

## 斜組杭の応力に及ぼす地盤変形の影響

九州大学工学部 小坪清真  
同大学院学生 〇荒牧重治

### 1. まえがき

斜組杭は岸壁やドレインなどに多用されていゝが、その耐震設計法は従来通りの上部構造物の地震時慣性力が、頭部に水平に静的に作用するものとして行なっている。すなわち基礎地盤は地震時には深さ方向に同一の振動をしていて、杭の変形に比例して抵抗を及ぼすと仮定している。しかしながら、地盤は実際にはせん断振動を行ひ深さ方向に違った変形をしているはずである。したがって地盤中の杭は地盤のせん断変形によって、従来考えられて来たものとは多少異った変形をしている事が考えられる。ゆえに、より合理的な耐震設計を行うためには、地盤の変形も考慮に入れて計算を行なべきであろう。

本研究は、このように考案から、斜組杭に及ぼす地盤変形の影響について考察したものである。

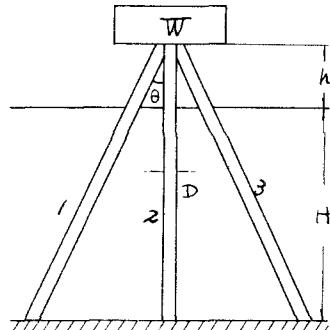


図-1

### 2. 地盤変形を考慮した場合の杭の横及び軸方向振動理論

地中部分の杭に対し、この微分方程式は次式で表わされる。

$$\text{横方向} \quad -\frac{\partial^2}{\partial Z^2} (EI \frac{\partial^2 \bar{y}}{\partial Z^2}) = -\frac{wA}{f} \frac{\partial^2 \bar{y}}{\partial t^2} + P_m \quad (1)$$

$$P_m = K(z)D(\bar{u} - \bar{y}) - \frac{wmbD}{f} \frac{\partial^2 \bar{y}}{\partial t^2} \quad (2)$$

$$\text{軸方向} \quad \frac{wA+Q}{f} \frac{\partial^2 \bar{e}}{\partial t^2} = EA \frac{\partial^2 \bar{e}}{\partial Z^2} - f\pi D(\bar{e} - \bar{u} \sin \theta) \quad (3)$$

ここで

$P_m$  = 杭の単位長さ当たりに働く土圧

$EI$  = 杭の曲げ剛性

$wA$  = 杭の単位長さ当たりの重量

$D$  = 杭径

$K$  = 横方向地盤反力係数

$\bar{y}, \bar{e}, \bar{u}$  = 杭及び地盤の絶対変位

$y, e, u$  = 杭及び地盤の下層地盤に対する相対変位

$u_0$  = 下層地盤の変位

$w_m$  = 土の単位体積重量

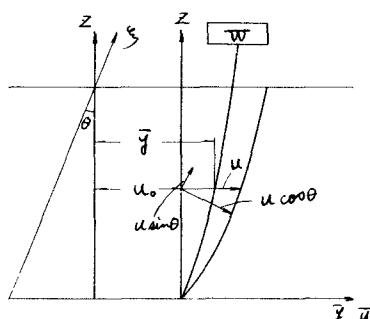


図-2

$g$  = 重力の加速度

$f$  = 周面摩擦係数

$\Theta$  = 柱の軸方向振動における工の附着質量

$bD$  = 柱の横方向振動における工の附着質量

上記の方程式において下層地盤の変位を定常振動と  $U_0 = \frac{\alpha' g}{\omega^2} \sin \omega t$  と仮定するとき、 $u = U(z) \sin \omega t$   
 $y = Y(z) \sin \omega t$  となり次のように書き替えられる。

直杭  $EI \frac{d^4 Y_2}{dz^4} - \left\{ (\omega A + W_m bD) \omega^2 - K(z) D \right\} Y_2 = \alpha' (\omega A + W_m bD) + K(z) D U$  (4)

周期が長い時、下層では  $\omega$  が 0 に近づいた時に、簡単に次のようになる。

$$EI \frac{d^4 Y_2}{dz^4} + K(z) D Y_2 = \alpha' (\omega A + W_m bD) + K(z) D U \quad (5)$$

同様にして斜材の場合も次のように書き替えることができる。

斜杭 横方向  $EI \frac{d^4 Y_1}{dz^4} + K_\theta(\xi) D Y_1 = \alpha' (\omega A + W_m bD) \cos \theta + K_\theta(\xi) D U \cos \theta \quad (6)$

軸方向  $EA \frac{d^2 E}{dz^2} - f \pi D E = \alpha' (\omega A + \theta) \sin \theta - f \pi D U \sin \theta \quad (7)$

$K_\theta$  = 斜材の横方向地盤反力係数

$K(z)$  を深さ方向に一定であるとするとき (5) ～ (7) 式の一般解は次のようになる。

$$Y_2 = \cos \alpha z \{ A_1 \cosh \alpha z + A_2 \sinh \alpha z \} + \sin \alpha z \{ A_3 \cosh \alpha z + A_4 \sinh \alpha z \} \\ + \frac{\alpha'}{KD} (\omega A + W_m bD) + \frac{\alpha' W_m H^2}{2G_m} \left( \frac{2z}{H} - \frac{z^2}{H^2} \right) \quad (8)$$

$$Y_1 = \cos \beta \xi \{ B_1 \cosh \beta \xi + B_2 \sinh \beta \xi \} + \sin \alpha z \{ B_3 \cosh \beta z + B_4 \sinh \beta z \} \\ + \frac{\alpha'}{KD} (\omega A + W_m bD) \cos \theta + \frac{\alpha' W_m H^2}{2G_m} \left( \frac{2z}{H} - \frac{z^2}{H^2} \right) \cos \theta \quad (9)$$

$$E = C_1 \cosh \rho \xi + C_2 \sinh \rho \xi - \frac{2z_1 \cos \theta}{H^2 \Delta_1^2} - \frac{\Delta_2}{\Delta_1} + \frac{\Delta_3}{\Delta_1} \left( \frac{2z}{H} - \frac{z^2 \cos \theta}{H^2} \right) \quad (10)$$

但し

$$\alpha = \sqrt{\frac{KD}{4EI}} , \quad \beta = \sqrt{\frac{K_\theta D}{4EI}} , \quad \rho = \sqrt{\frac{f \pi D}{EA}}$$

$$\Delta_1 = \frac{f \pi D}{EA} , \quad \Delta_2 = \frac{\alpha'}{EA} (\omega A + \theta) \sin \theta , \quad \Delta_3 = \frac{\Delta_1 \alpha' W_m H^2 \sin \theta \cos \theta}{2G_m}$$

$A_1 \sim A_4$ ,  $B_1 \sim B_4$ ,  $C_1 \sim C_2$  は境界条件より定まる定数である。

又、空中部分においては 解け周知の通りである。空中部分の変位は プッシュをつけて示す。

### 3. 境界条件

$$z=0 \text{ で } Y_2=0, Y_1=0, \frac{d^2Y_1}{dz^2}=0, \frac{d^2Y_2}{dz^2}=0, E=0$$

$$z=H \text{ で } Y_1=Y'_1, \frac{dY_1}{ds}=\frac{dY'_1}{ds}, \frac{d^2Y_1}{ds^2}=\frac{d^2Y'_1}{ds^2}, \frac{d^3Y_1}{ds^3}=\frac{d^3Y'_1}{ds^3}$$

$$Y_2=Y'_2, \frac{dY_2}{ds}=\frac{dY'_2}{ds}, \frac{d^2Y_2}{ds^2}=\frac{d^2Y'_2}{ds^2}, \frac{d^3Y_2}{ds^3}=\frac{d^3Y'_2}{ds^3}$$

$$E=E', \frac{dE}{ds}=\frac{dE'}{ds}$$

$$z=H+h \text{ で } \frac{d^2Y_1}{ds^2}=\frac{d^2Y'_1}{ds^2}=0, EI \frac{d^3Y_1}{ds^3}=-S_1$$

$$EI \frac{d^3Y_2}{ds^3}=-S_2, EA \frac{dE'}{ds}=N,$$

$$\alpha W = S_2 + 2S_1 \cos\theta + 2N_1 \sin\theta$$

$$\bar{Y}_2 = \bar{Y}_1 \cos\theta + \bar{E}_1 \sin\theta$$

$$\bar{Y}_1 \sin\theta = \bar{E}_1 \cos\theta$$

上記の境界条件より係数はそれぞれ求まる。

### 4. 地盤の変形

基本方程式

$$\frac{\partial}{\partial z} (G_m \frac{\partial u}{\partial z}) = \frac{w_m}{q} \frac{\partial \bar{u}}{\partial z}$$

$\therefore G_m$ : 地盤のせん断弾性定数,  $\alpha'$ : 密度  
この式を  $(\bar{u})_{z=0} = \frac{\alpha' q}{w_m^2} \sin w t$ ,  $(G_m \frac{\partial u}{\partial z})_{z=H} = 0$  の  
境界条件を用い  $G_m = \text{const}$ ,  $w = 0$  の場合について解けば次の様に解が得られる。

$$U = \frac{\alpha' w_m H^2}{2 G_m} \left( \frac{2z}{H} - \frac{z^2}{H^2} \right)$$

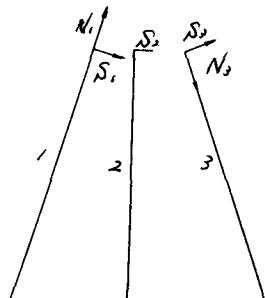


図-3

### 5. 数値計算例

上記の理論に基き、斜組杭で支配的であると考えられる軸力について数値計算を行った。数値計算に用いた値は図-4に示す通りである。なお横方向地盤反力係数  $K_0$  は直杭と斜杭では異なる値を取るものと考えられるがその小さい所では、ほん等しいと思う事が出来るので同じ値を取り  $K_0 = K$  とした。杭の総質量と振動における土の附着質量はその性質上はヨリ1つないので省略する事にした。計算結果

は表-1に示す通りである。得られた結果を見ると、杭に生ずる軸力は、地盤変形を考慮しない場合よりも、地盤変形を考慮した方がはるかに大きな値になる事がわかる。これは下端をヒンジ構造としているため、実現象よりも地盤変形の影響が大きく出たものと考えられる。又この表には示されていないけれども杭頭部における軸力及びせん断力の分担割合は、地盤変形を考慮した場合でも、やはり軸力が支配的である事が確かめられる。杭に生ずる曲げモーメントも地盤変形の影響を大きく受けろが、ここでは省略する。

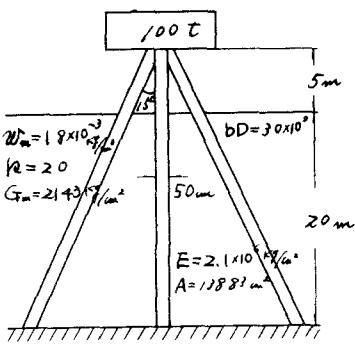


図-4

## 6. 結論

以上のように、杭に生ずる応力は従来用いられていて杭頭部に慣性力をかけた方法による計算値よりも、地盤変形を考えて解いた値の方が明らかに大きくなることがわかった。しかし実際の斜粗杭は下層岩盤まで達しているものではなく、軟弱地盤の途中までのものが多く、ここで仮定したように下端をヒンジ構造であるとは考え難い。下端のヒンジではなく軟弱地盤にある場合について解析すれば、より実際に近い値が得られるであろう。また本文中に用いた 地盤の変形、地盤反力係数、周面摩擦力等にはまだ多くの仮定を含み、今後研究解明されなければならない問題がある。これらについてすこし下研究を進めている。

## 参考文献

小坪 錠方： 軟弱地盤中の杭基礎に生ずる地盤時応力について

九州大学 工学雑誌 第19巻 第3号 昭41.10

余杭の軸力

Z (m)	従来の理論	著者の理論
空中部	$1.290 \times 10^5$	$1.725 \times 10^5$
20	1294	1725
18	1834	1579
16	2247	1462
14	1190	1336
12	1061	1270
10	956	1250
8	874	1240
6	812	1224
4	767	1216
2	743	1221
0	734	1212

表-1