

九州大学 正員 小坪 清 貞
同大学院 学生員 緒方 信 英

I. はじめ

杭基礎の横抵抗に関する従来の理論は、地盤の水平反力係数 K のみを導入し、解析を行っている。Chang, Cummings, Palmer 等は各々、水平反力係数 K を決定し、それに基づいて、杭基礎の横抵抗を取り扱っている。しかし、著者らは地震時における地盤の変形を考慮に入れた場合は、従来の杭基礎の横抵抗理論により算出した値よりも更に大きな曲げモーメントが生ずる事を示した。⁽¹⁾

本論は、土の変形、土の性質の深さ方向の変化および地震の周期と杭の横抵抗との関係について考察したものである。尚、一部は第8回地震工学研究発表会において講演したものである。

II. 地盤の変形を考慮に入れた杭基礎の横抵抗理論

地震時にせん断変形を行なうと考えられる地盤の深さと h 、その下層は堅い地盤であるとし（以下下層基盤と云う）、杭基礎は下層基盤に達しているものとする。

杭の直径を D 、単位体積重量を w 、断面積を A 、断面二次モーメントを I 、ヤング率を E 、杭の上端の載荷重量を W 、せん断を受ける地盤のせん断弾性係数を $G_m(z)$ 、単位体積重量を w_m 、杭に対する水平反力係数を $K(z)$ 、重力の加速度を g とする。また下層基盤上の地震動を $(\alpha g/w^2) \sin \omega t$ 、および図-1に示す様に杭と地盤の水平変位の絶対座標を $(\bar{y}, \bar{u})$ 、下層基盤に対するそれぞれの相対座標を (y, u) とすれば、杭および地盤について次の微分方程式が成り立つ。

杭について

$$EI \frac{\partial^4 \bar{y}}{\partial z^4} = -\frac{wA}{g} \frac{\partial^2 \bar{y}}{\partial t^2} + p_m \quad (1)$$

$$p_m = K(z)D(\bar{u} - \bar{y}) - \frac{w_m t d}{g} \frac{\partial^2 \bar{y}}{\partial t^2} \quad (2)$$

ここに、 $w_m t d$ は杭の単位長に附着すると考えられる土の重量である。

地盤について

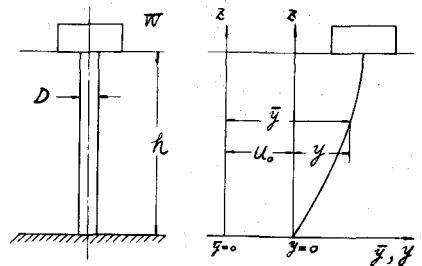
$$\frac{\partial}{\partial z} \left\{ G_m(z) \frac{\partial \bar{u}}{\partial z} \right\} = \frac{w_m}{g} \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial t^2} \quad (3)$$

地盤については次の境界条件が成り立つ。

$$\left. \begin{array}{l} \text{(i) } z=0 \text{ において } \bar{u} = u_0 \\ \text{(ii) } z=h \text{ において } G_m \frac{\partial \bar{u}}{\partial z} = 0 \end{array} \right\} \quad (4)$$

u_0 は下層基盤の水平変位、即ち地震動を表す。

図 - 1



$$\left. \begin{aligned} \bar{y} &= u_0 + y \\ \bar{u} &= u_0 + u \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

今、 $u_0 = (\alpha' g / \omega^2) \sin \omega t$ とおけば、 $y = Y(z) \sin \omega t$ 、 $u = U(z) \sin \omega t$ となり、 $Y(z)$ および $U(z)$ を求めればよい。

杭の境界条件としては、種々のものが考えられるが、ここでは下の条件の場合を取り扱う。

$$\left. \begin{aligned} \text{(i) } z=0 \text{ において} \quad & \bar{y} = u_0 \\ & EI \partial^2 \bar{y} / \partial z^2 = 0 \\ \text{(ii) } z=l \text{ において} \quad & \partial \bar{y} / \partial z = 0 \\ & EI \partial^2 \bar{y} / \partial z^2 = W/g \cdot \partial \bar{y} / \partial t^2 \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

Ⅲ. 階差方程式

一般に微分方程式 (1), (2), (3) を解いて解を求める事は困難なので、(4), (6) の境界条件の下に階差方程式を作り、数値計算を試みた。

N. $G_m(z)$, $K(z)$ が深さ方向に一定の場合

$G_m(z)$ と $K(z)$ との間には何らかの関係があると思われるが、それらしい文献が見当らなかったため $G_m(z)$ と $K(z)$ とは別々に与え、しかも臨域は考慮しない場合を取り扱う。

また、地表面の地盤の変位を $\alpha' U_0$ とすれば、地表面上の加速度は $\alpha' (g + \omega^2 U_0)$ となる。

従って、地表面加速度を一定値 αg に保つ様にするため、計算で得られた値に $\alpha g / \alpha' (g + \omega^2 U_0)$ を乗じて比較し、図示した。

V. 静力学的近似計算法

上述の動的計算結果と同一の値を与えるような静力学的近似計算法を $G_m(z)$, $K(z)$ が一定の場合について求めると次のようになる。

$$EI \frac{d^4 Y}{dz^4} + KD(Y - U) = 0 \quad (7)$$

$$U = \frac{\alpha W_m}{2 G_m} (2hz - z^2) \quad (8)$$

$$U_0 = \frac{\alpha W_m}{2 G_m} h^2 \quad (8')$$

(7) 式に (8), (8') を代入して解けば次式を得る。

$$Y = e^{\theta z} (A_1 \cos \theta z + A_2 \sin \theta z) + e^{-\theta z} (A_3 \cos \theta z + A_4 \sin \theta z) + U_0 (1 - \zeta^2) \quad (9)$$

ここに、 $\zeta \equiv 1 - z/h$, $\theta^2 \equiv KDR^4/4EI$,

A_1, A_2, A_3, A_4 は杭の境界条件により定まる積分定数。

一般に最大曲げモーメントは杭頭において生ずるので、(9) 式に境界条件を代入し、杭頭の曲げモーメント M_0 を求めれば、次の様になる。

$$M_0 = \alpha \left(W \sqrt{\frac{EI}{4KD}} + \frac{w_m EI}{G_m} \right) \quad (10)$$

この式において、第1項は Chang の式による純粋の曲げモーメントと同じで、第2項は土の変形による修正項である。(10)式は θ が1に比べて十分大きな場合にのみ使用出来る。 θ が小さく、Chang による値が十分良い値を与える場合には、

$$M_0 = \alpha \left(W \sqrt{\frac{EI}{4KD}} + \frac{w_m EI}{G_m} (1 - f(\theta)) \right) \quad (11)$$

となり、 $f(\theta)$ なる補正が必要になる。 $f(\theta)$ は図-2に示す。この近似式による結果は動的計算結果とよく一致している。この時の θ は 0.67 である。

図からわかる様に G_m の影響が非常に大きい事がわかる。 G_m が小さな値のとき、即ち軟弱な地盤においては特に大きな曲げモーメントを生じる。

また図-5から Chang の式によれば、載荷重量が小さければモーメントは非常に小さな値となるが、地盤の変形を考慮に入れば、載荷重量は小さくても大きな曲げモーメントが生じる事がわかる。

次に、図-6に土圧 $K(Y-U)$ の値を示す。

杭の上部においては Chang による値も、地盤の変形を考慮した場合も大きな差は認められなれど、杭の下部においては Chang による値は上部に比して非常に小さくなるが、地盤の変形を考慮に入れると下部においても、可成り大きな土圧が働く事がわかる。図-7は載荷重量の変化に対する土圧の変化を図示したものである。

VI. $G_m(z), K(z)$ が深さ方向に一次的に増加する場合。

このときの下層基盤上の $G_m(z), K(z)$ とそれぞれ G_0

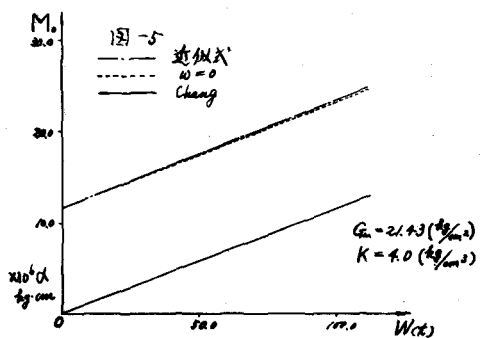
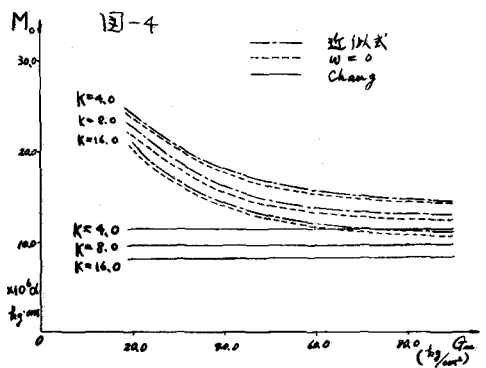
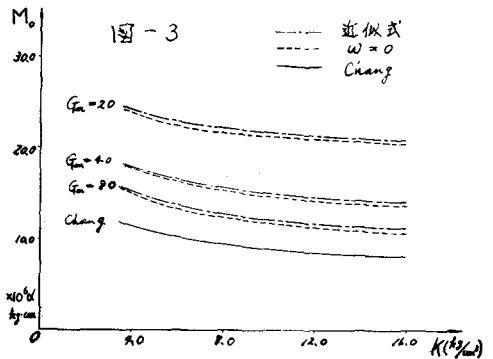
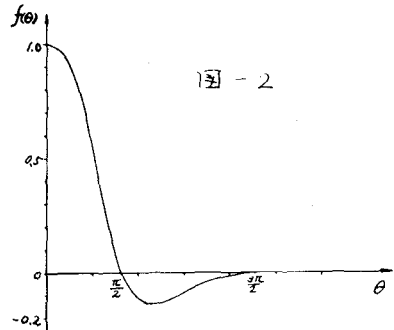
K_0 で表せば、 $G_m(z), K(z)$ は次式で表される。

$$G_m(z) = G_0 (1 - z/h) \quad (12)$$

$$K(z) = K_0 (1 - z/h) \quad (13)$$

従って、杭に関する微分方程式は

$$\begin{aligned} \frac{d^4 Y}{dz^4} + \left\{ \frac{K^2 D K_0}{EI} (1 - \gamma) - \frac{(wA + 2w_m D)}{EI g} h^2 \omega^2 \right\} Y \\ = \frac{\alpha(wA + 2w_m D)}{EI} h^2 + \frac{K^2 D K_0}{EI} (1 - \gamma) U \end{aligned} \quad (14)$$



となる。ただし $\delta = \delta \eta$

$$\theta_1 = \delta^4 DK_0 / EI$$

$$\theta_2 = \theta_1 - (WA + \delta \delta D) \delta^4 \omega^2 / EI g$$

$$\theta_3 = \delta (WA + \delta \delta D) \delta^4 / EI$$

とおけば(4)式は次の様に表される。

$$\frac{d^4 Y}{d\eta^4} + (\theta_2 - \theta_1 \eta) Y = \theta_3 + \theta_1 (1 - \eta) U \quad (15)$$

$\xi = \sqrt[4]{\theta_1} (\theta_2 - \theta_1 \eta) = K (\theta_2 - \theta_1 \eta)$ とおいて変換を行えば

$$\frac{d^4 Y}{d\xi^4} + \xi Y = K \theta_3 + \{K (\theta_1 - \theta_2) + \xi\} U \quad (16)$$

もしも右辺が $g(\xi) = g_0 + g_1 \xi + g_2 \xi^2 + \dots + g_n \xi^n + \dots$

と表されるならば Y に関しては

$$Y = a_0 + a_1 \xi + a_2 \xi^2 + \dots + a_n \xi^n + \dots \quad \text{と表される。}$$

これを微分して、 Y'''' と求め(16)式に代入して変数 ξ の各幂の各係数も 0 に等しいと置く事によって次の関係を得る。

$$a_4 = \frac{g_0}{4!}, \quad a_5 = \frac{g_1 - a_0}{5!}, \quad a_6 = \frac{g_2 - a_1}{6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3}$$

$$a_7 = \frac{g_3 - a_2}{7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4}, \quad a_8 = \frac{g_4 - a_3}{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5}$$

一般に

$$a_n = \frac{g_{n-4} - a_{n-5}}{n(n-1)(n-2)(n-3)}$$

となる。

ここに於いて $g_0, g_1, \dots, g_n, \dots$ が既知であれば Y は a_0, a_1, a_2, a_3 だけとなる。従って一般解は

$$Y = \{a_0 f_0(\xi) + a_1 f_1(\xi) + a_2 f_2(\xi) + a_3 f_3(\xi)\} + \text{const.}$$

で表される。これらに関しては、未だ計算中であり、

図-8、図-9には階差方程式により求めた計算結果を示す。

数値計算には九大電子計算機 OKITAC-5090 と使用した。

(1) 小坪・緒方：軟弱地盤中リ杭基礎の耐震性について

第20回年次学術講演会

(2) 後藤尚男：橋梁下部構造の振動性状について

土木学会誌 38巻 4号

図-6

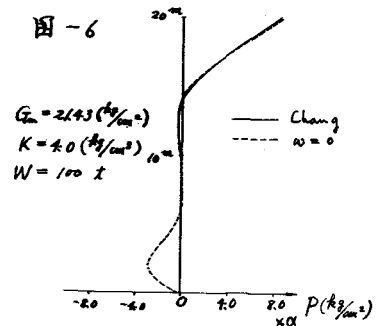


図-7

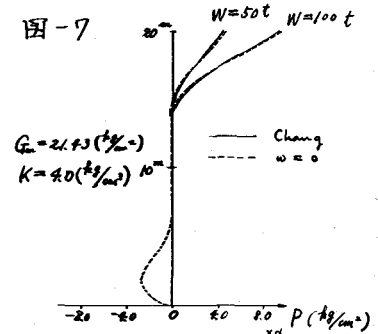


図-8

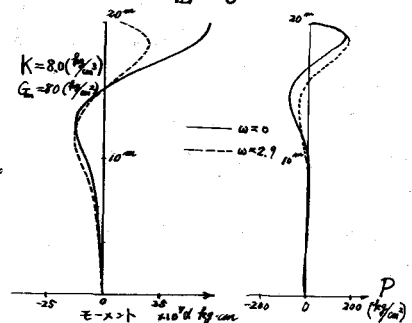


図-9

