

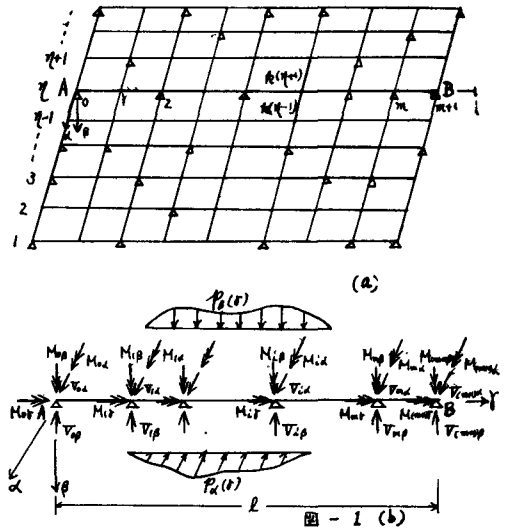
フーリエ級数による格子桁の解法

九州大学 正員 山崎 徳也
九州大学 正員 橋本 武
九州大学 学生員 堤 敬二郎

1. 緒言 先に著者らはフーリエ級数による連続はりおよびラマンの解法を⁽¹⁾発表したが、同様の手法により格子桁の解析を行うことができる。すなわち本研究はフーリエ級数による格子桁の解法を提示し、直接的にはかかる構造物の解法に、また間接的には板と格子桁とからなる構造物の解法の開拓に資せんとするものである。

2. 部材列の弾性曲線およびはり角曲線

図-1(a)に示すごとき格子構造において直列に剛結された部材系を部材列と称することにし、部材列ABのはり中心軸を γ 軸、それに直交して α, β 軸をもち、かつ部材列ABの始端Aを原点とする直交座標系 (α, β, γ) を導入する。一般に部材列ABは β 方向において両端A, Bの他に中継支桌1, 2, ..., m で支えられ、かつ中継支桌において、 γ - α 面内の部材が部材列ABに対して直角に結合するものとする。しかるとき部材列ABは中継支桌において β 方向の支反力を受け、また γ - α 面内の部材から α, β 方向の剪断力および三軸まわりのモーメントを受けるゆえ、これら諸力を次のごとく記号表示することとする。



α 方向の反力 : V_{α} α 軸を回転軸とする反力モーメント : M_{α}
 β 方向の反力 : V_{β} β 軸を回転軸とする反力モーメント : M_{β}
($i = 1, 2, \dots, m$) γ 軸を回転軸とする反力はりモーメント : $M_{i\gamma}$

部材列ABの全長を l とし、それに作用する α 方向の任意垂直荷重を $p_{\alpha}(r)$ 、 β 方向のそれを $p_{\beta}(r)$ とする。しかるとき部材列AB作用する諸力は図-1(b)に示すごとき関係となり、それぞれの面内における曲げ成分およびはり成分に分解すれば、図-2(a), (b), (c)となる。図-2(a), (b)の弾性曲線およびたわみ角曲線は文献(2)より次のごとく求まる。

$$\left. \begin{aligned} y_{\alpha}(r) &= \frac{1}{E_{\alpha} I_{\alpha}} \sum_{n=1}^{\infty} f_{n\alpha} \left(\frac{r}{\pi n} \right)^4 \sin \frac{n\pi}{l} r + d_{\alpha} + \frac{d_{\alpha m} - d_{\alpha}}{l} \cdot r \\ \frac{dy_{\alpha}(r)}{dr} &= \frac{1}{E_{\alpha} I_{\alpha}} \sum_{n=1}^{\infty} f_{n\alpha} \left(\frac{r}{\pi n} \right)^3 \cos \frac{n\pi}{l} r + \frac{d_{\alpha m} - d_{\alpha}}{l} \end{aligned} \right\} \text{----- (1)}$$

$$\left. \begin{aligned} y_{\beta}(r) &= \frac{1}{E_{\beta} I_{\beta}} \sum_{n=1}^{\infty} f_{n\beta} \left(\frac{r}{\pi n} \right)^4 \sin \frac{n\pi}{l} r + d_{\beta} + \frac{d_{\beta m} - d_{\beta}}{l} \cdot r \\ \frac{dy_{\beta}(r)}{dr} &= \frac{1}{E_{\beta} I_{\beta}} \sum_{n=1}^{\infty} f_{n\beta} \left(\frac{r}{\pi n} \right)^3 \cos \frac{n\pi}{l} r + \frac{d_{\beta m} - d_{\beta}}{l} \end{aligned} \right\} \text{----- (2)}$$

$$\begin{aligned} \text{したがって、} \quad f_{n\alpha} &= p_{n\alpha} - \frac{2}{l} \sum_{k=1}^m V_{k\alpha} \sin n\pi r_k + \frac{2n\pi}{l^2} \sum_{k=0}^{m+1} M_{k\beta} \cos n\pi r_k & p_{n\alpha} &= \frac{2}{l} \int_0^l p_{\alpha}(r) \cdot \sin \frac{n\pi}{l} r dr \\ f_{n\beta} &= p_{n\beta} - \frac{2}{l} \sum_{k=1}^m V_{k\beta} \sin n\pi r_k + \frac{2n\pi}{l^2} \sum_{k=0}^{m+1} M_{k\alpha} \cos n\pi r_k & p_{n\beta} &= \frac{2}{l} \int_0^l p_{\beta}(r) \cdot \sin \frac{n\pi}{l} r dr \end{aligned}$$

E_{α}, E_{β} は部材列の α, β 方向の弾性係数 I_{α}, I_{β} は部材列の β および α 軸に関する断面二次モーメント

$d_{\alpha}, d_{\alpha m}$ は部材列の両端A, Bにおける α 方向の変位 $d_{\beta}, d_{\beta m}$ は部材列の両端A, Bにおける β 方向の変位

また図-2(c)の荷重状態に対して任意点 r における部材列ABのはり角を $\varphi(r)$ とすれば、次のごとく求むることができる。すなわち部材列ABに作用するはりモーメントをすべてフーリエ級数展開すれば、部材列ABに作用する全はりモーメントはその総和である

とこの式にて与えられる。

$$M_x(r) = \sum_{n=1}^{\infty} M_{nx} \sin \frac{n\pi}{L} r \quad (3)$$

$$M_{nx} = m_{rx} - \frac{2}{L} \sum_{n=1}^{\infty} M_{rx} \sin n\pi r_n$$

よって式(3)の接りモーメントが作用する場合の両端固定はりの任意点 \$r\$ における接り回転角 \$\varphi(r)\$ は式にて与えられる。

$$\varphi(r) = \frac{1}{GJ} \sum_{n=1}^{\infty} M_{nx} \left(\frac{L}{n\pi} \right) \sin \frac{n\pi}{L} r \quad GJ: \text{接り剛性} \quad (4)$$

部材列 \$AB\$ が接りに対して不完全固定状態にある場合、すなわち両端 \$A, B\$ に接り角 \$\varphi_0, \varphi_{m+1}\$ が生じる場合の接り角曲線は式(4)と \$\varphi_0, \varphi_{m+1}\$ の項で表わされ式となる。

$$\varphi(r) = \frac{1}{GJ} \sum_{n=1}^{\infty} M_{nx} \left(\frac{L}{n\pi} \right) \sin \frac{n\pi}{L} r + \varphi_0 + \frac{\varphi_{m+1} - \varphi_0}{L} \cdot r \quad (5)$$

3. 基本連立方程式の誘導

(1) 部材列の変形条件

(i) \$r\$-\$\alpha\$ 面について \$r\$-\$\alpha\$ 面内において部材列 \$AB\$ の各中面変位 \$1, 2, \dots, n, \dots, m\$ における \$\alpha\$ 方向変位をそれぞれ \$d_{1\alpha}, d_{2\alpha}, \dots, d_{n\alpha}, \dots, d_{m\alpha}\$ とし、各中面変位におけるたわみ角をそれぞれ \$\theta_{1\beta}, \theta_{2\beta}, \dots, \theta_{n\beta}, \dots, \theta_{m\beta}\$ とし、部材列の両端 \$A, B\$ のたわみ角をそれぞれ \$\theta_{\beta}, \theta_{m+1\beta}\$ とすれば、各中面変位において、式(1)より求めた部材列 \$AB\$ のたわみ \$y_{\alpha}(r)\$ と \$y_{\alpha}\$ のたわみ角 \$\frac{dy_{\alpha}(r)}{dr}\$ がこれら諸変位に等しくなければならぬことより式に示すとき、一連の変形条件式をうる。

$$d_{i\alpha} = \{ y_{\alpha}(r) \}_{r=r_{i\alpha}} \quad \theta_{i\beta} = \left\{ \frac{dy_{\alpha}(r)}{dr} \right\}_{r=r_{i\alpha}} \quad (6)$$

式(6)に式(1)を代入し演算の上整理すれば、式(6)の変形条件式は結局式(7)と与えられる。

$$\sum_{n=1}^m D_n^i \bar{v}_{n\alpha} - \frac{\pi}{L} \sum_{n=0}^{m+1} \bar{H}_n^i M_{n\beta} = \frac{L}{2} K_{i\alpha} + \lambda_{\alpha} \{ r_i d_{(m+1)\beta} - d_{i\beta} + (1-r_i) d_{0\beta} \} \quad (7)$$

$$\text{ここに} \quad D_n^i = \sum_{n=1}^m \frac{1}{n^3} \sin n\pi r_n \cdot \sin n\pi r_i \quad K_{i\alpha} = \sum_{n=1}^m \frac{1}{n^3} p_{n\alpha} \sin n\pi r_i$$

$$\bar{H}_n^i = \sum_{n=1}^m \frac{1}{n^2} \cos n\pi r_n \sin n\pi r_i \quad \lambda_{\alpha} = \frac{\pi^4 E_{\beta} I_{\alpha}}{2 L^2}$$

$$\sum_{n=1}^m \bar{D}_n^i \bar{v}_{n\alpha} - \frac{\pi}{L} \sum_{n=0}^{m+1} \bar{H}_n^i M_{n\beta} = \frac{L}{2} \bar{K}_{i\alpha} + \bar{\lambda}_{\alpha} \left\{ \frac{d_{(m+1)\beta} - d_{0\beta}}{L} - \theta_{i\beta} \right\} \quad (8)$$

$$\text{ここに} \quad \bar{D}_n^i = \sum_{n=1}^m \frac{1}{n^3} \sin n\pi r_n \cos n\pi r_i \quad \bar{K}_{i\alpha} = \sum_{n=1}^m \frac{1}{n^3} p_{n\alpha} \cos n\pi r_i$$

$$\bar{H}_n^i = \sum_{n=1}^m \frac{1}{n^2} \cos n\pi r_n \cdot \cos n\pi r_i \quad \bar{\lambda}_{\alpha} = \frac{\pi^3 E_{\beta} I_{\alpha}}{2 L^2}$$

(ii) \$r\$-\$\beta\$ 面について \$r\$-\$\beta\$ 面内においては \$r\$-\$\alpha\$ 面内の場合と全く同様に、変形条件式が求まる。すなわち \$\alpha\$ のかわりに \$\beta\$ を、また \$\beta\$ のかわりに \$\alpha\$ を入れ換えれば、本題の変形条件式が求まり式にて与えられる (図-2 (b) 参照)

$$\sum_{n=1}^m D_n^i \bar{v}_{n\beta} - \frac{\pi}{L} \sum_{n=0}^{m+1} \bar{H}_n^i M_{n\alpha} = \frac{L}{2} K_{i\beta} + \lambda_{\beta} \{ r_i d_{(m+1)\alpha} - d_{i\alpha} + (1-r_i) d_{0\alpha} \} \quad (9)$$

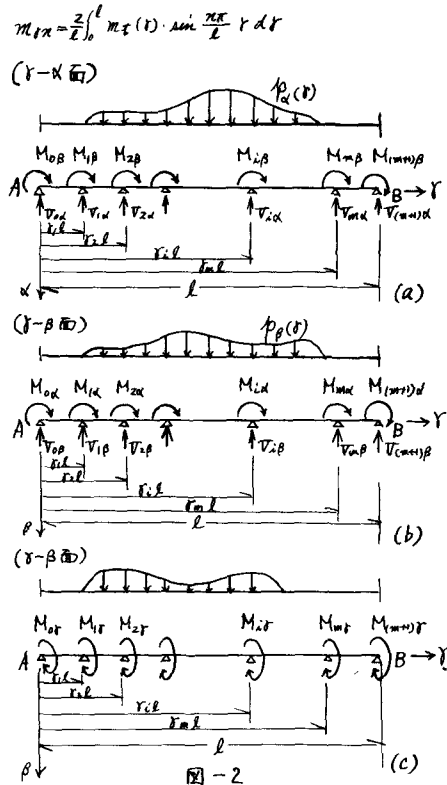
$$\text{ここに} \quad K_{i\beta} = \sum_{n=1}^m \frac{1}{n^3} p_{n\beta} \sin n\pi r_i \quad \lambda_{\beta} = \frac{\pi^4 E_{\alpha} I_{\beta}}{2 L^2}$$

$$\sum_{n=1}^m \bar{D}_n^i \bar{v}_{n\beta} - \frac{\pi}{L} \sum_{n=0}^{m+1} \bar{H}_n^i M_{n\alpha} = \frac{L}{2} \bar{K}_{i\beta} + \bar{\lambda}_{\beta} \left\{ \frac{d_{(m+1)\alpha} - d_{0\alpha}}{L} - \theta_{i\alpha} \right\} \quad (10)$$

$$\text{ここに} \quad \bar{K}_{i\beta} = \sum_{n=1}^m \frac{1}{n^3} p_{n\beta} \cos n\pi r_i \quad \bar{\lambda}_{\beta} = \frac{\pi^3 E_{\alpha} I_{\beta}}{2 L^2}$$

(iii) \$r\$ 軸の接りについて 図-2 (c) のごとく部材列 \$AB\$ の各中面変位 \$1, 2, \dots, n, \dots, m\$ における接り角をそれぞれ \$\theta_{1r}, \theta_{2r}, \dots, \theta_{nr}, \dots, \theta_{mr}\$ とすれば、各中面変位で式(5)より求めた部材列 \$AB\$ の接り角 \$\varphi(r)\$ は、これら諸変位に等しくなければならぬ。すなわち、

$$\theta_{ir} = \{ \varphi(r) \}_{r=r_{ir}} \quad (11)$$



式(11)に式(8)を代入し、演算の上整理すれば次のごとく変形条件式をうる。

$$\frac{\pi}{L} \sum_{n=1}^{\infty} S_n^i \cdot M_{nR} = \frac{\pi}{2} K_{is} + \lambda_r \{ r_i \cdot \theta_{(m)r} - \theta_{is} + (1-r_i) \theta_{or} \} \quad \text{----- (12)}$$

ここに $S_n^i = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} \sin n\pi r_i \cdot \sin n\pi r_i$ $K_{is} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} m_{in} \sin n\pi r_i$ $\lambda_r = \frac{\pi^2 GJ}{2L^2}$

(2) 基本連立方程式の誘導

図-1(a)に示すごとく それぞれの部材列に手前より番号をつけ、本題の部材列ABがη番目にあるとし、その前後にある部材列をη-1番目およびη+1番目とする。部材列AB上の点Aにおいて部材列ABとr-α面内で直交する部材がη-1番目とη+1番目の部材列を結合するものとし、これらをR(η-1)部材、R(η+1)部材と名づける。(このとき点Aにおいて部材列ABが受けるα軸まわりのモーメント成分をM_{αA}とすれば、M_{αA}はR(η-1)部材およびR(η+1)部材から伝えられるα軸まわりのモーメントM_{R(η-1)α}とM_{R(η+1)α}との和で与えられる。

$$M_{\alpha A} = M_{R(\eta-1)\alpha} + M_{R(\eta+1)\alpha} \quad \text{----- (13)}$$

同様に点Bにおいて部材列ABが受けるβ軸およびr軸まわりのモーメント成分をM_{Rβ}、M_{Rr}とすれば、これらはそれぞれR(η-1)部材およびR(η+1)部材から伝えられるβ軸およびr軸まわりのモーメントの和である次式にて与えられる。

$$M_{R\beta} = M_{R(\eta-1)\beta} + M_{R(\eta+1)\beta} \quad M_{Rr} = M_{R(\eta-1)r} + M_{R(\eta+1)r} \quad \text{----- (14)}$$

ところでR(η-1)部材およびR(η+1)部材のβ、r軸まわりのモーメントは既述の曲げ理論におけるたわみ角式によって、

またα軸まわりのモーメントは既述の捩り理論における捩りたわみ角式により次のごとく表わされる。

$$\left. \begin{aligned} M_{R(\eta-1)\alpha} &= G_{R(\eta-1)} S_{R(\eta-1)} (\theta_{\alpha}^{\eta-1} - \theta_{\alpha}^{\eta-1}) + T_{R(\eta-1)\alpha} & M_{R(\eta+1)\alpha} &= G_{R(\eta+1)} S_{R(\eta+1)} (\theta_{\alpha}^{\eta+1} - \theta_{\alpha}^{\eta+1}) + T_{R(\eta+1)\alpha} \\ M_{R(\eta-1)\beta} &= -2E_{R(\eta-1)} K_{R(\eta-1)\beta} (2\theta_{\beta}^{\eta-1} + \theta_{\beta}^{\eta-1} - 3R_{R(\eta-1)\beta}) + C_{R(\eta-1)\beta} & M_{R(\eta+1)\beta} &= -2E_{R(\eta+1)} K_{R(\eta+1)\beta} (2\theta_{\beta}^{\eta+1} + \theta_{\beta}^{\eta+1} - 3R_{R(\eta+1)\beta}) + C_{R(\eta+1)\beta} \\ M_{R(\eta-1)r} &= -2E_{R(\eta-1)} K_{R(\eta-1)r} (2\theta_{r}^{\eta-1} + \theta_{r}^{\eta-1} - 3R_{R(\eta-1)r}) + C_{R(\eta-1)r} & M_{R(\eta+1)r} &= -2E_{R(\eta+1)} K_{R(\eta+1)r} (2\theta_{r}^{\eta+1} + \theta_{r}^{\eta+1} - 3R_{R(\eta+1)r}) + C_{R(\eta+1)r} \end{aligned} \right\} \quad \text{--- (15)}$$

ここに G; 剪断弾性係数 E; 弾性係数 K = $\frac{I}{L}$ (剛度) S = $\frac{J}{L}$

θ_α^η; η番目の部材列ABの点Aにおいてα軸回りのたわみ角 θ_α^{η-1}; R(η-1)部材においてη-1番目にある部材列との結合点におけるα軸回りのたわみ角
式(15)を式(13)および(14)に代入すれば、R(η-1)部材およびR(η+1)部材から部材列ABに伝えられるそれぞれのモーメントのたわみ角を用いて表わされ次のごとくなる。

$$\left. \begin{aligned} M_{\alpha A} &= (G_{R(\eta-1)} S_{R(\eta-1)} + G_{R(\eta+1)} S_{R(\eta+1)}) \theta_{\alpha}^{\eta} - G_{R(\eta-1)} S_{R(\eta-1)} \theta_{\alpha}^{\eta-1} - G_{R(\eta+1)} S_{R(\eta+1)} \theta_{\alpha}^{\eta+1} + T_{R(\eta-1)\alpha} + T_{R(\eta+1)\alpha} \\ M_{R\beta} &= -4(E_{R(\eta-1)} K_{R(\eta-1)\beta} + E_{R(\eta+1)} K_{R(\eta+1)\beta}) \theta_{\beta}^{\eta} - 2E_{R(\eta-1)} K_{R(\eta-1)\beta} \theta_{\beta}^{\eta-1} - 2E_{R(\eta+1)} K_{R(\eta+1)\beta} \theta_{\beta}^{\eta+1} + 6E_{R(\eta-1)} K_{R(\eta-1)\beta} R_{R(\eta-1)\beta} + 6E_{R(\eta+1)} K_{R(\eta+1)\beta} R_{R(\eta+1)\beta} + C_{R(\eta-1)\beta} + C_{R(\eta+1)\beta} \\ M_{Rr} &= -4(E_{R(\eta-1)} K_{R(\eta-1)r} + E_{R(\eta+1)} K_{R(\eta+1)r}) \theta_{r}^{\eta} - 2E_{R(\eta-1)} K_{R(\eta-1)r} \theta_{r}^{\eta-1} - 2E_{R(\eta+1)} K_{R(\eta+1)r} \theta_{r}^{\eta+1} + 6E_{R(\eta-1)} K_{R(\eta-1)r} R_{R(\eta-1)r} + 6E_{R(\eta+1)} K_{R(\eta+1)r} R_{R(\eta+1)r} + C_{R(\eta-1)r} + C_{R(\eta+1)r} \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

式(16)を式(7),(8),(9),(10),(12)に代入し、演算の上整理すれば格子桁の基本連立方程式が求まり、次式をうる。

$$\sum_{n=1}^{\infty} D_n^i \bar{V}_{n\alpha} + \sum_{n=0}^{\infty} H_n^i \{ 4(M_{R(\eta-1)\beta} + M_{R(\eta+1)\beta}) \theta_{\beta}^{\eta} + 2M_{R(\eta-1)\beta} \theta_{\beta}^{\eta-1} + 2M_{R(\eta+1)\beta} \theta_{\beta}^{\eta+1} - M_{R(\eta-1)\beta} \phi_{R(\eta-1)\beta} - M_{R(\eta+1)\beta} \phi_{R(\eta+1)\beta} \} \\ = \frac{L}{2} K_{is} + \lambda_r \{ r_i d_{(m)r} - d_{is} + (1-r_i) d_{or} \} - \frac{\pi}{L} \sum_{n=1}^{\infty} H_n^i \bar{W}_{n\beta} \quad \text{----- (17)}$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} D_n^i \bar{V}_{n\alpha} + \sum_{n=0}^{\infty} H_n^i \{ 4(M_{R(\eta-1)r} + M_{R(\eta+1)r}) \theta_{r}^{\eta} + 2M_{R(\eta-1)r} \theta_{r}^{\eta-1} + 2M_{R(\eta+1)r} \theta_{r}^{\eta+1} - M_{R(\eta-1)r} \phi_{R(\eta-1)r} - M_{R(\eta+1)r} \phi_{R(\eta+1)r} \} + \frac{\pi}{2} M_{R\alpha} \theta_{\beta}^{\eta} \\ = \frac{L}{2} K_{is} + \frac{\pi}{L} (d_{(m)r} - d_{or}) - \frac{\pi}{L} \sum_{n=1}^{\infty} H_n^i \bar{W}_{n\beta} \quad \text{----- (18)}$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} D_n^i \bar{V}_{n\alpha} + \sum_{n=0}^{\infty} H_n^i \{ -(g_{R(\eta-1)\alpha} + g_{R(\eta+1)\alpha}) \theta_{\alpha}^{\eta} + g_{R(\eta-1)\alpha} \theta_{\alpha}^{\eta-1} + g_{R(\eta+1)\alpha} \theta_{\alpha}^{\eta+1} \} \\ = \frac{L}{2} K_{is} + \lambda_r \{ r_i d_{(m)\alpha} - d_{is} + (1-r_i) d_{or} \} - \frac{\pi}{L} \sum_{n=1}^{\infty} H_n^i \bar{W}_{n\alpha} \quad \text{----- (19)}$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} D_n^i \bar{V}_{n\alpha} + \sum_{n=0}^{\infty} H_n^i \{ -(g_{R(\eta-1)\omega} + g_{R(\eta+1)\omega}) \theta_{\omega}^{\eta} + g_{R(\eta-1)\omega} \theta_{\omega}^{\eta-1} + g_{R(\eta+1)\omega} \theta_{\omega}^{\eta+1} \} + \frac{\pi}{2} M_{R\alpha} \theta_{\beta}^{\eta} \\ = \frac{L}{2} K_{is} + \frac{\pi}{L} (d_{(m)\omega} - d_{or}) - \frac{\pi}{L} \sum_{n=1}^{\infty} H_n^i \bar{W}_{n\alpha} \quad \text{----- (20)}$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} S_n^i \{ -4(M_{R(\eta-1)\beta} + M_{R(\eta+1)\beta}) \theta_{\beta}^{\eta} - 2M_{R(\eta-1)\beta} \theta_{\beta}^{\eta-1} - 2M_{R(\eta+1)\beta} \theta_{\beta}^{\eta+1} + M_{R(\eta-1)\beta} \phi_{R(\eta-1)\beta} + M_{R(\eta+1)\beta} \phi_{R(\eta+1)\beta} \} \\ - \frac{\pi}{2} g_{R\alpha} \{ \theta_{\beta}^{\eta} - \theta_{\beta}^{\eta-1} + (1-r_i) \theta_{\beta}^{\eta+1} \} = \frac{\pi}{2} K_{is} - \frac{\pi}{L} \sum_{n=1}^{\infty} S_n^i \bar{W}_{n\beta} \quad \text{----- (21)}$$

$$\text{ここに } \bar{W}_{n\alpha} = -T_{R(\eta+1)\alpha} - T_{R(\eta-1)\alpha} \quad E K_0 K_0 = \mu \quad \frac{\pi}{L} E_0 K_0 \theta = \varphi$$

$$W_{R\beta} = (K_{R(i+1)}\beta + C_{R(i+1)}\beta) \quad \frac{q}{E_0 K_0} = q \quad \frac{\pi}{2} E_0 K_0 R = \phi$$

$$W_{R\beta} = -C_{R(i+1)}\beta - C_{R(i+1)}\beta \quad (i = 1, 2, \dots, m)$$

式(17)~(21)を各部材別・各節点において求めれば、未知数と同数の連立方程式が立ち上がり、これら諸式を連立に与へば、各部材定力および各部材のたわみ角が明らかとなり、これらについて図-1(A)に示す格子桁が解けることになる。

(3) 計算例

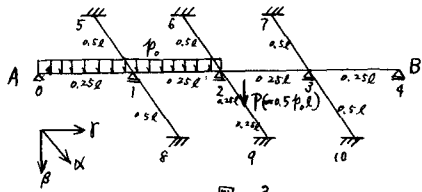


図-3

$$M_{R(i+1)}\beta - M_{R(i-1)}\beta = 2 \quad \text{図-3に示すごとく部材別} AB \text{に}$$

$$q_{R(i+1)}K = q_{R(i-1)}K = 1 \quad \beta \text{方向の等分布荷重} q \text{が半載さ}$$

$$M_{q\alpha} = M_{q\beta} = 1 \quad \text{れ、かつ} 2-q \text{部材の中央点に}$$

$$q_{R\alpha} = 0.5 \quad \beta \text{方向の集中荷重} P \text{が載荷さ}$$

$$(R=1, 2, 3) \quad \text{る場合の格子桁の解法を}$$

示せば次の通りである。図-3より明らかなごとく両端A, Bおよび節点1, 2, 3の α, β 方向の変位はいずれも0であり、また変点5, 6, 7, 8, 9, 10のたわみ角はいずれも0であるゆえ式(17)~(21)の基本連立方程式は本例では次のごとく内容となる。

$$\left. \begin{aligned} \sum_{k=1}^3 D_{ik}^i V_{R\alpha} + \sum_{k=1}^3 4 H_{ik}^i (M_{R(i+1)}\beta + M_{R(i-1)}\beta) \varphi_{R\beta}^i &= 0 \\ \sum_{k=1}^3 \bar{D}_{ik}^i V_{R\alpha} + \sum_{k=1}^3 4 \bar{H}_{ik}^i (M_{R(i+1)}\beta + M_{R(i-1)}\beta) \varphi_{R\beta}^i &= 0 \\ \sum_{k=1}^3 D_{ik}^i V_{R\beta} - \sum_{k=1}^3 H_{ik}^i (q_{R(i+1)}\alpha + q_{R(i-1)}\alpha) \varphi_{R\alpha}^i &= \frac{1}{2} K_{i\beta} \\ \sum_{k=1}^3 \bar{D}_{ik}^i V_{R\beta} - \sum_{k=1}^3 \bar{H}_{ik}^i (q_{R(i+1)}\alpha + q_{R(i-1)}\alpha) \varphi_{R\alpha}^i &= \frac{1}{2} \bar{K}_{i\beta} \\ - \sum_{k=1}^3 4 S_{ik}^i (M_{R(i+1)}\alpha + M_{R(i-1)}\alpha) \varphi_{R\alpha}^i + \frac{\pi^2}{2} q_{R\alpha} \varphi_{R\alpha}^i &= - \frac{\pi}{2} \sum_{k=1}^3 S_{ik}^i W_{R\alpha} \end{aligned} \right\} \quad (i=1, 2, 3) \quad (22)$$

式(22)の係数および荷重項は後述より次の諸値となる

i \ R	D_{ik}^i			$\bar{D}_{ik}^i$			H_{ik}^i		
	1	2	3	1	2	3	1	2	3
1	0.570746	0.697591	0.443921	0.484462	0.726710	0.484462	0.484462	-0.121119	-0.484462
2	0.697591	1.014670	0.697591	-0.121119	0	0.121119	0.726710	0	-0.726710
3	0.443921	0.697591	0.570746	-0.484462	-0.726710	-0.484462	0.484462	0.121119	-0.484462
i \ R	H_{ik}^i			S_{ik}^i			$K_{i\beta}$ ($\times P_0$)	$\bar{K}_{i\beta}$ ($\times P_0$)	$W_{i\alpha}$ ($\times P_0$)
	1	2	3	1	2	3			
1	0.717997	-0.051452	-0.513907	0.923609	0.616852	0.308407	0.491484	0.444099	-0.080821
2	-0.051452	0.408722	-0.051452	0.616852	1.232030	0.616852	0.634173	-0.080738	0.643354
3	-0.513907	-0.051452	0.717997	0.308407	0.616852	0.923609	0.412215	-0.444099	-0.080821

上記諸値を用いて式(22)を連立に与へば、結局各未知数の次のごとく求まり、これより所要の諸変位および諸断面力が明らかとなる。

$$R_{1\alpha} = R_{2\alpha} = R_{3\alpha} = 0 \quad R_{1\beta} = 0.30036 P_0 \quad R_{2\beta} = 0.11535 P_0 \quad R_{3\beta} = -0.01425 P_0$$

$$q_{1\alpha} = -0.00015 P_0 \quad q_{2\alpha} = -0.00055 P_0 \quad q_{3\alpha} = 0.00017 P_0 \quad q_{1\beta} = q_{2\beta} = q_{3\beta} = 0$$

$$q_{1\beta} = -0.00146 P_0 \quad q_{2\beta} = 0.00868 P_0 \quad q_{3\beta} = -0.00146 P_0$$

本研究には文部省科学研究費の補助を受けた。記して謝意を表す。

文献(1) 山崎・橋本：フーリエ級数による連続はりおひらーソンの解法

九州大学工学集報 第39巻第3号，昭和41年10月