

天草第三号橋(中の橋)の振動試験

篤大 正員 吉村 虎蔵 篤大 正員 平井 一男
 〇 同 田久 英明 同 増見 豊彦

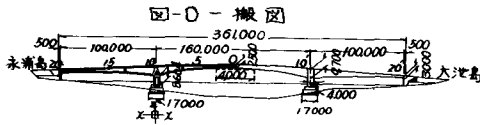
離島天草を結ぶ5つの橋が昨年(昭和41年)9月末完成したが、完成を前に本橋の走行荷重および地震動に対する挙動把握の基礎資料を得るために起振機による振動試験を計画した。動的試験題目として次のようなものがあげられる。

- (1) 固有周期の理論的研究と実験値との比較。
- (2) 固有振動モードに関する理論的研究と実験値との比較。
- (3) 減衰係数に関する研究。
- (4) 走行荷重による橋の挙動に関する研究。
- (5) 地震動による橋の挙動に関する研究。

上記の項目のうち(1)(2)(4)(5)は理論的研究も可能である。ここでは主に(1)(2)に重点を置き、橋の上下方向加振時の固有周期・固有振動モードおよび橋軸と直交方向の水平加振時の固有周期・固有振動モードならびに橋軸方向水平の固有値、減衰係数の実験結果等を記したい。

1 理論的研究

理論的研究に使用した本橋の諸元は次の如し。



桁のIと橋脚のGJ, I

断面	縦方向のI (m ⁴)	横方向のI (m ⁴)
0	3.535	17.500
1	3.853	17.759
2	4.900	18.536
3	7.106	19.882
4	13.296	24.462
5	22.391	27.569
6	36.359	31.103
7	55.685	34.789
8	92.329	45.637
9	142.811	57.604
10	194.725	63.567
11	132.026	50.825
12	96.893	46.294
13	65.891	41.371
14	44.809	37.086
15	31.037	33.544
16	19.825	29.716
17	13.562	26.972
18	9.734	24.878
19	7.589	23.483
20	6.602	22.809
橋脚	I _z = 58.493	I _x = 49.097

橋脚の抗り剛性 GJ = 33.909・E

$$J = 79041 \text{ m}^4$$

$$E = 3.5 \times 10^6 \text{ ton/m}^2$$

本橋の集中質量の計算

a. 1スパン3 Mass (全長9 Mass) にとる時

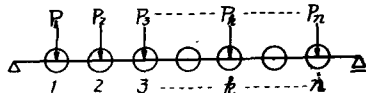
集中点	容積V(m ³)	S(%)	V'(m ³)	距離L(m)	地震地覆L(m)	横桁L(m)	合計質量(t)
0	161.612	2.5	404.05	40	52.500	19.2+19.2	494.95
5	260.760	"	651.90	40	52.500	10.3+18.2	732.90
10	448.342	"	1120.85	37	45.960	0	1166.81
13	254.163	"	635.41	25	32.813	18.0	686.42
15	161.660	"	404.15	20	26.250	0	430.40
17	157.598	"	395.00	25	32.813	10.6	438.41
20	80.845	"	202.13	15	19.700	33.1	254.93

b. 全スパン27 Mass の時

集中点	断面横積(m ²)	距離L(m)	容積V(m ³)	S-V(%)	地震地覆L(m)	横桁L(m)	合計質量(t)
0	3.935	8	31.480	78.700	10.5	19.2+19.2	127.60
1	3.981	"	31.848	79.620	"	0	90.12
2	4.119	"	32.952	89.880	"	0	100.38
3	4.389	"	35.112	87.780	"	10.3	108.58
4	5.750	"	46.000	115.000	"	0	125.50
5	6.561	"	52.488	131.220	"	0	141.72
6	7.450	"	59.600	149.000	"	18.2	177.70
7	8.272	"	66.176	165.440	"	0	175.94
8	10.931	"	87.448	218.620	"	0	229.12
9	13.822	8	110.576	276.440	10.5	0	286.94
10	14.995	9	134.955	337.380	11.813	0	349.20
11	11.909	10	119.090	297.725	13.125	0	310.85
12	11.055	"	110.550	276.375	"	0	289.50
13	9.823	"	98.230	245.575	"	18.0	276.70
14	8.863	"	88.630	221.575	"	0	234.70
15	8.195	"	81.950	204.875	"	0	218.00
16	7.079	"	70.770	176.975	"	0	190.10
17	6.409	"	64.090	160.225	"	10.6	183.95
18	5.863	"	58.630	146.575	"	0	159.70
19	5.448	10	54.480	136.200	13.125	0	149.33
20	5.169	5	25.845	64.613	6.563	33.1	104.28

本橋は変断面一箱桁で中央にせん断力の伝達するヒンジを有するティンダーフ方式連続ラーメン橋であるから現在のところ厳密に振動解析することは困難で、近似解としてエネルギー法等があるが、ここでは本橋を多質点系に置換して固有周期と振動モードを求める方法(集中質量法)、即ち自由度無限大の振動系を解析容易な有限自由度に置換する方法を採用した。一例として下図のような質量分布ある断面二次モーメントが一様でない梁について振動方程式を作ってみる。

梁を長さ方向に適当に分割し各点にその部分の質量が集中すると考える。このはりの点1, 2, ..., k, ..., mにそれぞれ $P_1, P_2, \dots, P_k, P_{k+1}, \dots, P_m$ が働くときのたわみ(w_k)は次のように表わされる。



$$\left. \begin{aligned} w_1 &= y_{11} P_1 + y_{12} P_2 + \dots + y_{1k} P_k + \dots + y_{1m} P_m \\ w_2 &= y_{21} P_1 + y_{22} P_2 + \dots + y_{2k} P_k + \dots + y_{2m} P_m \\ &\vdots \\ w_k &= y_{k1} P_1 + y_{k2} P_2 + \dots + y_{kk} P_k + \dots + y_{km} P_m \\ &\vdots \\ w_m &= y_{m1} P_1 + y_{m2} P_2 + \dots + y_{mk} P_k + \dots + y_{mm} P_m \end{aligned} \right\} \text{--- ①}$$

ここに $y_{11}, y_{12}, \dots, y_{kk}, y_{km}$ は夫々の点のたわみの影響係数である。

このはりが自由振動をしているときはダランベール(D'Alembert)の原理によつて

$$P_k = -m_k \ddot{w}_k \text{--- ②}$$

ただし m_k は点 k の集中質量。今自由振動時のたわみ w_k を

$$w_k = a_k \sin \omega t \text{--- ③}$$

$$\text{とおけば } \ddot{w}_k = -a_k \omega^2 \sin \omega t \text{--- ④}$$

$$P_k = a_k m_k \omega^2 \sin \omega t \text{--- ⑤}$$

③, ⑤を①式に代入し整理すると

$$\left. \begin{aligned} a_1 &= y_{11} (a_1 m_1 \omega^2) + y_{12} (a_2 m_2 \omega^2) + \dots + y_{1k} (a_k m_k \omega^2) + \dots + y_{1m} (a_m m_m \omega^2) \\ a_2 &= y_{21} (a_1 m_1 \omega^2) + y_{22} (a_2 m_2 \omega^2) + \dots + y_{2k} (a_k m_k \omega^2) + \dots + y_{2m} (a_m m_m \omega^2) \\ &\vdots \\ a_k &= y_{k1} (a_1 m_1 \omega^2) + y_{k2} (a_2 m_2 \omega^2) + \dots + y_{kk} (a_k m_k \omega^2) + \dots + y_{km} (a_m m_m \omega^2) \\ &\vdots \\ a_m &= y_{m1} (a_1 m_1 \omega^2) + y_{m2} (a_2 m_2 \omega^2) + \dots + y_{mk} (a_k m_k \omega^2) + \dots + y_{mm} (a_m m_m \omega^2) \end{aligned} \right\} \text{--- ⑥}$$

従つて

$$\left. \begin{aligned} \left(y_{11} \frac{m_1}{m_1} - \frac{1}{m_1 \omega^2} \right) a_1 + y_{12} \frac{m_2}{m_1} a_2 + \dots + y_{1k} \frac{m_k}{m_1} a_k + \dots + y_{1m} \frac{m_m}{m_1} a_m &= 0 \\ y_{21} \frac{m_1}{m_1} a_1 + \left(y_{22} \frac{m_2}{m_1} - \frac{1}{m_1 \omega^2} \right) a_2 + \dots + y_{2k} \frac{m_k}{m_1} a_k + \dots + y_{2m} \frac{m_m}{m_1} a_m &= 0 \\ &\vdots \\ y_{k1} \frac{m_1}{m_1} a_1 + y_{k2} \frac{m_2}{m_1} a_2 + \dots + \left(y_{kk} \frac{m_k}{m_1} - \frac{1}{m_1 \omega^2} \right) a_k + y_{km} \frac{m_m}{m_1} a_m &= 0 \\ y_{m1} \frac{m_1}{m_1} a_1 + y_{m2} \frac{m_2}{m_1} a_2 + \dots + y_{mk} \frac{m_k}{m_1} a_k + \dots + \left(y_{mm} \frac{m_m}{m_1} - \frac{1}{m_1 \omega^2} \right) a_m &= 0 \end{aligned} \right\} \text{--- ⑦}$$

ゆ之にたわみ影響係数、集中質量比を知れば固有値 ω を求める得る。なお対称振動の場合は振幅 $a_k = a_k$ 、逆対称振動の場合は $a_k = -a_k$ の関係を使って整理すると固有行列の次数を半減することができる。

理論値は種々条件を変えて解析 実測値との検討り資料を作った。ちなむち

- i) 鉛直慣性力のみを考慮したときの鉛直振動。
- ii) 鉛直慣性力と水平慣性力を同時に考慮したときの鉛直振動と橋軸方向の水平振動。
- iii) 橋軸方向と直角方向の水平振動。
- iv) ゲレンゲ開放時の振動。

V) 橋脚基礎地盤係数を考慮したときの鉛直振動。

などについて解析をなした。

(i) 鉛直慣性力のみを考慮したときの鉛直固有振動 (3-V)

この解析においては1スパンの桁を3個の集中質量(全長を9個の質量)に置換した時と全長を27個の質量に置換したときの振動数方程式を作った。2ケース試みたのは集中質量の数の多少による固有周期と振動モードの変化をみるためである。本橋は構造上、中央ピラーに対し7左右対称であるから対称振動と逆対称振動に分けると、1スパン3質量のとき前者で5次、後者では4次の固有行列となる。また27質量のとき対称で14次、逆対称振動で13次の行列が得られる。これを熊大FACOM231で解いた固有周期と固有モードは下記の通りである。(図-1, 図-2)

(ii) 橋軸方向のみ

水1固有振動 (3-HP)

この解析においても(i)と同様に1スパンを3質量に置換したときと全長を27質量点に置換したときの2ケースについて振動数方程式を作った。これを熊大FACOM231で解いて固有値と固有ベクトルを求めた。それを図-3, 図-4に示す。

(iii) 鉛直慣性力と水平慣性力とを考慮したときの鉛直固有振動と橋軸方向水平固有振動 (3-VH)

本橋を上下に加振する時、橋脚は曲げを受けるから、その柱頭は橋軸方向に水平に頭を振る。即ち鉛直振動のとき必ず橋

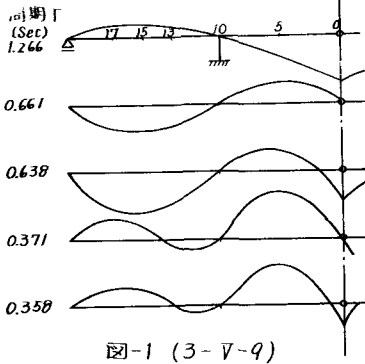


図-1 (3-V-9)

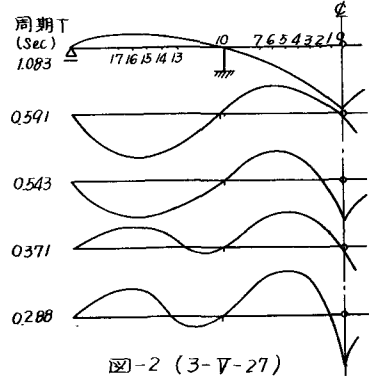


図-2 (3-V-27)

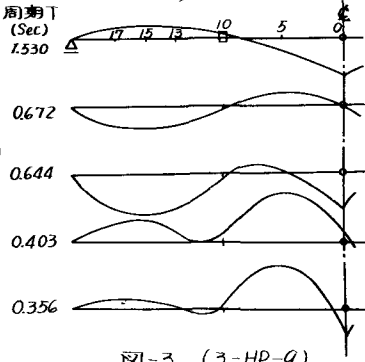


図-3 (3-HP-9)

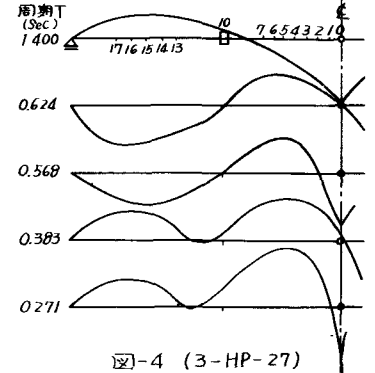


図-4 (3-HP-27)

軸方向の水平振動を伴う。かようなわけで全集中質量に対して鉛直慣性力と水平慣性力を同時に考慮に入れて振動数方程式を立てることは(i)よりも較密な解となる。よって鉛直振動と橋軸方向の水平振動の固有値、固有ベクトルが同時に求まることとなる。結果は(i)とほとんど変わらないことを知った。

(iv) ゲレンク開放時の鉛直振動(先端コンクリート2.5m未打設)

本橋では中央ゲレンク閉合前に載荷試験によるたわみの測定と簡単な固有周期の測定が行なわれているので、その後者の検討のために、この数値計算を行なった。ゲレンク閉合前の実験のときは中央部2.5mのコンクリートは未打設であったので、それを考慮して解析をした。解析はT型ラーメンとしてなしたが、この時片持梁としての片持振動が生ずるかもしれないと考え、片持梁としての固有値と

固有振動モードを計算した。それを図-5, 図-6に示す。

(Ⅶ) 橋脚基礎の弾性変形を考慮したときの固有鉛直振動

橋脚基礎が回転に対して弾性ばねで支えられていると仮定したとき、固有値にどの程度の影響があるかを知るためにこの解析を行った。地盤係数としては小さ目に仮定し

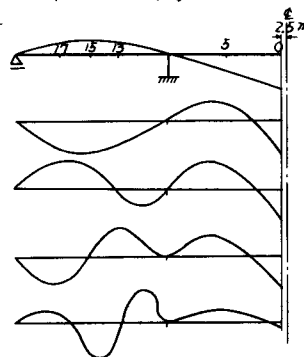


図-5 (T型ラーメン)

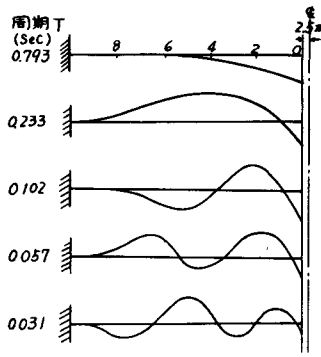


図-6 (3-V-Canti-5)

20kg/cm², 40kg/cm² ケース (K-20-Q)

(K-40-Q) について固有値を計算した。

2 実験値と理論値との比較。()内は実験値との%である。

(1) 鉛直振動における実験値および諸種の理論値をまとめると次のようになる。

理論値の3-V-Qと3-VH-Qと

は殆んど一致する。故に本

橋の鉛直振動の固有値は集

中質量の鉛直慣性力のみを

考えればよい。地盤を弾性

ばねと考えた場合、固有周期は少し伸びる。実験値と理論値の3-V-Qと比較すると周期比は平均94%, 3-VH-Qでは平均109%となる。3-V-Qの時は集中質量の小さいせいで実験モードとゲレンフ付近で相違していたが3-V-27ではゲレンフ近くも実験モードに大体一致する。

振動次数 n	実験値	理論値					対数減衰率
		3-V-Q	3-V-27	3-VH-Q	K-40-Q	K-20-Q	
対称振動	1	1.00	1.266(79)	1.083(92)	1.267(79)	1.341(95)	—
	3	0.535	0.638(84)	0.543(91)	0.643(83)	0.677(79)	0.062-0.11
	5	0.295	0.358(82)	0.288(102)	0.359(82)	0.365(79)	0.18
	7	0.204	0.182(112)	0.146(140)	0.203(100)	0.194(105)	0.11-0.13
逆対称振動	2	0.634	0.661(96)	0.591(107)	0.660(96)	0.701(90)	0.092
	4	0.363	0.371(98)	0.371(98)	0.370(98)	0.379(96)	0.044-0.045
	6	0.190	0.182(104)	0.152(125)	0.180(105)	0.194(98)	0.074-0.17

ばねと考えた場合、固有周期は少し伸びる。実験値と理論値の3-V-Qと比較すると周期比は平均94%, 3-VH-Qでは平均109%となる。3-V-Qの時は集中質量の小さいせいで実験モードとゲレンフ付近で相違していたが3-V-27ではゲレンフ近くも実験モードに大体一致する。

が実験モードとゲレンフ付近で相違していたが3-V-27

ではゲレンフ近くも実験モードに大体一致する。

(2) 橋軸と直角方向の水平振動

実験値と3-HP-Qの周期比は平均91%となる。但し一

次の比は87%であった。3-HP-27とは103%となる。

振動次数 n	実験値	理論値		対数減衰率	
		3-HP-9	3-HP-27		
対称振動	1	1.020	1.530 (67)	1.400 (73)	0.15
	3	0.560	0.644 (87)	0.568 (98)	0.075 - 0.11
	5	0.289	0.356 (81)	0.271 (107)	0.11 - 0.13
	7	0.208	0.201 (103)	0.173 (120)	0.054 - 0.13
逆対称振動	2	0.585	0.672 (87)	0.624 (94)	0.032 - 0.064
	4	0.400	0.403 (99)	0.383 (104)	0.072 - 0.08
	6	0.227	0.201 (113)	0.179 (127)	0.12

(3) 橋軸方向の水平振動

本橋を中間の橋脚上の集中質量2個に置換した時の周

期は実験値と全く異なったものであり、橋脚を片持梁とした時も実験値と一致しない。またより厳密

に解いた3-VH-Q理論値では $\lambda < 0$ となり ω は虚根となった。

この振動については今後理論的に検討を加えなければ

ならない。なお実験時対数減衰率として0.051を記録した。

実験値	理論値		3-VH
	集中質量2ヶ	片持梁橋脚	
0.232	対称 0.069 逆対称 0.057	0.129	$\lambda < 0$

振動次数 n	実験値	理論値		3-V-Q との対比
		ラーメン	片持梁	
1	0.910 0.900 0.920	1.00(83)	0.795(115)	n=1
2	0.520 0.530	0.625(84)	0.233(-)	n=3
3	—	0.342	0.102	n=5

(4) ゲレンフ(Gelenk)開放時の鉛直振動

右上表でもわかるように片持梁としての局所振動は現われなかった。ラーメンとしての仮定より求

めた周期比は83~84%で閉合後の鉛直、水平振動の3-V-Q, 3-HP-Qとの周期比と略々近似している。

文献 1 横田高田他「琵琶湖式PC橋の振動性状とその耐震性に関する研究」建設省土木研究所報告(昭35)

2 古村平他「多梁橋の振動解析と振動式実験について」道交誌(昭41)

3 伊藤・片山「橋梁構造の振動」成茂 土木学会論文集 117号(昭40)