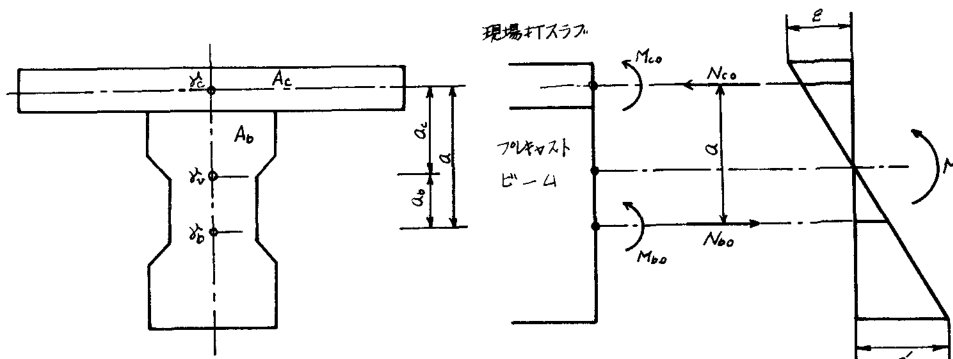
PC合成桁のクリープ解析

九州工業大学　助教授　　渡辺　明
九州工業大学　大学院　○石井啓文

1. まえがき

橋桁，その他の構造物において，スラブは外力による曲げモーメントに対して全く抵抗しないものとみなし，単に死荷重として処理してきた従来の設計法に対して，全断面を有効に，合理的に利用しようとする考え方から合成桁が一般化した。鋼桁と鉄筋コンクリートスラブとを連結した，いわゆる鋼合成桁は，経済上，また剛性の点からみて優れた工法として盛んに用いられてきたが，近年，プレストレストコンクリートの発達にともない，鋼桁の代りにPCプレキャストビームを用いた合成桁が設計されるようになった。そこで筆者らは鋼合成桁[1]におけると同様の考え方で，PC合成桁におけるコンクリートの硬化収縮，クリープのおよぼす影響について応力解析を試みたので，その結果を報告する。なお，簡単な数値計算例による比較検討は研究発表会時に行なう。

2. 初期応力の分布



図－1

$t=0$ なる時刻に，合成桁に曲げモーメント M_0 が働くと，これは図-1に示すようにスラブに作用するモーメント M_{c0}，プレキャストビームに作用するモーメント M_{b0}，ならびにスラブの重心に働く圧縮力 N_{c0} とプレキャストビームの重心に働く引張力 N_{b0} とに分解される。釣合の条件より，

$$N_{c.0} = N_{b.0} \tag{1}$$

$$M_0 = M_{c.0} + M_{b.0} + N_{c.0} \times a \tag{2}$$

回転ならびに水平移動などの変形の条件より，

$$\frac{M_{c.0}}{E_c I_c} = \frac{M_{b.0}}{E_b I_b} \tag{3}$$

$$\frac{N_{c.0}}{E_c A_c} + \frac{N_{b.0}}{E_b A_b} = \frac{M_{b.0}}{E_b I_b} \times a \tag{4}$$

$$n = \frac{E_b}{E_c},\quad G_v = A_b\, a_b = a_c \frac{A_c}{n} = \frac{a A_b A_c/n}{A_v},\quad I_v = \frac{I_c}{n} + A_b a_b^2 + \frac{A_c a_c^2}{n} \doteqdot I_b + a G_v$$

とおくと，以上の式より，

$$N_{c0} = \frac{E_c A_c A_b}{A_v} \frac{a}{E_b I_b} \cdot M_{b0}$$

$$M_0 = M_{c,0}\ I_v / I_c / n$$

各分配モーメントは

$$M_{c,0} = \frac{I_c/n}{I_v} \cdot M_0 \tag{5}$$

$$M_{b0} = \frac{E_b I_b}{E_c I_c} \cdot \frac{I_c/n}{I_v}\ M_0 = \frac{I_b}{I_v}\ M_0 \tag{6}$$

$$N_{c0} = N_{b0} = \frac{E_c A_c A_b}{A_v} \frac{a}{E_b I_b} \frac{I_b}{I_v}\ M_0 = \frac{a A_c A_b/n}{A_v I_b} \cdot \frac{I_b}{I_v}\ M_0 = \frac{G_v}{I_v} \cdot M_0 \tag{7}$$

3. コンクリートのクリープと硬化収縮の影響

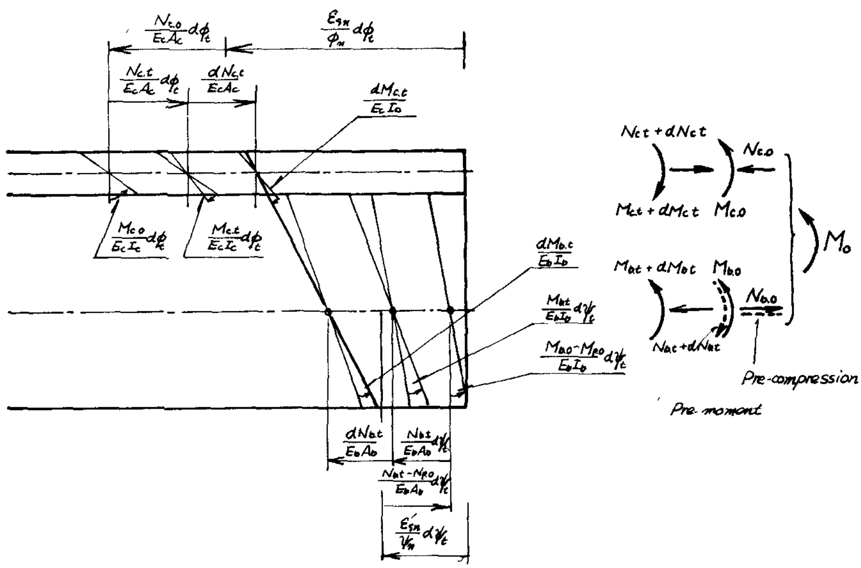


図-2

一般の合成桁において，コンクリートのクリープと硬化収縮とによって，時日の経過とともに応力の移換が行なわれることは周知のとおりである。ＰＣ合成桁の場合にはプレキャストビームの方も，クリープならびに硬化収縮を起すからさらに厄介となる。ただし，プレキャストビームコンクリートの方はかなりの時日を経過しており，それらの現象は現場打のスラブコンクリートに比して小さいのが普通である。なお，プレキャストビームには外力M_0による軸力N_{b0}の他にプレストレスN_{p0}，モーメントM_{b0}の他にプレモーメントM_{p0}が作用していることを忘れてはならない。この場合のプレキャストビームはポストテンション型とし，鋼線緊張力は終始一定とする。M_{p0}なるプレモーメントを受けるプレキャストビームと，現場打スラブより成るＰＣ合成桁が，M_0なる継続的モーメントを受ける時の$t+dt$時刻までの断面力の変化ならびに，このdt時間内の変形の状況，すなわち，(1)コンクリートの硬化収縮に基づく収縮量，(2) $t=0$より圧縮力とモーメントが継続的に作用すると考えて，これらによるクリープひずみと塑性角変位，(3)時刻tまでに発生する引張力とモーメントによる塑性伸びと塑性角変位，(4)つぎのdt間に新しく加わる引張力とモーメントによる弾性伸びおよび弾性角変

位，を起すスラブ側と，同じ考え方のプレキャストビーム側とにそれぞれ分けて示せば図-2のとおりである。図-2の分解を基礎にして釣合の条件式をたてるとつぎのようになる。ただし，両コンクリートの弾性係数 E_c, E_b は変化しないものと仮定する。

$$N_{ct} = N_{bt} \qquad \therefore \quad dN_{ct} = dN_{bt} \tag{8}$$

$M_{ct} + N_{ct} \times a = M_{bt}$ ——一般に M_{ct} は $N_{ct} \times a$ に比して極めて小さいのでこれを省略すると，

$$M_{bt} = a\,N_{ct} \qquad \therefore \quad dM_{bt} = a \cdot dN_{ct} \tag{9}$$

また，図-2から水平変位，角変位に関する釣合の条件式をたてると，

$$\left\{\begin{aligned} &\frac{\varepsilon_{sm}}{\varphi_n} d\varphi_t + \frac{N_{co}}{E_c A_c} d\varphi_t - \frac{N_{ct}}{E_c A_c} d\varphi_t - \frac{dN_{ct}}{E_c A_c} = \frac{\varepsilon'_{sm}}{\psi_n} d\psi_t - \frac{N_{bo} - N_{po}}{E_b A_b} d\psi_t + \frac{N_{bt}}{E_b A_b} d\psi_t \\ &\qquad\qquad + \frac{dN_{bt}}{E_b A_b} + a \times \frac{dM_{bt}}{E_b I_b} && (10) \\ &\frac{M_{co}}{E_c I_c} d\varphi - \frac{M_{ct}}{E_c I_c} d\varphi_t - \frac{dM_{ct}}{E_c I_c} = \frac{M_{bo} - M_{po}}{E_b I_b} d\psi_t + \frac{M_{bt}}{E_b I_b} d\psi_t + \frac{dM_{bt}}{E_b I_b} && (11) \end{aligned}\right.$$

ここで，$\varphi_t = \varphi_n(1 - e^{-\eta t})$, $\psi_t = \psi_n(1 - e^{-\eta' t})$ とおくと，この二式から，

$$\frac{d\psi_t}{d\varphi_t} = K(\varphi_n - \varphi_t)^{\xi} \qquad ただし，K = \frac{\eta'}{\eta} \cdot \frac{\psi_n}{\varphi_n^{\eta'/\eta}}, \quad \xi = \frac{\eta'}{\eta} - 1 \tag{12}$$

(8)(10)(12)式より

$$\frac{dN_{ct}}{d\varphi_t}\left[\frac{1}{E_c A_c} + \frac{1}{E_b A_b} + \frac{a^2}{E_b I_b}\right] + N_{ct}\left[\frac{1}{E_c A_c} + \frac{1}{E_b A_b} K(\varphi_n - \varphi_t)^{\xi}\right] - \frac{N_{co}}{E_c A_c} - \left(\frac{N_{bo} - N_{po}}{E_b A_b}\right) \cdot K(\varphi_n - \varphi_t)^{\xi} - \frac{\varepsilon_{sm}}{\varphi_n} + \frac{\varepsilon'_{sm}}{\psi_n} K(\varphi_n - \varphi_t)^{\xi} = 0$$

この微分方程式は非常に煩雑になるので，実用上 $\eta \fallingdotseq \eta'$ とみなせば，$d\psi_t / d\varphi_t = K$ となるから，

$$\frac{dN_{ct}}{d\varphi_t} + \beta \cdot [1 + \alpha K] N_{ct} - \beta[N_{co} + \alpha K(N_{bo} - N_{po}) + \varepsilon E_c A_c] = 0$$

$$ここに，\quad \varepsilon = \frac{\varepsilon_{sm}}{\varphi_n} - \frac{\varepsilon'_{sm}}{\psi_n} \cdot K, \quad \alpha = \frac{E_c A_c}{E_b A_b}, \quad \beta = \frac{A_b I_b}{A_v I_v} \tag{13}$$

初期条件 $t=0$ のとき $\varphi_t = 0$, $N_{ct} = 0$ を入れてこの微分方程式を解くとこの一般解は，

$$N_{ct} = \frac{N_{co} + \alpha K(N_{bo} - N_{po}) + \varepsilon E_c A_c}{1 + \alpha K}\left(1 - e^{-\beta(1+\alpha K)\varphi_t}\right) = N_{bt} \tag{14}$$

$$M_{bt} = a \times N_{bt} = \frac{N_{co} + \alpha K(N_{bo} - N_{po}) + \varepsilon E_c A_c}{1 + \alpha K} \cdot \left(1 - e^{-\beta(1+\alpha K)\varphi_t}\right) \times a \tag{15}$$

(15)式を微分して(11)式に代入すると，

$$\frac{dM_{ct}}{d\varphi_t} + M_{ct} = e^{-\beta(1+\alpha K)\varphi_t}\{N_{co} + \alpha K(N_{bo} - N_{po}) + \varepsilon E_c A_c\} \cdot \left(\frac{K}{1+\alpha K} - \beta\right) a\gamma + M_{co} - \gamma \cdot K(M_{bo} - M_{po}) - \frac{a\gamma K}{1+\alpha K}\{N_{co} + \alpha K(N_{bo} - N_{po}) + \varepsilon E_c A_c\} \tag{16}$$

ここに，$\gamma = E_c I_c / E_b I_b$。初期条件 $t=0$ のとき $\varphi_t = 0$, $M_{ct} = 0$ を入れてこの微分方程式を解くと，

$$M_{ct} = e^{-\varphi_t}\left[\frac{e^{\{1-\beta(1+\alpha K)\}\varphi_t} - 1}{1 - \beta(1+\alpha K)} a\gamma\left(\frac{K}{1+\alpha K} - \beta\right) \cdot \{N_{co} + \alpha K(N_{bo} - N_{po}) + \varepsilon E_c A_c\} + (e^{\varphi_t} - 1)\left\{M_{co} - \gamma K(M_{bo} - M_{po}) - \frac{a\gamma K}{1+\alpha K}\{N_{co} + \alpha K(N_{bo} - N_{po}) + \varepsilon E_c A_c\}\right\}\right] \tag{17}$$

結局，時刻 t における断面力は，スラブ側を N_c, M_c，ビーム側を N_b, M_b とおくと，つぎのようになる。

$$\left\{\begin{array}{ll} N_c = N_{c.o} - N_{ct} & = (7)式 - (14)式' \\ M_c = M_{c.o} - M_{c.t} & = (5)式 - (17)式' \\ N_b = (N_{bo} - N_{po}) - N_{b.t} & = (7)式 - (14)式' - N_{p.o} \\ M_b = (M_{ao} - M_{p.o}) + M_{b.t} & = (6)式 + (15)式' - M_{po} \end{array}\right. \quad (18)$$

4. 鋼合成桁の場合

これはビーム側がプレキャストコンクリートの代りに鋼桁を使用する場合で，鋼桁は硬化収縮を起さないので，$\psi_t = 0$，したがって $K=0$ である。また $N_{po}=0$，$M_{p.o}=0$ である。これから(14).(15).(17)は

$$N'_{c.t} = N_{bt} = \left(N_{co} + \frac{\varepsilon_{sm}}{\varphi_m} E_c A_c\right)\left(1 - e^{-\beta\varphi_t}\right) \quad (14)'$$

$$M'_{bt} = \left(N_{c.o} + \frac{\varepsilon_{sm}}{\varphi_m} E_c A_c\right)\cdot\left(1 - e^{-\beta\varphi_t}\right) \times a \quad (15)'$$

$$M'_{ct} = M_{co}\left(1 - e^{-\varphi_t}\right) + \frac{e^{-\varphi_t} - e^{-\beta\varphi_t}}{1-\beta}\left(N_{c.o} + \frac{\varepsilon_{sm}}{\varphi_m} E_c A_c\right) a\beta\cdot\alpha \quad (17)'$$

この場合の時刻 t における断面力は

$$\left\{\begin{array}{ll} N'_c & = (7)式 - (14)'式 \\ M'_c & = (5)式 - (17)'式 \\ N'_b & = (7)式 - (14)'式 \\ M'_b & = (6)式 + (15)'式 \end{array}\right. \quad (19)$$

で表わされる。

参考文献 (1) 水野高明：鉄筋コンクリート工学