

九川大学 正員 山崎徳也

学生員 〇横田 漢

1. 緒言 土木構造物の設計において、しほは静荷重のみならず動荷重をも考慮すべき場合が多いが、算定法の複雑さもあり一般には動荷重の影響を厳密には算定せず等価静荷重、衝撃係数または安全率の修正などによって換算考慮している。しかしながら近來 各種長大スパン橋梁セーロンを主体とした高速道路橋の普及および構造物の耐震性の改良などに迫られて、動荷重の影響をより厳密に評価すべき時点に至る、といえる。かかる観点より、著者らも振動に関する一連の研究を行つてきたが、本論文は先の連続矩形板の固有周期算定法⁽¹⁾に引きつづき、連続板に周期的等分布荷重が作用する場合の強制振動を文献(1)と同様、振動のなみ角—端モーメント関係式を用いて解析し、その定常状態および過渡状態を調べたものである。

2. 解法 (1)板の弾性曲面 余弦函数の形で与えられる外力を受ける等方性平面板の振動の微分方程式は一般に次式で表わされる。

$$\Delta \Delta w + \frac{\rho h}{D} \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = \frac{\rho}{D} f(x, y) \cos p t \quad (1)$$

ただし Δ : Laplace Operator, w : 任意点 (x, y) における時刻 t の板のたわみ

h : 板厚, ρ : 板の密度, D : 板剛度, p : 外力の円振動数

ρ : 定数, $f(x, y)$: 外力の板面における分布荷重を表す任意函数

式(1)の余函数を $\bar{w}_1$, 特殊解を $\bar{w}_2$ としそれぞれ次式を仮定する。

$$\bar{w}_1 = w_1 \cos \omega t \quad (2) \quad \bar{w}_2 = w_2 \cos p t \quad (3)$$

ただし ω は板の固有円振動数であり、 w_1, w_2 は x, y のみの函数である。

図-1

しかる式(1)の一般解は次式で与えられる。

$$w = \bar{w}_1 + \bar{w}_2 = w_1 \cos \omega t + w_2 \cos p t \quad (4)$$

式(2)を式(1)の齊次方程式に代入すれば次式をうる。

$$\Delta \Delta w_1 - \frac{\rho h}{D} \omega^2 w_1 = 0 \quad (5)$$

また式(3)を式(1)に代入すれば次式をうる。

$$\Delta \Delta w_2 - \frac{\rho h}{D} p^2 w_2 = \frac{\rho}{D} f(x, y) \quad (6)$$

いま、図-1に示すように周辺単純支持の矩形板において辺Cを x 軸、辺Aを y 軸とし、辺C、Dと辺A、Bの長さそれぞれを a, b とする。しかる自由振動および定常状態における強制振動の解を与えるべき式(5)および式(6)の解はそれぞれ次のごとく与えられる。

$$1) \text{自由振動. 文献(1)より} \quad w_1 = \sum_{m=1}^{\infty} X_{1m}(y) \sin \pi m \eta + \sum_{n=1}^{\infty} Y_{1n}(x) \sin \pi n \xi, \quad \xi = \frac{x}{a}, \eta = \frac{y}{b} \quad (7)$$

$$\text{ただし } X_{1m}(y) = A_{1m}^* \sinh \pi \lambda_{1m} y + B_{1m}^* \cosh \pi \lambda_{1m} y + C_{1m}^* \sinh \pi \lambda_{1m}' y + D_{1m}^* \cosh \pi \lambda_{1m}' y, \quad \lambda_{1m}^* = \frac{\pi}{a} \sqrt{m^2 - \mu_0^2}, \quad \lambda_{1m}' = \frac{\pi}{a} \sqrt{m^2 + \mu_0^2}, \quad \mu_0^2 = \frac{\omega^2 D}{g}$$

$$Y_{1n}(x) = A_{1n}^* \sinh \pi \lambda_{1n} x + B_{1n}^* \cosh \pi \lambda_{1n} x + C_{1n}^* \sinh \pi \lambda_{1n}' x + D_{1n}^* \cosh \pi \lambda_{1n}' x, \quad \lambda_{1n}^* = \frac{\pi}{b} \sqrt{n^2 - \mu_0^2}, \quad \lambda_{1n}' = \frac{\pi}{b} \sqrt{n^2 + \mu_0^2}, \quad \mu_0^2 = \frac{\omega^2 D}{g}$$

上式において、 $A_{1m}^* \sim D_{1m}^*$, $A_{1n}^* \sim D_{1n}^*$ は積分定数であり、図-1に示すごとく板の周辺4端モーメント $\bar{M}_A \sim \bar{M}_D$ が作用し、支承池下 $\bar{S}_A \sim \bar{S}_D$ が起る場合には次式で与えられる。(文献(1)参照)

$$\left. \begin{aligned} A_{1m}^* &= \frac{-a^2}{\pi^2 (\lambda_{1m}^{*2} - \lambda_{1m}^{'2}) \sinh \pi \lambda_{1m}} \left\{ \frac{\cosh \pi \lambda_{1m} M_{0m} + M_{0m}}{D} - \pi^2 \left(\frac{\lambda_{1m}^{*2}}{a^2} - \nu \frac{\lambda_{1m}^{'2}}{a^2} \right) \delta_{0m} - \cosh \pi \lambda_{1m} \delta_{0m} \right\} \\ B_{1m}^* &= \frac{a^2}{\pi^2 (\lambda_{1m}^{*2} - \lambda_{1m}^{'2})} \left\{ \frac{M_{0m}}{D} + \pi^2 \left(\frac{\lambda_{1m}^{*2}}{a^2} - \nu \frac{\lambda_{1m}^{'2}}{a^2} \right) \delta_{0m} \right\} \\ C_{1m}^* &= \frac{-a^2}{\pi^2 (\lambda_{1m}^{*2} - \lambda_{1m}^{'2}) \sinh \pi \lambda_{1m}'} \left\{ \frac{\cosh \pi \lambda_{1m}' M_{0m} + M_{0m}}{D} - \pi^2 \left(\frac{\lambda_{1m}^{*2}}{a^2} - \nu \frac{\lambda_{1m}^{'2}}{a^2} \right) \delta_{0m} - \cosh \pi \lambda_{1m}' \delta_{0m} \right\} \\ D_{1m}^* &= \frac{a^2}{\pi^2 (\lambda_{1m}^{*2} - \lambda_{1m}^{'2})} \left\{ \frac{M_{0m}}{D} + \pi^2 \left(\frac{\lambda_{1m}^{*2}}{a^2} - \nu \frac{\lambda_{1m}^{'2}}{a^2} \right) \delta_{0m} \right\} \\ A_{1n}^* &= \frac{-b^2}{\pi^2 (\lambda_{1n}^{*2} - \lambda_{1n}^{'2}) \sinh \pi \lambda_{1n}} \left\{ \frac{\cosh \pi \lambda_{1n} M_{0n} + M_{0n}}{D} - \pi^2 \left(\frac{\lambda_{1n}^{*2}}{b^2} - \nu \frac{\lambda_{1n}^{'2}}{b^2} \right) \delta_{0n} - \cosh \pi \lambda_{1n} \delta_{0n} \right\} \\ B_{1n}^* &= \frac{b^2}{\pi^2 (\lambda_{1n}^{*2} - \lambda_{1n}^{'2})} \left\{ \frac{M_{0n}}{D} + \pi^2 \left(\frac{\lambda_{1n}^{*2}}{b^2} - \nu \frac{\lambda_{1n}^{'2}}{b^2} \right) \delta_{0n} \right\} \\ C_{1n}^* &= \frac{-b^2}{\pi^2 (\lambda_{1n}^{*2} - \lambda_{1n}^{'2}) \sinh \pi \lambda_{1n}'} \left\{ \frac{\cosh \pi \lambda_{1n}' M_{0n} + M_{0n}}{D} - \pi^2 \left(\frac{\lambda_{1n}^{*2}}{b^2} - \nu \frac{\lambda_{1n}^{'2}}{b^2} \right) \delta_{0n} - \cosh \pi \lambda_{1n}' \delta_{0n} \right\} \\ D_{1n}^* &= \frac{b^2}{\pi^2 (\lambda_{1n}^{*2} - \lambda_{1n}^{'2})} \left\{ \frac{M_{0n}}{D} + \pi^2 \left(\frac{\lambda_{1n}^{*2}}{b^2} - \nu \frac{\lambda_{1n}^{'2}}{b^2} \right) \delta_{0n} \right\} \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

$$\left. \begin{aligned} B_{1m}^Y &= \frac{G^2}{\pi^2(\lambda_m^2 - \lambda_m'^2)} \left\{ \frac{M_{1m}}{D} + \pi^2 \left(\frac{\lambda_m^2}{G^2} - \nu \frac{m^2}{G^2} \right) \bar{C}_{1m} \right\} \\ C_{1m}^Y &= \frac{-G^2}{\pi^2(\lambda_m^2 - \lambda_m'^2) \sinh \pi \lambda_m} \left\{ \frac{\cosh \pi \lambda_m M_{1m} + N_{1m}}{D} - \pi^2 \left(\frac{\lambda_m^2}{G^2} - \nu \frac{m^2}{G^2} \right) (\bar{C}_{1m} \cosh \pi \lambda_m' + C_{1m}) \right\} \\ D_{1m}^Y &= \frac{G^2}{\pi^2(\lambda_m^2 - \lambda_m'^2)} \left\{ \frac{M_{1m}}{D} + \pi^2 \left(\frac{\lambda_m^2}{G^2} - \nu \frac{m^2}{G^2} \right) \bar{C}_{1m} \right\} \end{aligned} \right\}$$

ここに $M_{1m} \sim M_{0m}$ および $\bar{C}_{1m} \sim \bar{C}_{0m}$ はそれぞれ諸定数で、 $M_{1m} \sim M_{0m}$ および変変況下 $\bar{C}_{1m} \sim \bar{C}_{0m}$ を正弦フーリエ級数に展開した場合の展開係数である。

いま、規準未知数を M_{11} とし、これに対する諸未知数 $M_{12}, M_{13}, \dots, \bar{C}_{12}, \bar{C}_{13}, \dots$ および種分定数 $A_{1n}, B_{1n}, A_{2n}, B_{2n}, \dots$ との比をすべてノ記号を付して表わせば、結局は次の式のとく与えられる。

$$\bar{w}_1 = w_1 \cos \omega t = M_{11} \cdot w_1 \cos \omega t \quad \text{ただし} \quad w_1 = \sum_{n=1}^{\infty} X_{1n}(\eta) \sin n\pi\eta + \sum_{m=1}^{\infty} Y_{1m}(\eta) \sin m\pi\xi \quad (1)$$

$$\therefore \kappa \quad X_{1n}(\eta) = A_{1n}' \sinh \pi \lambda_n \xi + B_{1n}' \cosh \pi \lambda_n \xi + C_{1n}' \sinh \pi \lambda_n' \xi + D_{1n}' \cosh \pi \lambda_n' \xi$$

$$Y_{1m}(\eta) = A_{1m}' \sinh \pi \lambda_m \eta + B_{1m}' \cosh \pi \lambda_m \eta + C_{1m}' \sinh \pi \lambda_m' \eta + D_{1m}' \cosh \pi \lambda_m' \eta$$

なお、 M_{11} は M_{1n} ($n=1, 2, 3, \dots$) の第一項であり、その値は (1) に示すごとく初期条件より定まるとのである。

i) 強制振動 (定常状態) : i) と同様の考察より w_1 が次の式のとく求められる。

$$w_1 = \sum_{n=1}^{\infty} X_{2n}(\eta) \sin n\pi\eta + \sum_{m=1}^{\infty} Y_{2m}(\eta) \sin m\pi\xi + \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} C_{2mn} \sin m\pi\xi \sin n\pi\eta \quad (2)$$

$$\text{ただし} \quad X_{2n}(\eta) = A_{2n}' \sinh \pi \lambda_n \xi + B_{2n}' \cosh \pi \lambda_n \xi + C_{2n}' \sinh \pi \lambda_n' \xi + D_{2n}' \cosh \pi \lambda_n' \xi, \quad \lambda_n^2 = \frac{m^2}{G^2} + \mu_p, \quad \lambda_n'^2 = \frac{m^2}{G^2} - \mu_p, \quad \mu_p = \frac{p}{G} \frac{\omega^2}{D}$$

$$Y_{2m}(\eta) = A_{2m}' \sinh \pi \lambda_m \eta + B_{2m}' \cosh \pi \lambda_m \eta + C_{2m}' \sinh \pi \lambda_m' \eta + D_{2m}' \cosh \pi \lambda_m' \eta, \quad \lambda_m^2 = \varepsilon^2 m^2 + \mu_p', \quad \lambda_m'^2 = \varepsilon^2 m^2 - \mu_p', \quad \mu_p' = \frac{p}{G} \frac{\omega^2}{D}$$

$$C_{2mn} = \frac{R_{2mn}}{D} \cdot C_{2mn}', \quad C_{2mn}' = \frac{R_{2mn}}{(\pi^2 m^2 + \pi^2 \lambda_n'^2) - \pi^2 \mu_p'}, \quad R_{2mn} = 4 \int_0^1 \int_0^1 f(\xi, \eta) \sin m\pi\xi \sin n\pi\eta d\xi d\eta$$

上式における種分定数 $A_{2n}' \sim D_{2n}'$, $A_{2m}' \sim D_{2m}'$ は式(8)と全く同じ形式で与えられ、単に ω の代りに κ を、従って $\lambda_n, \lambda_m, \lambda_n', \lambda_m'$ の代りにそれぞれ $\lambda_n, \lambda_m, \lambda_n', \lambda_m'$ を代入すればよい。

ii) 強制振動 (過渡状態) : 過渡状態における振動は一般に自由振動と強制振動の重ね合せ、可なり式(4)で表わされるが、いま式(9)を用いて変形すれば次の式となる。

$$w = M_{11} w_1 \cos \omega t + w_2 \cos p t \quad (11)$$

(上式において、 $M_{11} w_1 \cos \omega t$ は各規準振動の和とななり $\sum_{n=1}^{\infty} M_{11} w_1 \cos \omega t$ と表わすことが、井口氏の研究によれば、原音 ($\varepsilon=1$) 以外可なり $\varepsilon \geq 2$ の上音はその影響が小さいと認められ (11) の2項省略する。)

他方、初期条件が次のごとく与えられるものとする。 $t=0$; $w = F(\xi, \eta)$ (12)

式(11), (12)より次式をうる。 $M_{11} w_1 + w_2 = F(\xi, \eta)$ (13)

いま、式(9)および式(10)に含まれる $X_{1n}(\eta)$, $Y_{1m}(\eta)$ および $X_{2n}(\eta)$, $Y_{2m}(\eta)$ をそれぞれ正弦フーリエ級数に展開すれば、 w_1, w_2 はそれぞれ次の式のとく表わされる。

$$w_1 = \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} E_{1nm}^X \sin m\pi\xi \sin n\pi\eta + \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} E_{1nm}^Y \sin m\pi\xi \sin n\pi\eta \quad (14)$$

$$w_2 = \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} E_{2nm}^X \sin m\pi\xi \sin n\pi\eta + \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} E_{2nm}^Y \sin m\pi\xi \sin n\pi\eta + \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} C_{2mn} \sin m\pi\xi \sin n\pi\eta \quad (15)$$

また、 $F(\xi, \eta)$ を二重正弦フーリエ級数に展開すれば次式をうる。

$$F(\xi, \eta) = \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} G_{2nm} \sin m\pi\xi \sin n\pi\eta \quad (16)$$

ここで、 E_{1nm}^X, E_{1nm}^Y はそれぞれ $M_{1n}', M_{1m}', \bar{C}_{1n}', \bar{C}_{1m}'$ および $M_{1n}', M_{1m}', \bar{C}_{1n}', \bar{C}_{1m}'$ の函数であり、 E_{2nm}^X, E_{2nm}^Y はそれぞれ ii) の強制振動における $M_{1n}, M_{1m}, \bar{C}_{1n}, \bar{C}_{1m}$ および $M_{1n}, M_{1m}, \bar{C}_{1n}, \bar{C}_{1m}$ の函数であるが、その諸式は紙面の都合上省略する。

式(14), (15), (16)を式(13)に代入すれば未定係数 M_{11} が次のごとく算定される。

$$M_{Am} = \frac{E_{2nm} - (E_{2nm} + C_{nm})}{E_{1nm}} \quad (n, m = 1, 2, 3, \dots) \quad (17)$$

$$\text{又、} E_{2nm} = E_{2nm}^A + E_{2nm}^B, \quad E_{1nm} = E_{1nm}^A + E_{1nm}^B$$

式(17)の右辺は n, m の任意の値に對して計算されるが、その値は、すべて定数 M_{Am} に等しい。したが、実際の計算では $n=m=1$ の場合について M_{A1} を決定すればよいこととなり、いまその結果を式(17)に代入すれば、自由振動に関する B のみ角が求まることになる。

また、式(17)を式(11)に代入すれば過渡状態における B のみ角が当然、次の式のごとくえられる。

$$w = w_1(\cos pt - \cos wt) + F(p, w) \cos wt \quad (18)$$

(2) 振動 B のみ角—端モーメント関係式

ii) の強制振動に関する振動 B のみ角—端モーメント関係式は文献(1)の自由振動に関する式(17)の代りに p を代入し、また荷重項を加えるだけでよく、結果のみを示せば次の式のごとくである。

$$\begin{aligned} B_{An} &= \frac{A}{D} \{ A_{0n} M_{An} + B_{0n} M_{Bn} \} + \frac{A}{D} \sum_{m=1}^{\infty} E_{(n,m)} \{ M_{cm} + (-1)^m M_{dm} \} + \frac{1}{a} \{ C_{0n} \bar{C}_{An} + D_{0n} \bar{C}_{Bn} \} + \frac{A}{a} \sum_{m=1}^{\infty} F_{(n,m)} \{ \bar{C}_{0m} - (-1)^m \bar{C}_{2m} \} + \sum_{m=1}^{\infty} \frac{m\pi}{a} C_{nm} \\ B_{Bn} &= \frac{A}{D} \{ B_{0n} M_{An} + A_{0n} M_{Bn} \} + \frac{A}{D} \sum_{m=1}^{\infty} (-1)^m E_{(n,m)} \{ M_{cm} + (-1)^m M_{dm} \} - \frac{1}{a} \{ D_{0n} \bar{C}_{An} + C_{0n} \bar{C}_{Bn} \} + \frac{1}{a} \sum_{m=1}^{\infty} (-1)^m F_{(n,m)} \{ \bar{C}_{0m} - (-1)^m \bar{C}_{2m} \} + \sum_{m=1}^{\infty} (-1)^m \frac{m\pi}{a} C_{nm} \\ B_{Cn} &= \frac{A}{D} \sum_{m=1}^{\infty} E'_{(n,m)} \{ M_{An} + (-1)^m M_{Bn} \} + \frac{A}{D} \{ A'_{0n} M_{1m} + B'_{0n} M_{2m} \} + \frac{1}{a} \sum_{m=1}^{\infty} F'_{(n,m)} \{ \bar{C}_{An} - (-1)^m \bar{C}_{Bn} \} + \frac{1}{a} \{ C'_{0n} \bar{C}_{1m} + D'_{0n} \bar{C}_{2m} \} + \sum_{m=1}^{\infty} \frac{m\pi}{a} C_{nm} \\ B_{Dn} &= \frac{A}{D} \sum_{m=1}^{\infty} (-1)^m E'_{(n,m)} \{ M_{An} + (-1)^m M_{Bn} \} + \frac{A}{D} \{ B'_{0n} M_{1m} + A'_{0n} M_{2m} \} + \frac{1}{a} \sum_{m=1}^{\infty} (-1)^m F'_{(n,m)} \{ \bar{C}_{An} - (-1)^m \bar{C}_{Bn} \} - \frac{1}{a} \{ D'_{0n} \bar{C}_{1m} + C'_{0n} \bar{C}_{2m} \} + \sum_{m=1}^{\infty} (-1)^m \frac{m\pi}{a} C_{nm} \end{aligned}$$

(3) 節線方程式および連続条件式 連続板の節線上の節線方程式および連続条件式は文献(1)と全く同様であり、それぞれ次の式で与えられる。(文献(1)参照)

$$\text{節線方程式: } M_{ckm} + M_{dkm} = 0 \quad (20), \quad \text{連続条件式: } B_{ckm} = B_{dkm} \quad (21)$$

いま、ii) の強制振動に関する連続板の解をうけるには、文献(1)の自由振動における手法と同様に考え、連続板の各節線における式(19)の振動 B のみ角—端モーメント関係式、式(21)の連続条件式、式(20)の節線方程式および端近の条件式を連立解いて未知数 M_{ckm}, M_{dkm} を求めればよい。

3. 計算例 図-2に示すごとき周連単純受継の 2×2 等スパン二方向連続板に於いて、周期的等分布荷重 $q_0 \cos pt$ が板①、④に作用する場合に

ついて、定常状態における振動倍率および過渡状態における時刻と B のみ角の関係を求めれば次の通りである。

いずれの受継も沈下しないものとすれば $\bar{C}_{A1m} \sim \bar{C}_{D1m}, \bar{C}_{A2m} \sim \bar{C}_{D2m}, \bar{C}_{A3m} \sim \bar{C}_{D3m}, \bar{C}_{A4m} \sim \bar{C}_{D4m}$ はすべて 0 であり、また、周辺の単純受継条件より $M_{A1m} = M_{C1m} = M_{B2m} = M_{C2m} = M_{A3m} = M_{D3m} = M_{B4m} = M_{D4m} = 0$ である。したがって板①、②、③、④に関する式(19)の振動 B のみ角—端モーメント関係式は次の内容となる。

$$\begin{aligned} \text{板①, } B_{B1n} &= \frac{A}{D} A_{1n} B_{1n} + \frac{A}{D} \sum_{m=1}^{\infty} (-1)^m E_{(n,m)} M_{B1m} + \sum_{m=1}^{\infty} (-1)^m \frac{m\pi}{a} C_{1n}, \quad B_{D1m} = \frac{A}{D} \sum_{m=1}^{\infty} (-1)^m E'_{(n,m)} M_{B1m} + \frac{A}{D} A'_{1m} M_{B1m} + \sum_{m=1}^{\infty} (-1)^m \frac{m\pi}{a} C_{1n} \\ \text{板②, } B_{A2n} &= \frac{A}{D} A_{2n} M_{A2n} + \frac{A}{D} \sum_{m=1}^{\infty} (-1)^m E_{(n,m)} M_{D2m}, \quad B_{D2m} = \frac{A}{D} \sum_{m=1}^{\infty} (-1)^m E'_{(n,m)} M_{A2n} + \frac{A}{D} A'_{2m} M_{B2m} \\ \text{板③, } B_{B3n} &= \frac{A}{D} A_{3n} M_{B3n} + \frac{A}{D} \sum_{m=1}^{\infty} (-1)^m E_{(n,m)} M_{C3m}, \quad B_{C3m} = \frac{A}{D} \sum_{m=1}^{\infty} (-1)^m E'_{(n,m)} M_{B3n} + \frac{A}{D} A'_{3m} M_{C3m} \\ \text{板④, } B_{A4n} &= \frac{A}{D} A_{4n} M_{A4n} + \frac{A}{D} \sum_{m=1}^{\infty} (-1)^m E_{(n,m)} M_{C4m} + \sum_{m=1}^{\infty} \frac{m\pi}{a} C_{4n}, \quad B_{C4m} = \frac{A}{D} \sum_{m=1}^{\infty} (-1)^m E'_{(n,m)} M_{A4n} + \frac{A}{D} A'_{4m} M_{C4m} + \sum_{m=1}^{\infty} \frac{m\pi}{a} C_{4n} \end{aligned} \quad (22)$$

他方、節線 0-1, 0-2, 0-3, 0-4 において式(20), (21)の節線方程式および連続条件式を求めれば次のごとき一連の条件式がえられる。

$$M_{B1n} = -M_{A2n} (=M_{1n}), \quad M_{D1m} = -M_{C3m} (=M_{Dm}), \quad M_{A4n} = -M_{B3n} (=M_{An}), \quad M_{C4m} = -M_{D2m} (=M_{Cm}) \quad (23)$$

$$B_{B1n} = B_{A2n}, \quad B_{D1m} = B_{C3m}, \quad B_{B3n} = B_{A4n}, \quad B_{C4m} = B_{D2m}$$

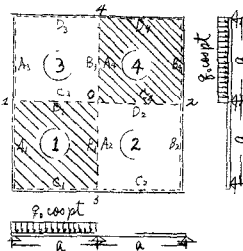
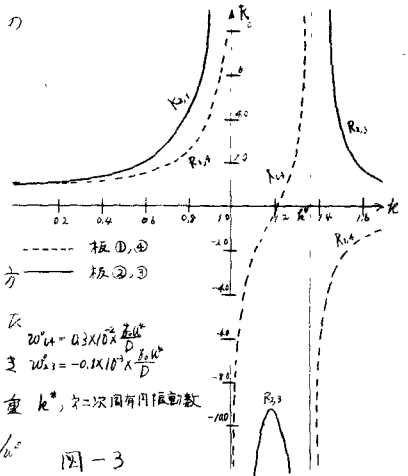


図-2

式(22), (23)より M_{An} , M_{Bn} , M_{Cn} , M_{Dn} に関する連立方程式が次式のごとく求まる。

$$\left. \begin{aligned} 2A_{(m)}M_{An} + \sum_{n=1}^{\infty} E_{(m,n)} \{ M_{Cn} + (-1)^n M_{Dn} \} + g_0 a^2 \sum_{n=1}^{\infty} m E C'_{mn} &= 0 \\ 2A_{(m)}M_{Bn} + \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n E_{(m,n)} \{ M_{Cn} + (-1)^n M_{Dn} \} + g_0 a^2 \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n m E C'_{mn} &= 0 \\ \sum_{n=1}^{\infty} E_{(m,n)} \{ M_{An} + (-1)^n M_{Bn} \} + 2A'_{(m)}M_{Cm} + g_0 a^2 \sum_{n=1}^{\infty} n \pi C'_{mn} &= 0 \\ \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n E_{(m,n)} \{ M_{An} + (-1)^n M_{Bn} \} + 2A'_{(m)}M_{Dm} + g_0 a^2 \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n n \pi C'_{mn} &= 0 \end{aligned} \right\} 2\tau$$



いま、振動数パラメータ $k = p/\omega_0$ の各値に対して、式(24)の連立方

程式を解き、その結果を式(10)に代入すれば k の各値に対する R

の値がえられる。ここに $\omega_0 = 2.0 \times \frac{\pi^2 \sqrt{D}}{a^2 \sqrt{pR}}$ は図-2に示すごとく $\omega_0 = 0.3 \times 10^4 \frac{\sqrt{D}}{a^2 \sqrt{pR}}$

連続板の一次固有円振動数である。他方、図-2において荷重 k^* , $k^* = \text{一次固有円振動数}$

が静的に作用する場合の R の値を R_0 とする。しかると $R = R_0 / k^*$

を求めれば振動倍率 R がえられるが、特に各板の中央点 ($\xi = \eta = 0.5$) における R のみを算出し、図示する

は図-3の結果となる。

図-3

次に、初期条件として $t = 0$ のとき $w = 0$ とならち $F(\xi, \eta) = 0$ とすれば式(19)は次式のごとなる。

$$w = w_2 (\cos p_2 t - \cos \omega t) \quad (25)$$

となり、先に求めた k の各値に対する w の値を式(25)に代入し、板①, ④の中央点の過渡状態における時刻と R の値との関係を求めれば、図-4に示すごとくなる。(板②, ③については紙面の都合上略す。)

4. 結語

図-3より

明らかなごとく、

一次、

二次固有円振

動数との間に

て、振動倍率

$R_{1,4}$ はその絶対

値が1以下に

なる部分が存在

し、動的効果

が静的効果より

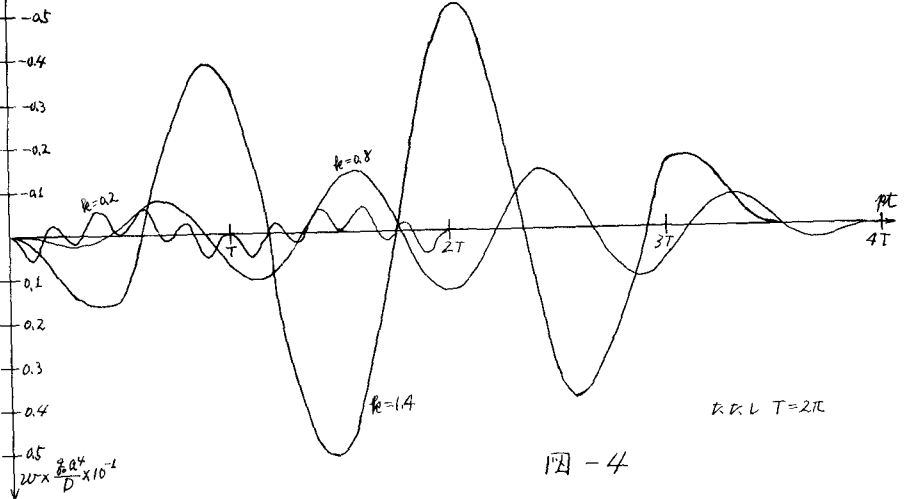


図-4

小さいが、それ以外の部分では急激に変化し共振へ近づく。他方、 $R_{2,3}$ はその区間において常に動的効果は静的効果より大きく、共振へ近づくといえる。

図-4に示す過渡状態における R の値は、固有円振動数に近い k の値 ($k=0.8, 1.4$) の場合は共振の時とは異なり、振幅がいったん増しては再び減するということと、また k の値が小さい ($k=0.2$) 場合は自由振動に近い振動を示すという当然の結果を示している。

(参考文献) (1) 山崎 博木 櫻田, "連続矩形板の固有周期算定法", 九大工学集報, 第40巻, 第5号 昭和42年11月
(2) 井口, "相対2次元単純系他2次元自由な矩形板の振動について" 土木学会論文集, 第26巻, 昭和44