} - \overline{M}_y) / (\overline{M}_{eg} + \overline{M}_{ge}), \quad \overline{b}_2 = 1 - (\overline{M}_{eg} - \overline{M}_y) / (\overline{M}_{eg} + \overline{M}_{ge})$$

g-b スパン;

$$\overline{a}_1 = 1 - \overline{M}_y / \overline{M}_{gb}, \quad \overline{a}_2 = 1 - \overline{M}_y / \overline{M}_{gb}, \quad \overline{b}_1 = \overline{b}_2 = 0$$

以上の諸式を用うれば与荷重 P に対する各材端に生ずる変形が在来のたわみ算法と同様な手法で算定しうることとなる。

すなわちまず材端モーメントが上述の値に弾性変形による式(14)の値を採用し、式(14)の塑性領域 a_1, b_1 および至硬化領域 a_2, b_2 の Y_0 近似値を式(4)の弾塑性域の釣合式の諸係数を決定したうえで式(13)を連立し、次に式(12)により改め

て各材端モーメントの近似値を定める。以下同様の演算を各値の精度が収束するまでくり返し行う。

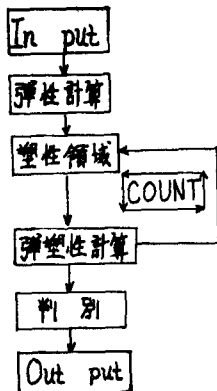


図-6

以上の演算操作の流れを図-6のごとくなる。

また荷重単位 q のため δ_g は次式で定められる。

$$\delta_g = -\frac{q \cdot 4 \cdot l^3}{6 + (3 + 4\theta) \times 2 P_y l^3 / 8 e l} \quad \text{----- (15)}$$

$$\text{ただし } P_y = 8 T_y (3 + 4\theta) / 9 e l$$

なお歪硬化域での鋼材の耐えうる最大曲げモーメント値としては、M. G. Lay と T. V. Galambos の提案した式(48)を採用した。

$$M_{max} = (\sigma_u / \sigma_y + 1) M_p / 2 \quad \text{----- (48)} \quad \text{ただし } \sigma_u \text{ は極限応力である。}$$

ここで $\theta = 0.107$ とし、 g 点の曲げモーメントが M_{max} に達するまで P を増加させ、たわみ δ_g 、曲げモーメント M_{ge} および捩りモーメント T_{ge} をそれぞれ算定した結果を図-7表示した。

すなわち歪硬化現象によって部材 eb が M_p 以上の曲げモーメントを持つ結果部材 ef の捩りモーメントおよび g 点のたわみが歪硬化無視(一点鎖線で見られる)の場合に比べて著しく減少し、特に捩りモーメントに関しては弾性限界以下となるなど、全体の剛性が大幅に高められることが看取される。

4. 結語 式(1)および式(7)の補正エネルギー算定式を基礎として歪硬化域を考慮した弾塑性たわみ角式および数値弾塑性捩り角式をそれぞれ提示した。両式を併用することにより従来の弾塑性たわみ角法と同様な手法で純曲げおよび純捩りを個々に受ける部材で構成される立体ラーメンの応力ならびに変形を弾性より歪硬化域に達するまで解析することが可能となった。また本研究の結果歪硬化を考慮した塑性設計を行えば構造全体の剛性が大幅に高められる中え、それだけ材料を節減でき経済的に有利であることが確認された。

(参考文献)

1) 山崎・太田・連水；棒の弾塑性捩り挙動に関する基礎的研究とその応用。

について、九州大学工学集報第39巻、第4号、昭和42年1月。

(2) T. Yamazaki and T. Ohta; Simplified Elasto-Plastic Analysis of Structures by Complementary Energy Method, Proc. of the 15th Japan National Congress for Applied Mechanics, 1965, December, 1966.

(3) Maxwell G. Lay and Theodore V. Galambos; Inelastic Beams under Moment Gradient, Journal of the Structural Division Proceedings of the American Society of Civil Engineerings, 1967, February.

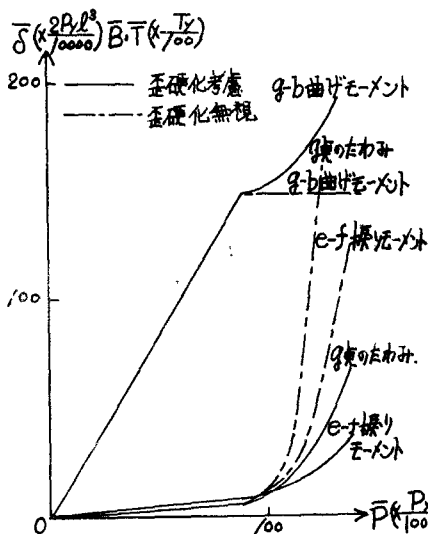


図-7