

九木文彦 正会員 山崎 勝也

・ “ 摂木 武

・ 学生員 ○山田春四郎

1. 結言

著者らは先に、一对辺が任意の間隔で支えられ、他対辺が單純支持される矩形板に任意の直荷重が作用する場合の解法を発表⁽¹⁾したが、つづいて一对辺が中间支点にて剛結支持され、他対辺が單純支持される等方性矩形板の解法を提示し、かつ構造物の解析および設計に資せんとするものである。

2. 解法

(1) 板の弾性曲面 一般に、板と柱とが直交して剛結支持される場合には板から柱に垂直反力、 x 、 y 方向の水平反力、曲げモーメントおよびねじりモーメントが伝わられる(図-1参照)。板面に対して垂直荷重が働く場合には、板面内のねじりモーメントおよび水平反力はそれぞれ微小であるからこれらを無視することとする。

図-2 のごとく直交座標系(x , y , z)を導入する。板 $ACDB$ は辺 AB , CD が單純支持され、辺 TC , TD ($i=1, 2$, r) の中间支点で、辺 BD は S 支点 ($j=1, 2, \dots, S$) の中间支点にて剛結支持されるものとする。

板に任意の直荷重 $p(x, y)$ が作用し、かつ、辺 AB , CD の境界条件を満足するごとく板の弾性曲面 w は次式で与えられる。

$$w = \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ (A_n + B_n x) \sinh \beta_n x + (C_n + D_n x) \cosh \beta_n x \right\} \sin \beta_n y \\ + \sum_{m=1}^{\infty} G_m \sqrt{D(\alpha_m^2 + \beta_m^2)} \sin \alpha_m x \sin \beta_m y \quad \cdots \cdots \quad (1)$$

$\therefore i: A_i, B_i, C_i, D_i$: 積分定数

$$\alpha_m = m\pi/a, \quad \beta_m = m\pi/b, \quad D: 板剛度$$

$$G_m = \frac{4}{ab} \int_0^a p(x, y) \sin \alpha_m x \sin \beta_m y dx dy$$

a : 辺 AB , CD の長さ, b : 辺 AC , BD の長さ

積分定数 $A_n \sim D_n$ は、 $x=0$, $x=a$ にて $i=3$ 辺 AC , BD の境界条件を満足するごとく決定されるはずならざり。すなれど、辺 AC , BD における反力をより x 方向の曲げモーメントをそれぞれ正弦 Fourier 波数にてあらわせば、上述の境界条件式は次のごとく与えらる。

$$x=0 \quad (T_k) = -D \left[\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + (z-\nu) \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y^2} \right]_{x=0} = \sum_{n=1}^{\infty} T_{n, k} \sin \beta_n y, \quad (M_x)_{x=0} = -D \left(\frac{\partial^3 w}{\partial x^3} + \nu \frac{\partial^3 w}{\partial y^2 \partial x} \right)_{x=0} = \sum_{n=1}^{\infty} M_{n, k} \sin \beta_n y \\ x=a \quad (T_k) = -D \left[\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + (z-\nu) \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y^2} \right]_{x=a} = \sum_{n=1}^{\infty} T_{n, k} \sin \beta_n y, \quad (M_x)_{x=a} = -D \left(\frac{\partial^3 w}{\partial x^3} + \nu \frac{\partial^3 w}{\partial y^2 \partial x} \right)_{x=a} = \sum_{n=1}^{\infty} M_{n, k} \sin \beta_n y \quad \} \quad (2)$$

$T_{n, k}$, $T_{n, k}$, $M_{n, k}$, $M_{n, k}$: 任意定数 ν : 板のボアソン比

式(1)を式(2)に代入すると、連立に解けば積分定数 $A_n \sim D_n$ が次式のごとく求めらる。

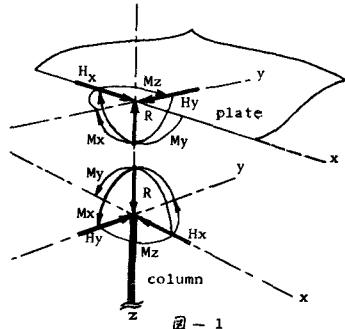


図-1

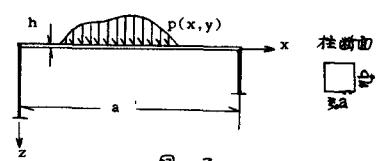
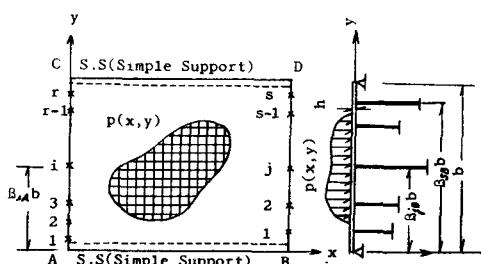


図-2

$$\begin{aligned}
A_0 &= [A^3(\Phi_{AM} I_a + \Phi_{BM} J_a) + A^2(S_{AM} K_a + S_{BM} L_a)]/S_0, \quad B_0 = [A^3(\Phi_{AM} I_b + \Phi_{BM} J_b) + A^2(S_{AM} K_b + S_{BM} L_b)]/S_0, \\
C_0 &= [A^3(\Phi_{AM} I_c + \Phi_{BM} J_c) + A^2(S_{AM} K_c + S_{BM} L_c)]/S_0, \quad D_0 = [A^3(\Phi_{AM} I_d + \Phi_{BM} J_d) + A^2(S_{AM} K_d + S_{BM} L_d)]/S_0, \\
\text{ただし} \quad \Phi_{AM} &= \frac{\kappa}{D} K_{mn} - \frac{T_m}{D}, \quad \Phi_{BM} = \frac{\kappa}{D} (-1)^m K_{mn} - \frac{T_m}{D}, \quad S_{AM} = \frac{M_{AM}}{D}, \quad S_{BM} = \frac{M_{BM}}{D}, \quad S_0 = (3+\nu)^2 \sinh^2 \gamma_m - (1-\nu)^2 \gamma_m^2, \quad \gamma_m = \pi \alpha / b \\
I_a &= -\frac{Z(3+\nu)}{\gamma_m^3} \sinh^2 \gamma_m + \frac{(1-\nu)}{\gamma_m}, \quad J_a = -\frac{(1+\nu)}{\gamma_m^2} \sinh \gamma_m, \quad K_a = \frac{(1+\nu)(3+\nu)}{(1-\nu)\gamma_m^2} \sinh \gamma_m \cosh \gamma_m - \frac{(1+\nu)}{\gamma_m} \\
L_a &= -\frac{(1+\nu)(3+\nu)}{(1-\nu)\gamma_m^2} \sinh \gamma_m + \frac{(1+\nu)}{\gamma_m} \cosh \gamma_m, \quad I_b = -\frac{(3+\nu)}{\gamma_m^2} \sinh \gamma_m \cosh \gamma_m - \frac{(1-\nu)}{\gamma_m}, \quad J_b = \frac{(3+\nu)}{\gamma_m^2} \sinh \gamma_m + \frac{(1-\nu)}{\gamma_m} \cosh \gamma_m \\
K_b &= -\frac{(3+\nu)}{\gamma_m} \sinh^2 \gamma_m, \quad L_b = -(1-\nu) \sinh \gamma_m, \quad I_c = \frac{Z(3+\nu)}{(1-\nu)\gamma_m^3} \sinh \gamma_m \cosh \gamma_m + \frac{Z}{\gamma_m^2} \\
J_c &= -\frac{Z(3+\nu)}{(1-\nu)\gamma_m^3} \sinh \gamma_m - \frac{Z}{\gamma_m^2} \cosh \gamma_m, \quad K_c = -\frac{(1+\nu)(3+\nu)}{(1-\nu)\gamma_m^2} \sinh^2 \gamma_m + (1-\nu), \quad L_c = \frac{(3+\nu)}{\gamma_m} \sinh \gamma_m \cosh \gamma_m - (1-\nu) \\
I_d &= \frac{(3+\nu)}{\gamma_m^2} \sinh^2 \gamma_m, \quad J_d = -\frac{(1-\nu)}{\gamma_m} \sinh \gamma_m, \quad K_d = \frac{(3+\nu)}{\gamma_m} \sinh \gamma_m \cosh \gamma_m - (1-\nu) \\
L_d &= (1-\nu) \cosh \gamma_m - \frac{(3+\nu)}{\gamma_m} \sinh \gamma_m, \quad K_{mn} = \alpha m / (d_m^2 + (2-\nu) b_m^2) \cdot G_{mn} / D(d_m^2 + b_m^2)^2
\end{aligned} \tag{3}$$

地方、辺 A C の各中間支柱の座標値をそれぞれ $(0, \beta_{AB})$ ($i=1, 2, \dots, r$) とし、また、柱断面は X, Y 軸に平行なる又をモーブル形断面であるものとする。各中間支柱に生ずる垂直反力 (X 軸の負の方向を正とする) を柱断面領域にわたって等分布するものと仮定し、また、各中間支柱の柱頭に働く Y 方向の反力モーメント (X の負の領域からみて左側を正とする) は、柱断面区间において Y 方向に三角形分布するものとし、これらを直角反力および Y 方向の反力モーメントをそれぞれ彎度 $[0, b]$ において正弦 Fourier 級数に展開する。かかると、辺 A C における全反力は各中間支柱における力と着分布反力および三角形分布反力の総和で与えられるゆえ、式(2)の任意度数 T_{AB} が次のように算出される。

$$T_{AB} = \alpha \frac{4 \gamma_0}{\pi \kappa} \sum_{j=1}^r \left\{ \sin \frac{n \pi \eta_j}{2} \sin n \pi \beta_{AB} R_j^A + \frac{6}{(\eta_j b)^2} \left(\cos \frac{n \pi \eta_j}{2} - \frac{z}{\pi \kappa \eta_j} \sin \frac{n \pi \eta_j}{2} \right) \cos n \pi \beta_{BA} M_{xj}^A \right\} \tag{4}$$

ただし R_j^A : 柱断面の単位面積当たりの垂直反力、 M_{xj}^A : 柱断面の X 方向に対して単位面積当たりの反力モーメント、 η_j, z : 柱断面の X, Y 方向の中、 $\mu = b/a$ (辺長) とともに、各中間支柱の柱頭に生ずる X 方向の反力モーメント (Y の負の領域からみて右側を正とする) を、柱断面区间において Y 方向に一様分布するものとし、これらを彎度 $[0, b]$ において正弦 Fourier 級数に展開し、その総和を求めれば、柱に作用する X 方向の反力モーメントが算出され、したがって、式(2)の任意度数 M_{AB} が次のように求められる。

$$M_{AB} = \frac{4}{\pi \kappa} \sum_{j=1}^r \sin \frac{n \pi \eta_j}{2} \sin n \pi \beta_{BA} M_{xj}^A \tag{5}$$

ただし M_{xj}^A : 柱断面の Y 方向に対して単位面積当たりの反力モーメント

同様に、辺 B D の各中間支柱の座標値をそれぞれ (α, β_{BB}) ($j=1, 2, \dots, s$) とし、各中間支柱に生ずる単位面積当たりの垂直反力および単位面積当たりの反力モーメントをそれぞれ $R_j^B, M_{xj}^B, M_{yj}^B$ (符号は辺 A C の各中間支柱の場合に同じ) とすれば、式(2)の任意度数 T_{BA}, M_{BA} が次の二つと求められる。

$$\begin{aligned}
T_{BA} &= -\alpha \frac{4 \gamma_0}{\pi \kappa} \sum_{j=1}^s \left\{ \sin \frac{n \pi \eta_j}{2} \sin n \pi \beta_{BB} R_j^B + \frac{6}{(\eta_j b)^2} \left(\cos \frac{n \pi \eta_j}{2} - \frac{z}{\pi \kappa \eta_j} \sin \frac{n \pi \eta_j}{2} \right) \cos n \pi \beta_{BA} M_{yj}^B \right\} \\
M_{BA} &= -\frac{4}{\pi \kappa} \sum_{j=1}^s \sin \frac{n \pi \eta_j}{2} \sin n \pi \beta_{BB} M_{xj}^B
\end{aligned} \tag{6}$$

式(3)を式(1)に代入し、かゝる式(4), (5), (6)を用いて整理すれば、図-2 に示す弹性曲面 W が次式の二つと求められる。

$$\begin{aligned}
W &= \frac{a^4}{D} \left[\sum_{n=1}^{\infty} \left[G_{mn} / ((m \pi)^2 + b^2) \right]^2 \cdot \sin m \pi \xi + \{ P_n + (-1)^m Q_n \} G_{mn} K_{mn} \right] \sin n \pi \eta \\
&\quad - \frac{4}{\pi \kappa} \sum_{n=1}^{\infty} \sin \frac{n \pi \eta}{2} \left(\sum_{j=1}^r P_j \sin n \pi \beta_{BA} R_j^A - \sum_{j=1}^r Q_j \sin n \pi \beta_{BB} R_j^B \right) \sin n \pi \eta \\
&\quad + a^2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{4}{\pi \kappa} \sin \frac{n \pi \eta}{2} \left(\sum_{j=1}^r G_j \sin n \pi \beta_{BA} M_{xj}^A - \sum_{j=1}^r H_j \sin n \pi \beta_{BB} M_{xj}^B \right) \sin n \pi \eta \\
&\quad - a^2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{24 \gamma_0}{\pi \kappa (\eta_j b)^2} \left(\cos \frac{n \pi \eta}{2} - \frac{z}{\pi \kappa \eta} \sin \frac{n \pi \eta}{2} \right) \cdot \left(\sum_{j=1}^r P_j \cos n \pi \beta_{BA} M_{xj}^A - \sum_{j=1}^r Q_j \cos n \pi \beta_{BB} M_{xj}^B \right) \sin n \pi \eta
\end{aligned} \tag{7}$$

$$\begin{aligned} z > 1: \quad K_{\text{out}} &= (m\pi) \sqrt{(m\pi)^2 + (z-v)^2} \sqrt{1/(m\pi)^2 + v^2}, \quad \bar{z} = z/a, \quad v = y/b \\ P_k &= \frac{1}{S_0} \left[\frac{(3+v)}{m^2} \bar{z} \sinh \bar{z} \sinh \bar{y} \cosh \bar{y} (1-\bar{z}) + \frac{z(3+v)}{(1-v)y^2} \sinh \bar{z} \cosh \bar{y} (1-\bar{z}) + \frac{(1-v)}{m} \sinh \bar{z} + \frac{z}{m^2} \cosh \bar{z} \bar{y} \bar{z} \right] \\ Q_k &= \frac{1}{S_0} \left[-\frac{(3+v)}{m^2} (1-\bar{z}) \sinh \bar{z} \sinh \bar{y} \bar{z} - \frac{z(3+v)}{(1-v)y^2} \sinh \bar{z} \cosh \bar{y} \bar{z} - \frac{(1-v)}{m} \sinh \bar{z} (1-\bar{z}) - \frac{z}{m^2} \cosh \bar{z} (1-\bar{z}) \right] \\ G_k &= \frac{1}{S_0} \left[-\frac{(3+v)(3+v)}{(1-v)m^2} \sinh \bar{z} \sinh \bar{y} (1-\bar{z}) + \frac{(3+v)}{m} \bar{z} \sinh \bar{z} \cosh \bar{y} (1-\bar{z}) - \frac{(3+v)}{m} \sinh \bar{z} \bar{y} \bar{z} + (1-v)(1-\bar{z}) \cosh \bar{z} \bar{y} \bar{z} \right] \\ H_k &= \frac{1}{S_0} \left[-\frac{(1+v)(3+v)}{(1-v)m^2} \sinh \bar{z} \sinh \bar{y} \bar{z} + \frac{(3+v)}{m} (1-\bar{z}) \sinh \bar{z} \cosh \bar{y} \bar{z} - \frac{(1-v)}{m} \sinh \bar{z} (1-\bar{z}) + (1-v) \bar{z} \cosh \bar{z} (1-\bar{z}) \right] \end{aligned}$$

また、たれみ角、振りモーメントおよび曲げモーメントと弹性曲面 W との固有の関係式に式(7)を代入すれば、複形版のたれみ角、振りモーメントおよび曲げモーメントの各式がえられることとなる。

(2) 基本連立方程式 四辺 A, C, B, D の各中間支点の垂直変位をそれぞれ d_{RA}, d_{RB} とし、また、 x および y 方向の初期回転角を $\theta_{RA}^A, \theta_{RB}^A$ とする ($k=1, 2, \dots, r; l=1, 2, \dots, s$)。したがって、板の弹性曲面 W および α -次微係数 $\partial W / \partial x, \partial W / \partial y$ は各中間支点位置に於いて、これら中間支点の垂直変位および初期回転角に導くなければならぬことより次のごとき変形条件式をうる。

$$\begin{aligned} z=0, \quad \eta = \beta_{RA} \quad \text{で} \quad w = d_{RA}, \quad \frac{\partial w}{\partial x} = \theta_{RA}^A, \quad \frac{\partial w}{\partial y} = \theta_{RA}^B \quad (k=1, 2, \dots, r) \\ z=1, \quad \eta = \beta_{RB} \quad \text{で} \quad w = d_{RB}, \quad \frac{\partial w}{\partial x} = \theta_{RB}^A, \quad \frac{\partial w}{\partial y} = \theta_{RB}^B \quad (l=1, 2, \dots, s) \end{aligned} \quad (8)$$

式(8)に式(7)を代入し、適宜のうえ整理すれば、四辺の Z と Y 基本連立方程式がえられる。

$$\begin{bmatrix} A_{ik}^d - B_{ik}^d - C_{ik}^d & D_{jk}^d E_{ik}^d - F_{ik}^d \\ \bar{A}_{ik}^d - \bar{B}_{ik}^d - \bar{C}_{ik}^d & \bar{D}_{jk}^d \bar{E}_{ik}^d - \bar{F}_{ik}^d \\ A_{ik}^x - B_{jk}^x - C_{ik}^x & D_{jk}^x E_{ik}^x - F_{ik}^x \\ \bar{A}_{ik}^x - \bar{B}_{jk}^x - \bar{C}_{ik}^x & \bar{D}_{jk}^x \bar{E}_{ik}^x - \bar{F}_{ik}^x \\ A_{ik}^y - B_{jk}^y - C_{ik}^y & D_{jk}^y E_{ik}^y - F_{ik}^y \\ \bar{A}_{ik}^y - \bar{B}_{jk}^y - \bar{C}_{ik}^y & \bar{D}_{jk}^y \bar{E}_{ik}^y - \bar{F}_{ik}^y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha R_A^A \\ \alpha R_B^B \\ \frac{1}{a} M_{ik}^A \\ \frac{1}{a} M_{ik}^B \\ \frac{1}{a} M_{jk}^A \\ \frac{1}{a} M_{jk}^B \end{bmatrix} = \alpha \begin{bmatrix} L_k^d & -\frac{D}{a} d_{RA} \\ \bar{L}_k^d & -\frac{D}{a} d_{RB} \\ L_k^x & K_k^x - \frac{D}{a^2} \theta_{RA}^A \\ \bar{L}_k^x & K_k^x - \frac{D}{a^2} \theta_{RB}^A \\ L_k^y & -\frac{D}{a^2} \alpha \theta_{RA}^B \\ \bar{L}_k^y & -\frac{D}{a^2} \alpha \theta_{RB}^B \end{bmatrix} \quad (i, k=1, 2, \dots, r) \quad (9)$$

$z > 1:$

$$\begin{aligned} A_{ik}^d &= \sum_{n=1}^{\infty} \frac{4\bar{z}_n}{\pi n} P_n^0 \sin \frac{n\pi y}{2} \sin n\pi \beta_{RA} \\ B_{jk}^d &= \sum_{n=1}^{\infty} \frac{4\bar{z}_n}{\pi n} Q_n^0 \sin \frac{n\pi y}{2} \sin n\pi \beta_{jk} \sin n\pi \beta_{RA} \\ C_{ik}^d &= \sum_{n=1}^{\infty} \frac{4}{\pi n} \bar{Q}_n^0 \sin \frac{n\pi y}{2} \sin n\pi \beta_{jk} \sin n\pi \beta_{RA} \\ D_{jk}^d &= \sum_{n=1}^{\infty} \frac{4}{\pi n} \bar{H}_n^0 \sin \frac{n\pi y}{2} \sin n\pi \beta_{jk} \sin n\pi \beta_{RA} \\ E_{ik}^d &= \sum_{n=1}^{\infty} \frac{24\bar{z}_n}{\pi n (C_{ik}^d, Q_n^0)} P_n^0 \left(\cos \frac{n\pi y}{2} - \frac{z}{n\pi y} \sin \frac{n\pi y}{2} \right) \cos n\pi \beta_{RA} \sin n\pi \beta_{jk} \\ F_{jk}^d &= \sum_{n=1}^{\infty} \frac{24\bar{z}_n}{\pi n (C_{ik}^d, Q_n^0)} Q_n^0 \left(\cos \frac{n\pi y}{2} - \frac{z}{n\pi y} \sin \frac{n\pi y}{2} \right) \cos n\pi \beta_{jk} \sin n\pi \beta_{RA} \\ A_{ik}^x &= \sum_{n=1}^{\infty} \frac{4\bar{z}_n}{\pi n} \bar{P}_n^0 \sin \frac{n\pi y}{2} \sin n\pi \beta_{RA} \sin n\pi \beta_{jk} \\ B_{jk}^x &= \sum_{n=1}^{\infty} \frac{4\bar{z}_n}{\pi n} \bar{Q}_n^0 \sin \frac{n\pi y}{2} \sin n\pi \beta_{jk} \sin n\pi \beta_{RA} \\ C_{ik}^x &= \sum_{n=1}^{\infty} \frac{4}{\pi n} \bar{Q}_n^0 \sin \frac{n\pi y}{2} \sin n\pi \beta_{RA} \sin n\pi \beta_{jk} \\ D_{jk}^x &= \sum_{n=1}^{\infty} \frac{4}{\pi n} \bar{H}_n^0 \sin \frac{n\pi y}{2} \sin n\pi \beta_{jk} \sin n\pi \beta_{RA} \\ E_{ik}^x &= \sum_{n=1}^{\infty} \frac{24\bar{z}_n}{\pi n (C_{ik}^x, Q_n^0)} \bar{P}_n^0 \left(\cos \frac{n\pi y}{2} - \frac{z}{n\pi y} \sin \frac{n\pi y}{2} \right) \cos n\pi \beta_{RA} \sin n\pi \beta_{jk} \\ F_{jk}^x &= \sum_{n=1}^{\infty} \frac{24\bar{z}_n}{\pi n (C_{ik}^x, Q_n^0)} \bar{Q}_n^0 \left(\cos \frac{n\pi y}{2} - \frac{z}{n\pi y} \sin \frac{n\pi y}{2} \right) \cos n\pi \beta_{jk} \sin n\pi \beta_{RA} \\ A_{ik}^y &= \sum_{n=1}^{\infty} \frac{4\bar{z}_n}{\pi n} \bar{P}_n^0 \sin \frac{n\pi y}{2} \sin n\pi \beta_{RA} \cos n\pi \beta_{jk} \\ B_{jk}^y &= \sum_{n=1}^{\infty} \frac{4\bar{z}_n}{\pi n} \bar{Q}_n^0 \sin \frac{n\pi y}{2} \sin n\pi \beta_{jk} \cos n\pi \beta_{RA} \\ C_{ik}^y &= \sum_{n=1}^{\infty} \frac{4}{\pi n} \bar{Q}_n^0 \sin \frac{n\pi y}{2} \sin n\pi \beta_{RA} \cos n\pi \beta_{jk} \\ D_{jk}^y &= \sum_{n=1}^{\infty} \frac{4}{\pi n} \bar{H}_n^0 \sin \frac{n\pi y}{2} \sin n\pi \beta_{jk} \cos n\pi \beta_{RA} \\ E_{ik}^y &= \sum_{n=1}^{\infty} \frac{24\bar{z}_n}{\pi n (C_{ik}^y, Q_n^0)} \bar{P}_n^0 \left(\cos \frac{n\pi y}{2} - \frac{z}{n\pi y} \sin \frac{n\pi y}{2} \right) \cos n\pi \beta_{RA} \sin n\pi \beta_{jk} \\ F_{jk}^y &= \sum_{n=1}^{\infty} \frac{24\bar{z}_n}{\pi n (C_{ik}^y, Q_n^0)} \bar{Q}_n^0 \left(\cos \frac{n\pi y}{2} - \frac{z}{n\pi y} \sin \frac{n\pi y}{2} \right) \cos n\pi \beta_{jk} \sin n\pi \beta_{RA} \\ A_{ik}^z &= \sum_{n=1}^{\infty} \frac{4\bar{z}_n}{\pi n} \bar{P}_n^0 \sin \frac{n\pi y}{2} \sin n\pi \beta_{RA} \cos n\pi \beta_{jk} \\ B_{jk}^z &= \sum_{n=1}^{\infty} \frac{4\bar{z}_n}{\pi n} \bar{Q}_n^0 \sin \frac{n\pi y}{2} \sin n\pi \beta_{jk} \cos n\pi \beta_{RA} \\ C_{ik}^z &= \sum_{n=1}^{\infty} \frac{4}{\pi n} \bar{Q}_n^0 \sin \frac{n\pi y}{2} \sin n\pi \beta_{RA} \cos n\pi \beta_{jk} \\ D_{jk}^z &= \sum_{n=1}^{\infty} \frac{4}{\pi n} \bar{H}_n^0 \sin \frac{n\pi y}{2} \sin n\pi \beta_{jk} \cos n\pi \beta_{RA} \end{aligned}$$

$$D_n^a = \sum_{m=1}^{\infty} 4 H_m^a \sin \frac{m\pi z}{2} \sin m\pi \beta_0 \cos m\pi \beta_0$$

$$E_n^a = \sum_{m=1}^{\infty} \frac{2A_0}{(m\pi)^2} P_m^a \left(\cos \frac{m\pi z}{2} - \frac{z}{m\pi} \sin \frac{m\pi z}{2} \right) \cos m\pi \beta_0 \cos m\pi \beta_0$$

$$F_n^a = \sum_{m=1}^{\infty} \frac{2A_0}{(m\pi)^2} Q_m^a \left(\cos \frac{m\pi z}{2} - \frac{z}{m\pi} \sin \frac{m\pi z}{2} \right) \cos m\pi \beta_0 \cos m\pi \beta_0$$

$$L_n^a = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \{ P_m^a + (-1)^m Q_m^a \} \text{Gau-Kum.} \sin m\pi \beta_0$$

$$L_n^2 = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \{ P_m^2 + (-1)^m Q_m^2 \} \text{Gau-Kum.} \sin m\pi \beta_0$$

$$K_n^2 = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} M_n^2 / \{ (m\pi)^2 + z_m^2 \}^2 \cdot \text{Gau.} \sin m\pi \beta_0$$

$$L_n^2 = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} M_n^2 / \{ P_m^2 + (-1)^m Q_m^2 \} \text{Gau-Kum.} \cos m\pi \beta_0$$

$$P_n^0 = \frac{1}{8} \left\{ \frac{2(z+V)}{(1-V)h^2} \sinh hz \cosh hz + \frac{z}{h^2} \right\}, \quad P_n^0 = \frac{1}{8} \left\{ -\frac{(1+V)(z+V)}{(1-V)h^2} \sinh hz + (1-V) \right\}, \quad P_n^0 = -Q_n^0, \quad P_n^0 = \bar{Q}_n^0$$

$$Q_n^0 = \frac{1}{8} \left\{ -\frac{2(z+V)}{(1-V)h^2} \sinh hz - \frac{z}{h^2} \cosh hz \right\}, \quad \bar{Q}_n^0 = \frac{1}{8} \left\{ -\frac{2}{h^2} \sinh hz \right\}, \quad Q_n^0 = -P_n^0, \quad \bar{Q}_n^0 = \bar{P}_n^0$$

$$G_n^0 = \frac{1}{8} \left\{ -\frac{(1+V)(z+V)}{(1-V)h^2} \sinh hz + (1-V) \right\}, \quad \bar{G}_n^0 = \frac{1}{8} \left\{ \frac{2(z+V)}{(1-V)h^2} \sinh hz - z \right\}, \quad G_n^0 = \bar{H}_n^0, \quad \bar{G}_n^0 = -\bar{H}_n^0$$

$$H_n^0 = \frac{1}{8} \left\{ \frac{2}{h^2} \sinh hz \right\}, \quad \bar{H}_n^0 = \frac{1}{8} \left\{ -\frac{2(z+V)}{(1-V)h^2} \sinh hz + z \cosh hz \right\}, \quad H_n^0 = G_n^0, \quad \bar{H}_n^0 = -\bar{G}_n^0$$

式(9)は未知不静反力を同数の連立方程式とするので、これらを連立に解けば各中間支柱の垂直反力およびX、Y方向の反力モーメントがえられる。その結果を式(7)に代入すれば図-2に示す弾性曲面Mが求められ本題の構造物が解けることとなる。

3. 計算例 図-3に示す三辺固定、二辺中間支柱1A, 2A, 1B, 2Bで剛結支持される矩形板に、荷重強度なる分布荷重が満載されるものとする。すなはち、各中間支柱の支承条件下で起らるるものとし、さらに、 $\mu (= \frac{b}{a}) = 1.5$, $\nu = 0.3$ とする。したがって、式(9)の基本連立方程式を解けば各中間支柱の垂直反力およびX、Y方向の反力モーメントがJRCの式とく求められる。

$$R_1^A = R_2^A = R_1^B = R_2^B = 0.14662 \times 10^3 p_0 a^2$$

$$M_{11}^A = M_{22}^A = -0.4744 p_0, \quad M_{11}^B = M_{22}^B = 0.4744 p_0 \quad (10)$$

$$M_{11}^A = M_{22}^A = 0.1701 \times 10^3 p_0, \quad M_{11}^B = M_{22}^B = -0.1701 \times 10^3 p_0$$

式(10)を式(7)に代入すれば板の弾性曲面が算定されることがわかる。特に、 $\xi = 0.021$, $\xi = 0.5$ の断面のたわみに注目して計算すれば図-4の式とく求められる。なお、図-4は中間支柱の垂直反力のみを示すことをとく是支障工事で示す場合のたわみを示す。前者と比較対照した。

4. 結語 本研究は任意向隅の中間支柱に剛結支持される矩形板の解法を提示したものであるが、本法にはかえり、中間支柱の不静反力を求めるには式(9)の多元連立一次方程式を解くだけの簡単な内容となる。また、本題の構造物の各種影響面解法あるいは中間支柱の不静反力向隅に本法を適用できる点、多面的応用性をもつといえる。

参考文献 1) 山崎、鷹木、山田“一对辺が直角支持され他対辺が単純支持される弹性矩形板の解法”土木工学第40卷 No.5, S429

2) 山崎、鷹木、山田“四辺で直角支持された弹性矩形板の解法—一对辺を斜めに支承する場合”第22回 土木学会第4回定期総会講演概要 S42.5

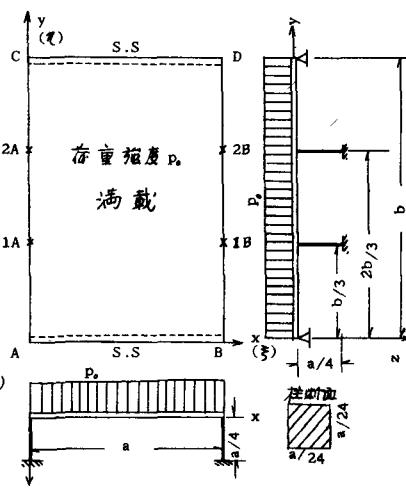


図-3 $\mu = b/a = 1.5, \nu = 0.3$
 $h = a/50$

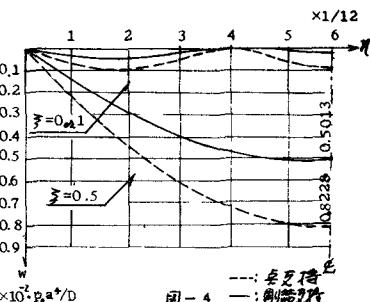


図-4 ---: 全支承
----: 剛結支持