

連続等方性矩形板の固有周期算定法

九州大学 正 員 山崎徳也

九州大学 正 員 樫木 武

九州大学 学生員 〇横田 漢

1. 緒言 著者らは先に連続板の解法¹⁾、連続板の安定等を発表し、一連の連続板解析を行、こゝに及、さらに本研究は連続板の固有周期の算定法を提示するものである。

連続板の固有周期算定法に関しては倉田氏の論文²⁾があるが、差分法による一方向連続板の固有周期算定法であり、二方向連続板に対してそのまゝ適用は出来ず、また著者の知りかぎり二方向連続板に関するこの分野の研究は未だ見当らない。

本論文は一方向および二方向連続板のいずれにも適用しうる二次元振動板の四角一端モーメント関係式を誘導し、これを用いてかゝる構造物の固有周期を求めんとし、これである。

2. 振動板の四角一端モーメント関係式の誘導

等方性平面板の自由振動の基礎微分方程式は周知のとおり次式で表わされる。

$$\rho h \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + D \left\{ \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + 2 \frac{\partial^2 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right\} = 0 \quad \text{--- (1)}$$

ここに w : t 時刻における任意点 (x, y) のたわみ, h : 板の厚さ, ρ : 板の密度, D : 板剛度
いま式(1)の解として次式を仮定する。 $w = v \cos \omega t$ --- (2)

ところで ω は固有振動数であり、 v は x, y のみの函数である。

式(2)を式(1)に代入すれば v に関する次式がえられる。

$$\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + 2 \frac{\partial^2 v}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} - \frac{\rho h \omega^2 v}{D} = 0 \quad \text{--- (3)}$$

こゝで図-1に示すごとく、四辺単純支持の矩形板において x を x 軸、 y を y 軸および紙面に垂直な z 軸をもつ直角座標系 (x, y, z) を導入し、辺 a, b と辺 A, B の長さそれぞれ a, b とする。
しかると式(3)の一般解を次のごとく仮定する。

$$v = \sum_{n=1}^{\infty} X_n(x) \sin \frac{n\pi}{a} y + \sum_{m=1}^{\infty} Y_m(y) \sin \frac{m\pi}{b} x \quad \text{--- (4)}$$

式(4)を式(3)に代入すれば $X_n(x), Y_m(y)$ として次式をうる。

$$\left. \begin{aligned} \mu < \frac{n^2 a^2}{a^2}, \mu' < \frac{m^2 b^2}{b^2} \text{ のとき } \begin{cases} X_n(x) = A_n^1 \sinh \pi \lambda_n x + B_n^1 \cosh \pi \lambda_n x + C_n^1 \sinh \pi \lambda_n' x + D_n^1 \cosh \pi \lambda_n' x \\ Y_m(y) = A_m^1 \sinh \pi \lambda_m y + B_m^1 \cosh \pi \lambda_m y + C_m^1 \sinh \pi \lambda_m' y + D_m^1 \cosh \pi \lambda_m' y \end{cases} \end{aligned} \right\} \text{--- (5)}$$

$$\left. \begin{aligned} \mu > \frac{n^2 a^2}{a^2}, \mu' > \frac{m^2 b^2}{b^2} \text{ のとき } \begin{cases} X_n(x) = A_n^2 \sinh \pi \lambda_n x + B_n^2 \cosh \pi \lambda_n x + C_n^2 \sin \pi \lambda_n' x + D_n^2 \cos \pi \lambda_n' x \\ Y_m(y) = A_m^2 \sinh \pi \lambda_m y + B_m^2 \cosh \pi \lambda_m y + C_m^2 \sin \pi \lambda_m' y + D_m^2 \cos \pi \lambda_m' y \end{cases} \end{aligned} \right\} \text{--- (5')}$$

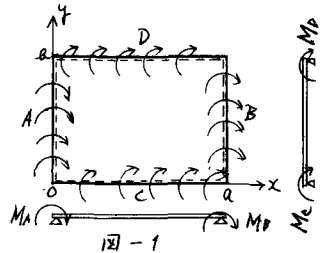
$$\text{ところで } \lambda_n^2 = \frac{a^2}{b^2} n^2 + \mu, \lambda_n'^2 = \frac{a^2}{b^2} n^2 - \mu, \mu = \frac{\omega}{\pi} \alpha^2 \sqrt{\frac{\rho h}{D}}, \lambda_m^2 = \frac{b^2}{a^2} m^2 + \mu', \lambda_m'^2 = \frac{b^2}{a^2} m^2 - \mu'$$

$$\mu' = \frac{\omega}{\pi} \alpha^2 \sqrt{\frac{\rho h}{D}}, \xi = \frac{x}{a}, \eta = \frac{y}{b}$$

なお $\mu > \frac{n^2 a^2}{a^2}, \mu' > \frac{m^2 b^2}{b^2}$ の場合の解は式(5')について爾後の展開は式(5)と全く同様かつ以後式(5)についてのみ展開表示を行う。

式(5)を式(4)に代入すれば式(3)の解が次式のごとくえられる。

$$v = \sum_{n=1}^{\infty} (A_n^1 \sinh \pi \lambda_n \xi + B_n^1 \cosh \pi \lambda_n \xi + C_n^1 \sinh \pi \lambda_n' \xi + D_n^1 \cosh \pi \lambda_n' \xi) \sin n \pi \eta \\ + \sum_{m=1}^{\infty} (A_m^1 \sinh \pi \lambda_m \eta + B_m^1 \cosh \pi \lambda_m \eta + C_m^1 \sinh \pi \lambda_m' \eta + D_m^1 \cosh \pi \lambda_m' \eta) \sin m \pi \xi \quad \text{--- (6)}$$



$k \sim \sqrt{A_n^x \sim D_n^x}$, $A_n^y \sim D_n^y$ は積分定数。

Fig. 1 に示すように辺 A, B, C, D に端点モメント M_A, M_B, M_C, M_D が作用し、系系下 S_A, S_B, S_C, S_D が起るものとす。いまこれを正弦フーリエ級数展開すれば、境界条件は次のように表わされる。

$$\left. \begin{aligned} \phi = 0: & \quad (V)_{\phi=0} = S_A = \sum_{n=1}^{\infty} S_{An} \sin n\pi\eta, \quad -D\left(\frac{\partial V}{\partial x^2} + \nu \frac{\partial^2 V}{\partial y^2}\right)_{\phi=0} = M_A = \sum_{n=1}^{\infty} M_{An} \sin n\pi\eta \\ \phi = 1: & \quad (V)_{\phi=1} = S_B = \sum_{n=1}^{\infty} S_{Bn} \sin n\pi\eta, \quad -D\left(\frac{\partial V}{\partial x^2} + \nu \frac{\partial^2 V}{\partial y^2}\right)_{\phi=1} = M_B = \sum_{n=1}^{\infty} M_{Bn} \sin n\pi\eta \\ \eta = 0: & \quad (V)_{\eta=0} = S_C = \sum_{m=1}^{\infty} S_{Cm} \sin m\pi\phi, \quad -D\left(\frac{\partial^2 V}{\partial y^2} + \nu \frac{\partial^2 V}{\partial x^2}\right)_{\eta=0} = M_C = \sum_{m=1}^{\infty} M_{Cm} \sin m\pi\phi \\ \eta = 1: & \quad (V)_{\eta=1} = S_D = \sum_{m=1}^{\infty} S_{Dm} \sin m\pi\phi, \quad -D\left(\frac{\partial^2 V}{\partial y^2} + \nu \frac{\partial^2 V}{\partial x^2}\right)_{\eta=1} = M_D = \sum_{m=1}^{\infty} M_{Dm} \sin m\pi\phi \end{aligned} \right\} \dots (7)$$

式(4)と式(7)の諸式に代入すれば、積分定数 $A_n^x \sim D_n^x$, $A_n^y \sim D_n^y$ が求まり、次式の如くなる。

$$\left. \begin{aligned} A_n^x &= \frac{-a^2}{\pi^2(\lambda_n^2 - \lambda_n'^2)} \sinh \pi \lambda_n \left\{ \frac{\cosh \pi \lambda_n M_{An} + M_{Bn}}{D} - \left(\frac{\pi^2 \lambda_n^2}{a^2} - \nu \beta_n^2 \right) (S_{Bn} - \cosh \pi \lambda_n S_{An}) \right\} \\ B_n^x &= \frac{a^2}{\pi^2(\lambda_n^2 - \lambda_n'^2)} \left\{ \frac{M_{An}}{D} + \left(\frac{\pi^2 \lambda_n^2}{a^2} - \nu \beta_n^2 \right) S_{An} \right\} \\ C_n^x &= \frac{-a^2}{\pi^2(\lambda_n^2 - \lambda_n'^2)} \sinh \pi \lambda_n \left\{ \frac{\cosh \pi \lambda_n M_{An} + M_{Bn}}{D} - \left(\frac{\pi^2 \lambda_n^2}{a^2} - \nu \beta_n^2 \right) (S_{Bn} - \cosh \pi \lambda_n S_{An}) \right\} \\ D_n^x &= \frac{a^2}{\pi^2(\lambda_n^2 - \lambda_n'^2)} \left\{ \frac{M_{An}}{D} + \left(\frac{\pi^2 \lambda_n^2}{a^2} - \nu \beta_n^2 \right) S_{An} \right\} \\ A_n^y &= \frac{-a^2}{\pi^2(\lambda_n^2 - \lambda_n'^2)} \sinh \pi \lambda_n \left\{ \frac{\cosh \pi \lambda_n M_{Cm} + M_{Dm}}{D} - \left(\frac{\pi^2 \lambda_n^2}{a^2} - \nu d_n^2 \right) (S_{Dm} - \cosh \pi \lambda_n S_{Cm}) \right\} \\ B_n^y &= \frac{a^2}{\pi^2(\lambda_n^2 - \lambda_n'^2)} \left\{ \frac{M_{Cm}}{D} + \left(\frac{\pi^2 \lambda_n^2}{a^2} - \nu d_n^2 \right) S_{Cm} \right\} \\ C_n^y &= \frac{-a^2}{\pi^2(\lambda_n^2 - \lambda_n'^2)} \sinh \pi \lambda_n \left\{ \frac{\cosh \pi \lambda_n M_{Cm} + M_{Dm}}{D} - \left(\frac{\pi^2 \lambda_n^2}{a^2} - \nu d_n^2 \right) (S_{Dm} - \cosh \pi \lambda_n S_{Cm}) \right\} \\ D_n^y &= \frac{a^2}{\pi^2(\lambda_n^2 - \lambda_n'^2)} \left\{ \frac{M_{Cm}}{D} + \left(\frac{\pi^2 \lambda_n^2}{a^2} - \nu d_n^2 \right) S_{Cm} \right\} \end{aligned} \right\} \dots (8)$$

さて、図-1に示すように矩形板の四辺に、 D に与えられた角は一般に x の函数であり、 A, B, C に与えられた角は y の函数であるが、これを代数量函数で表わすことは困難ゆえ正弦フーリエ級数を用いて次のように展開する。

$$\left(\frac{\partial V}{\partial x} \right)_{\eta=0} = \sum_{n=1}^{\infty} \Theta_{An} \sin n\pi\eta, \quad \left(\frac{\partial V}{\partial x} \right)_{\eta=1} = \sum_{n=1}^{\infty} \Theta_{Bn} \sin n\pi\eta, \quad \left(\frac{\partial V}{\partial y} \right)_{\eta=0} = \sum_{m=1}^{\infty} \Theta_{Cm} \sin m\pi\phi, \quad \left(\frac{\partial V}{\partial y} \right)_{\eta=1} = \sum_{m=1}^{\infty} \Theta_{Dm} \sin m\pi\phi \quad (9)$$

式(8)と式(6)に代入しその結果を式(9)の右辺に代入すれば、 $S_{An}, \Theta_{Bn}, S_{Cm}, \Theta_{Dm}$ と $M_{An}, M_{Bn}, M_{Cm}, M_{Dm}, S_{Bn}, S_{Dn}, S_{Cm}, S_{Dm}$ との関係が求まり、逆算より整理すれば図-1に示すように矩形板の振動に於ける端点モメント関係式が次のように表わされる。

$$\begin{aligned} \Theta_{An} &= -\frac{a}{D} \{ A(n) M_{An} + B(n) M_{Bn} \} + \frac{a}{D} \sum_{m=1}^{\infty} \{ E(n, m) \{ M_{Cm} + (-1)^m M_{Dm} \} + \frac{1}{a} \{ C(n) S_{Bn} + D(n) S_{Dn} \} + \frac{1}{a} \sum_{m=1}^{\infty} F(n, m) \{ S_{Cm} - (-1)^m S_{Dm} \} \} \\ \Theta_{Bn} &= -\frac{a}{D} \{ B(n) M_{An} + A(n) M_{Bn} \} + \frac{a}{D} \sum_{m=1}^{\infty} \{ E(n, m) \{ M_{Cm} + (-1)^m M_{Dm} \} - \frac{1}{a} \{ D(n) S_{An} + C(n) S_{Bn} \} + \frac{1}{a} \sum_{m=1}^{\infty} F(n, m) \{ S_{Cm} - (-1)^m S_{Dm} \} \} \\ \Theta_{Cm} &= -\frac{a}{D} \sum_{n=1}^{\infty} \{ E(n, m) \{ M_{An} + (-1)^n M_{Bn} \} + \frac{a}{D} \{ A(n) M_{Cm} + B(n) M_{Dm} \} + \frac{1}{a} \sum_{n=1}^{\infty} F(n, m) \{ S_{An} - (-1)^n S_{Bn} \} + \frac{1}{a} \{ C(n) S_{Cm} + D(n) S_{Dm} \} \} \\ \Theta_{Dm} &= -\frac{a}{D} \sum_{n=1}^{\infty} \{ E(n, m) \{ M_{An} + (-1)^n M_{Bn} \} + \frac{a}{D} \{ B(n) M_{Cm} + A(n) M_{Dm} \} + \frac{1}{a} \sum_{n=1}^{\infty} F(n, m) \{ S_{An} - (-1)^n S_{Bn} \} - \frac{1}{a} \{ D(n) S_{Cm} + C(n) S_{Dm} \} \} \\ \text{ただし } A(n) &= \frac{a}{\pi} \frac{f(n)}{f(n)}, \quad B(n) = \frac{a}{\pi} \frac{f(n)}{f(n)}, \quad E(n, m) = \frac{2mn}{\pi^2} \frac{f(n)}{f(m)}, \quad C(n) = \frac{c(n)}{\pi} \frac{f(n)}{f(n)}, \quad D(n) = \frac{d(n)}{\pi} \frac{f(n)}{f(n)}, \quad F(n, m) = \frac{2mn}{\pi} \frac{f(n)}{f(m)} \frac{f(m)}{f(n)} \\ E'(n, m) &= \frac{2mn}{\pi^2} \frac{f(n)}{f(m)}, \quad A'(n) = \frac{c(n)}{\pi} \frac{f(n)}{f(n)}, \quad B'(n) = \frac{d(n)}{\pi} \frac{f(n)}{f(n)}, \quad F'(n, m) = \frac{2mn}{\pi} \frac{f(n)}{f(m)} \frac{f(m)}{f(n)}, \quad C'(n) = \frac{c(n)}{\pi} \frac{f(n)}{f(n)}, \quad D'(n) = \frac{d(n)}{\pi} \frac{f(n)}{f(n)} \\ a(n) &= \lambda_n' \cosh \pi \lambda_n' - \lambda_n \cosh \pi \lambda_n, \quad f(n) = \lambda_n'^2 - \lambda_n^2, \quad g(n, m) = (n^2 + \lambda_n'^2)(m^2 + \lambda_n^2) \\ c(n) &= -\lambda_n \pi^2 (\lambda_n'^2 - \frac{\pi^2 \nu}{\epsilon^2}) \cosh \pi \lambda_n + \lambda_n' \pi^2 (\lambda_n^2 - \frac{\pi^2 \nu}{\epsilon^2}) \cosh \pi \lambda_n', \quad d(n) = \frac{\lambda_n'^2 - \pi^2 \nu / \epsilon^2}{\sinh \pi \lambda_n} \lambda_n \pi^2 - \frac{\lambda_n^2 - \pi^2 \nu / \epsilon^2}{\sinh \pi \lambda_n'} \lambda_n' \pi^2 \\ f(n, m) &= \frac{n^2 + \lambda_n'^2 + \lambda_n^2}{- \lambda_n} - \nu m^2, \quad h(n, m) = (m^2 + \lambda_n'^2)(n^2 + \lambda_n^2), \quad p(n) = -\lambda_n \cosh \pi \lambda_n + \lambda_n' \cosh \pi \lambda_n', \quad k(n) = \lambda_n'^2 - \lambda_n^2 \\ \xi(n) &= \frac{f(n)}{\sinh \pi \lambda_n} + \frac{\lambda_n'}{\sinh \pi \lambda_n'}, \quad l(n, m) = m^2 + \lambda_n'^2 + \lambda_n^2 - \nu \frac{n^2}{\epsilon^2}, \quad \rho(n) = \frac{\lambda_n \pi^2 (\lambda_n'^2 - \nu m^2)}{\sinh \pi \lambda_n} + \frac{\lambda_n' \pi^2 (\lambda_n^2 - \nu m^2)}{\sinh \pi \lambda_n'} \\ \gamma(n) &= -\lambda_n \pi^2 (\lambda_n'^2 / \epsilon^2 - \nu m^2) \cosh \pi \lambda_n + \lambda_n' \pi^2 (\lambda_n^2 / \epsilon^2 - \nu m^2) \cosh \pi \lambda_n', \quad \dots (10) \end{aligned}$$

3. 節線方程式および電流条件式

h	i	j
h'	i'	j'

图-2

對線方程式: $M_{ikm} + M_{ajm} = 0 \dots\dots (11)$, 連續條件式: $Q_{ekm} = Q_{cim} \dots\dots (12)$

4. 計算例

(1) 一方向連続板 図-3 K 示す $t < y =$

極点、 $i+1$ における節線とにおいて式(11)、(12)の節線方程式および連続条件式を求めれば、それらから次のごとくえられる。

图 - 3

$$M_{LBN} = -M_{(L+1)AN} (= M_{Lm}) \quad \dots (13), \quad \theta_{LBN} = \theta_{(L+1)AN} \quad \dots (14) \quad \text{for } L = 1, 2, \dots, k-1$$

また板 i , $l+1$ において $M_{lCM} = M_{lDM} = M_{(l+1)CM} = M_{(l+1)DM} = 0$ であり, 支反沈下がないものとすれば,

$$\delta_{iAN} = \delta_{iBN} = \delta_{iCM} = \delta_{iDAN} = \delta_{(l+1)AN} = \delta_{(l+1)BN} = \delta_{(l+1)CM} = \delta_{(l+1)DM} = 0 \quad \text{であるゆえ, それぞれの板に関する式(10)}$$

の振動方程式角一端モーメント関係式が次のごとくなる。

$$Q_{2n} = \frac{a}{D} \{ B_{2n} M_{2n} + A_{2n} M_{2n} \}, \quad Q_{2n+1} = \frac{a}{D} \{ A_{2n} M_{2n+1} + B_{2n} M_{2n+1} \} \quad \text{--- (15)}$$

$$B_{(n)} M_{(i-1)n} - 2 A_{(n)} M_{in} + B_{(n)} M_{(i+1)n} = 0 \quad \text{--- (6)}$$

また右端 0 とならば左端は未固定辺であり $\pm$ より次式となる。 $Q_{1An}=0, \quad Q_{kAn}=0 \quad \dots (9)$
式(9), (15), (17)より次式となる。

$$-A_{(n)} M_{0n} + B_{(n)} M_{1n} = 0, \quad -B_{(n)} M_{(k-1)n} + A_{(n)} M_{kn} = 0 \quad \dots \dots \dots (18)$$

以上の式 (16), (18) より図-3 に示す Σ と Σ のスパンの一方何連続板に関する連立方程式がえられることとなるが、その未知数 $M_{0n}, M_{1n}, \dots, M_{m-1,n}, M_{m,n}$ がすべて 0 とならないためには、これらの諸式の係数行列式が 0 とならねばならぬことより次の固有値方程式がえられる。

$$\begin{array}{c|c} \begin{array}{ccc} (-A_{C1}) & (B_{C1}) & 0 \\ (B_{C1}) & (-2A_{C1}) & (B_{C1}) \\ & (B_{C1}) & (-2A_{C1}) & (B_{C1}) \\ 0 & & (B_{C1}) & (-2A_{C1}) & (B_{C1}) \\ & & & (-B_{C1}) & (A_{C1}) \end{array} & \begin{array}{l} \text{res } (A_{C1}) = \begin{bmatrix} A_{C1} & 0 \\ & A_{C1} & \\ 0 & & A_{C1} \end{bmatrix} \\ \\ (B_{C1}) = \begin{bmatrix} B_{C1} & B_{C1} & 0 \\ & B_{C1} & \\ 0 & & B_{C1} \end{bmatrix} \dots\dots\dots (1) \end{array} \end{array}$$

計算例として $k = 2, 3, 4, 5, 6$ の各場合について式(19)で $n = 10$ 項までとって一次振動数を

求めれば、表-1(1)欄に示すごとく結果をえ、表-1(2)欄の文献(3)の結果と実用上一致した。

(2)二方向連続板 図-4に示すごとく四つの正方形板で構成される周辺単
純支持二方向連続板の固有周期算定法を示せば次の通りである。

いま支承条件下はすべて同じとすれば、 $\delta_{A1n} \sim \delta_{D1n}$, $\delta_{A2n} \sim \delta_{D2n}$,
 $\delta_{A3n} \sim \delta_{D3n}$, $\delta_{A4n} \sim \delta_{D4n}$ はすべて 0 であり、また周辺の単純支持条件より
 $M_{A1n} = M_{C1n} = M_{B2n} = M_{C2n} = M_{A3n} = M_{D3n} = M_{B4n} = M_{D4n} = 0$ であり、したがって
板①, ②, ③, ④に関する式(4)の振動力の片角一端モーメント関係式が
次のごとくえられる。

板 No.	μ^2	
	(1)	(2)
2	3.087	3.080
3	2.245	2.244
4	1.947	1.954
5	1.808	1.809
6	1.733	1.734

表-1

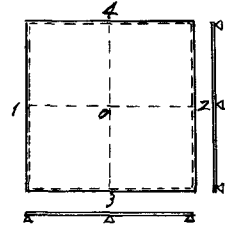


図-4

$$\left. \begin{aligned} \delta_{B1n} &= \frac{a}{D} A_{(n)} M_{B1n} + \frac{a}{D} \sum_{m=1}^{\infty} (-1)^m E'_{(m,n)} M_{D1m}, & \delta_{D1n} &= \frac{a}{D} \sum_{m=1}^{\infty} (-1)^m E'_{(m,n)} M_{B1n} + \frac{a}{D} A'_{(n)} M_{D1m} \\ \delta_{A2n} &= \frac{a}{D} A_{(n)} M_{A2n} + \frac{a}{D} \sum_{m=1}^{\infty} (-1)^m E'_{(m,n)} M_{D2m}, & \delta_{D2n} &= \frac{a}{D} \sum_{m=1}^{\infty} (-1)^m E'_{(m,n)} M_{A2n} + \frac{a}{D} A'_{(n)} M_{D2m} \\ \delta_{B3n} &= \frac{a}{D} A_{(n)} M_{B3n} + \frac{a}{D} \sum_{m=1}^{\infty} (-1)^m E'_{(m,n)} M_{C3m}, & \delta_{C3n} &= \frac{a}{D} \sum_{m=1}^{\infty} (-1)^m E'_{(m,n)} M_{B3n} + \frac{a}{D} A'_{(n)} M_{C3m} \\ \delta_{A4n} &= \frac{a}{D} A_{(n)} M_{A4n} + \frac{a}{D} \sum_{m=1}^{\infty} E'_{(m,n)} M_{C4m}, & \delta_{C4n} &= \frac{a}{D} \sum_{m=1}^{\infty} E'_{(m,n)} M_{A4n} + \frac{a}{D} A'_{(n)} M_{C4m} \end{aligned} \right\} (20)$$

他方節線 0-1, 0-2, 0-3, 0-4 において式(1), (2)の節線方程式
および連続条件式を求めれば次のごとく一連の条件式がえられる。

$$M_{B1n} = -M_{A2n} (= M_{Bn}), \quad M_{D1n} = -M_{C3n} (= M_{Dn}), \quad M_{A4n} = -M_{B3n} (= M_{An}) \quad (21)$$

$$M_{C4n} = -M_{D2n} (= M_{Cn}), \quad \delta_{B1n} = \delta_{A2n}, \quad \delta_{D1n} = \delta_{C3n}, \quad \delta_{B3n} = \delta_{A4n}, \quad \delta_{C4n} = \delta_{D2n}$$

式(20), (21)より M_{An} , M_{Bn} , M_{Cn} , M_{Dn} に関する連立方程式が次式のごとく求まる。

$$\left. \begin{aligned} 2A_{(n)} M_{An} + \sum_{m=1}^{\infty} E'_{(m,n)} M_{Cm} + \sum_{m=1}^{\infty} (-1)^m E'_{(m,n)} M_{Dm} &= 0, & 2A_{(n)} M_{Bn} + \sum_{m=1}^{\infty} (-1)^m E'_{(m,n)} M_{Cm} + \sum_{m=1}^{\infty} (-1)^m E'_{(m,n)} M_{Dm} &= 0 \\ \sum_{m=1}^{\infty} E'_{(m,n)} M_{An} + \sum_{m=1}^{\infty} (-1)^m E'_{(m,n)} M_{Bn} + 2A'_{(n)} M_{Cn} &= 0, & \sum_{m=1}^{\infty} (-1)^m E'_{(m,n)} M_{An} + \sum_{m=1}^{\infty} (-1)^m E'_{(m,n)} M_{Bn} + 2A'_{(n)} M_{Dn} &= 0 \end{aligned} \right\} (22)$$

いま $m = n = N$ 項をとり、式(22)より次のごとく固有値方程式がえられる。

$$\begin{vmatrix} (2A_{(N)}) & 0 & (E'_{(N,N)}) & (-1)^N E'_{(N,N)} \\ 0 & (2A_{(N)}) & (-1)^N E'_{(N,N)} & (-1)^N E'_{(N,N)} \\ (E'_{(N,N)}) & (-1)^N E'_{(N,N)} & (2A'_{(N)}) & 0 \\ (-1)^N E'_{(N,N)} & (-1)^N E'_{(N,N)} & 0 & (2A'_{(N)}) \end{vmatrix} = 0 \quad (E'_{(N,N)}) = \begin{vmatrix} E'_{(1,1)} & E'_{(1,2)} & \dots & E'_{(1,N)} \\ E'_{(2,1)} & E'_{(2,2)} & \dots & E'_{(2,N)} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ E'_{(N,1)} & E'_{(N,2)} & \dots & E'_{(N,N)} \end{vmatrix} \quad (23)$$

計算例として $N=10$ をとり、式(23)より一次振動数、二次振動数を求めた結果、それぞれ $\mu^2=4.0$
および $\mu^2=7.514$ がえられた。前者は周辺のごとく周辺単純支持矩形板の一次振動数であり、また
後者は隣り合う2辺が固定で他の2辺が単純支持される矩形板の一次振動数であり、本法の正しい
ことが証左された。

5. 結語 本研究は板の振動力の片角一端モーメント関係式を用いて連続板の固有周期を算定す
るものであり、梁理論における振動接角法に相当し、自由辺を含まないあらゆる連続板にこの方法
が適用出来るものである。自由辺を含む連続板については、式(4)の境界条件を変えて板の振動力の片角一
端モーメント関係式を求め、その結果を用いればよく、また連続板の強制振動についても本法と同様
の手法により解析可能で、これらについては逐次発表の予定である。なお本研究は文部省科学研究費
の補助を受けた。記して謝意を表する。

(参考文献) (1) 山崎 橋本 櫻田; 片角一端モーメント関係式による等弾性連続矩形板の解法 九大工学集報 39巻加号
(2) 山崎 房 坂; 一対辺自由な二方向連続板の安定 土木学会講演概要 昭和44年, 5月
(3) 倉田 宗章; On Vibration of Continuous Rectangular plates Proc App Mech, 1951