

Ⅲ-10 サージタンク系の安定判別について (1) (水路系および電気機械系の伝達函数)

九州電力 土木部 村 瀬 次 男

§1 ま え が き

本文は、水力発電所によく見られるサージタンクを有する水路系およびその水路系に連なる電気機械系(水車、ポンプ、调速機、発電機および電力系統)の各伝達函数をそれぞれ一般的に考察したものである。

§2 水路系の伝達函数

サージタンクを有する水路系の伝達函数は、水路系の構成要素である池(貯水池および放水池)、管路(導水路、水圧管路および放水路)およびサージタンクの配列の仕方によつて異なるのである。

1. (m, n)直並列の水路系(図-1参照)※

$$\left. \begin{aligned} \Delta H_{kl} &= |\delta \Delta H_{kl}| / |\dot{\delta}| \\ \Delta \dot{H}_{kl} &= |\delta \dot{\Delta H}_{kl}| / |\dot{\delta}| \\ \Delta H'_{kl} &= |\delta \Delta H'_{kl}| / |\dot{\delta}| \end{aligned} \right\} \begin{matrix} (k=1, 2, \dots, m) \\ (l=1, 2, \dots, n) \end{matrix} \dots (2)$$

ここで、 $|\delta|$: (1)式の左辺の(6mn-2m+n)次の行列式、

$|\dot{\delta}|$: $|\delta|$ の行列式のxの列を(1)式の右辺の(6mn-2m+n)×i行列で置換した行列式

(水路系の伝達函数は(2)式の中で陰に入っているが、必要に応じて陽に出すこともできる。しかし、この場合著しく煩雑な形になる。)

2. 実際の水路系(1) (図-3参照)

この場合の伝達函数はすべて省略する。

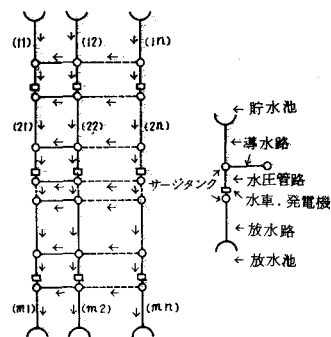
3. 実際の水路系(2)

この場合の伝達函数はすべて表-1(別冊)に示す。

図-2, 3は、それぞれ1および2の場合に相当する電氣的模擬回路である。しかし、水路系と電気回路網の対応は表-2のように考える。

§3 水車の伝達函数

水車の伝達函数は水車の種類によつて異なるばかりでなく、水車特性の考え方によつても異なるのである。さて、水車の基礎方程式はそれぞれ次の通りである。



↓ : 管路流速vの正の向き

図 - 1

表 - 2

	水路系		電気回路網	
	変数	変数	変数	変数
変数	管路の流速	v	I	電流
	水圧管路の流速	v'	I'	入力電流
	水位 or 圧力	H	V	電圧
	サージタンク水位	$H, \dot{H}$	$V, \dot{V}$	キャパシタンス電圧
定数	管路の長さ	l/g	L	インダクタンス
	管路の損失水頭係数	$2\alpha v$	R	抵抗
	サージタンク断面積	A	C	キャパシタンス
	断面積	$\bar{H}, \dot{\bar{H}}$	E_c	直流起電力

※ 発電水力 No. 80 (1966年1月号)を参照のこと。

(1)

※ 空所は 0 を省略

記号説明

$$\lambda(s) = \frac{1}{g} s + 2\alpha$$

λ : 管径の長さ (mm) を乗じた値

a : // の断面積

v : // の流速

α : (流路 Q を am で除した値)

H : 水位圧力

Δ : (圧を基準とし、下向きを正)

A : 重力加速度

g : 重力加速度

s : クラウド変換のパラメタ

Δ : 変換 (クラウド変換の配列は省略)

符号 0 : 定常値を示す

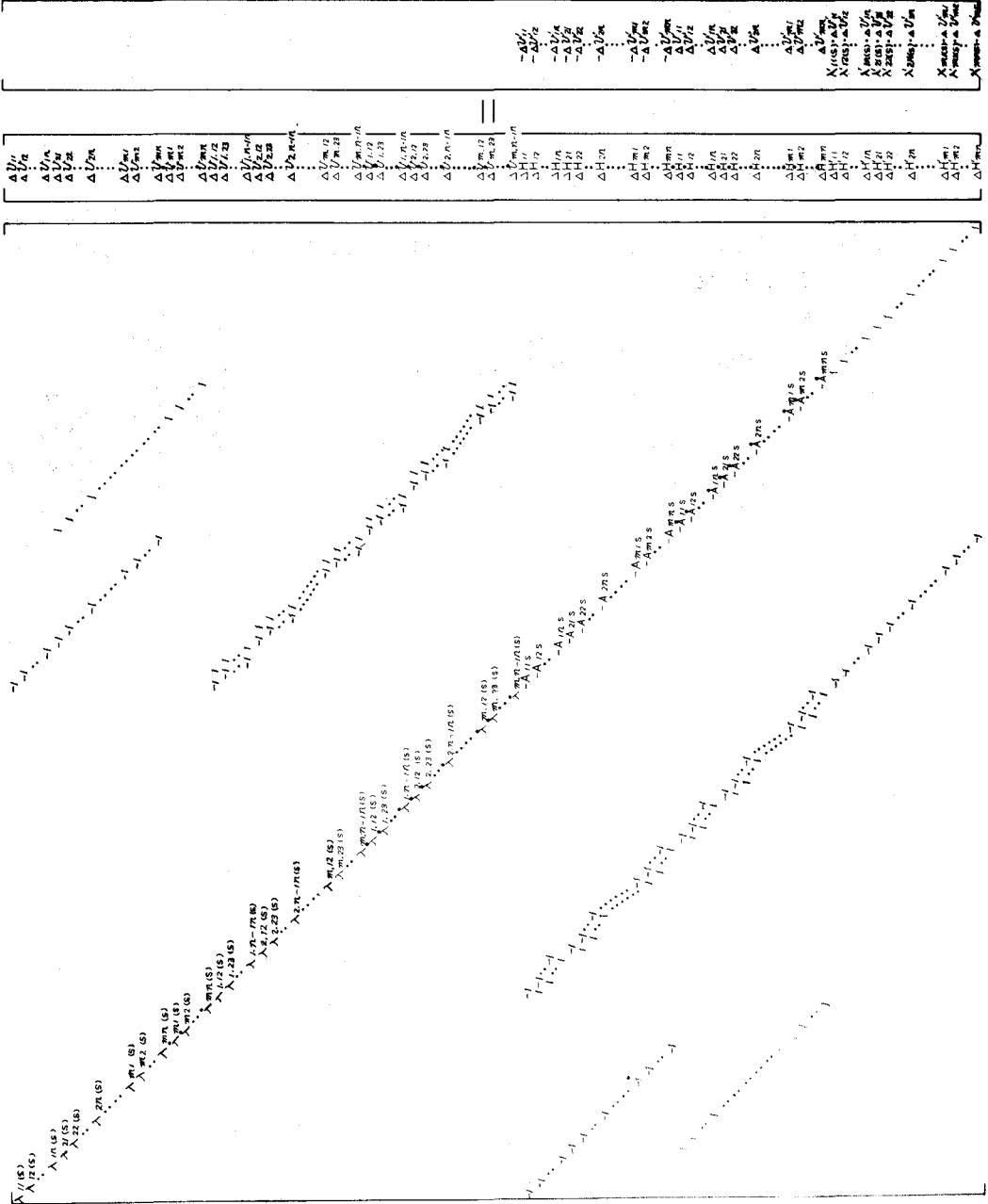
// : 定常値を示す

// : 定常値を示す

// : 定常値を示す

// : 定常値を示す

// : 定常値を示す



* 一応 $\bar{H}_2, \bar{H}_3, \dots, \bar{H}_n > 0$
と仮定してある。
(そうでないときは、該当の直流
起電力の向きを逆にすればよい)
↑: 電流(I)の正の向き

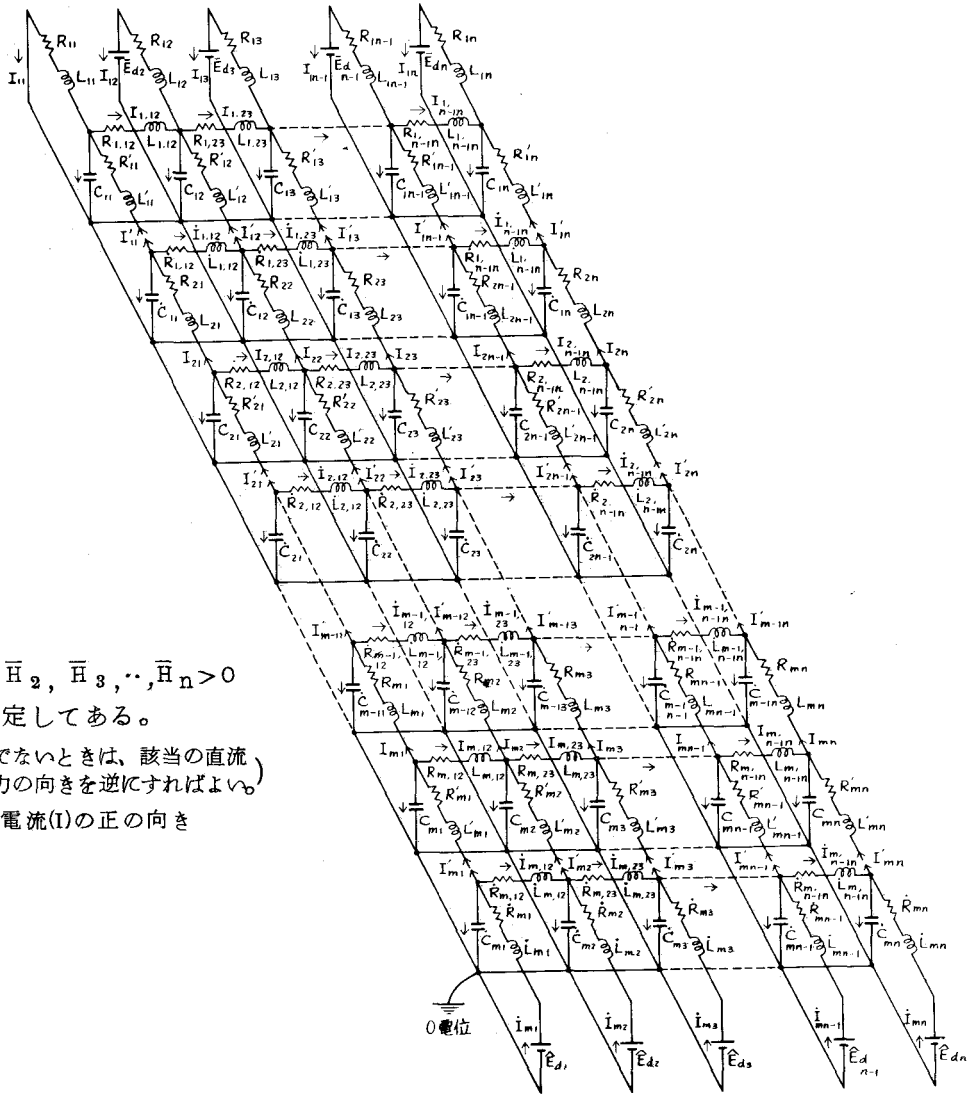
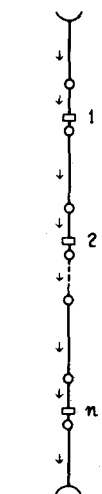
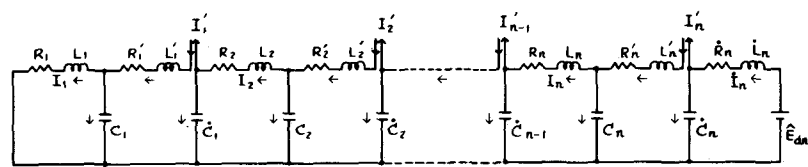


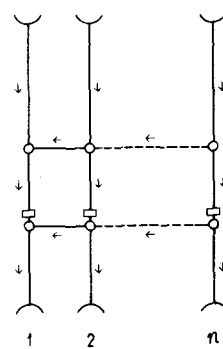
図-2 (m, n) 直、並列の水路系の電氣的模擬回路



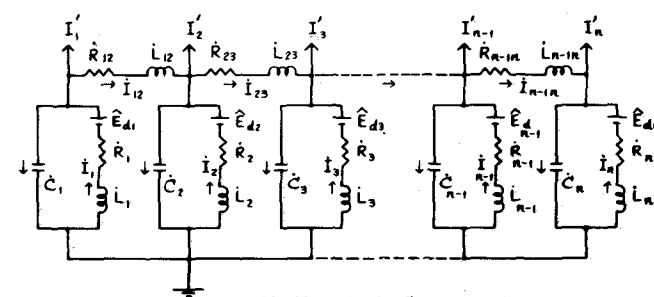
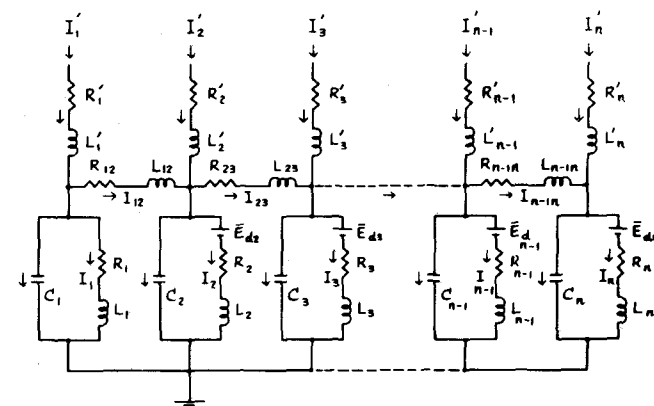
直列の水路系



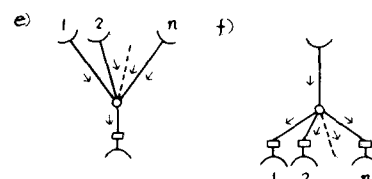
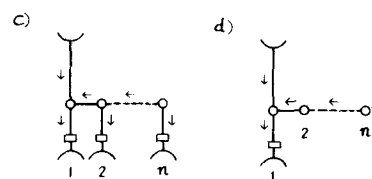
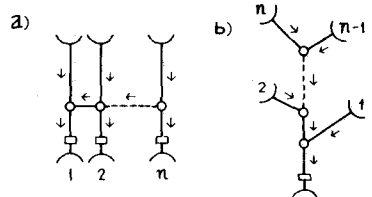
直列の水路系の模擬回路



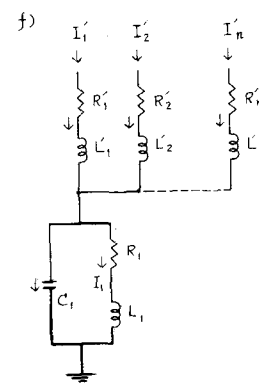
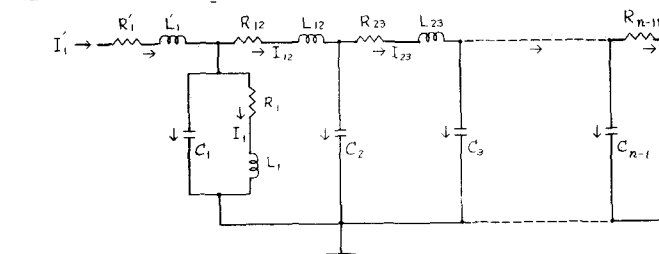
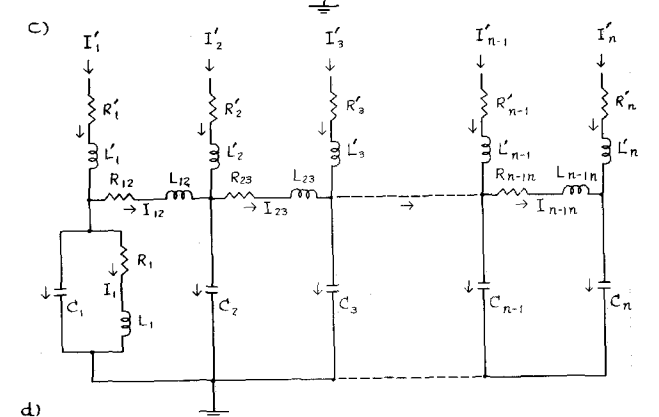
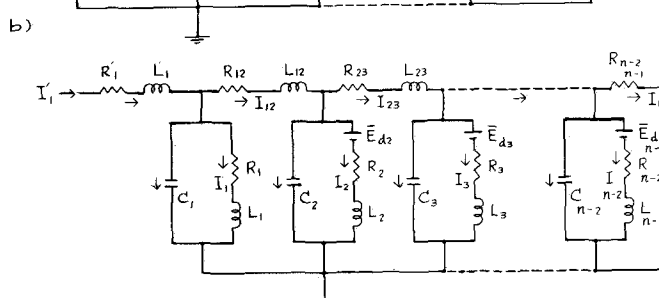
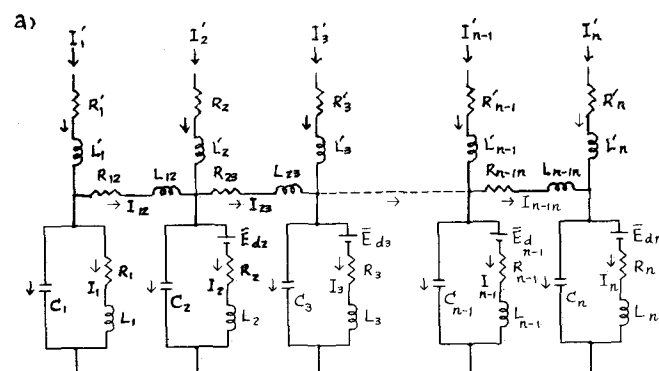
並列の水路系(1)



並列の水路系(1)の模擬回路



並列の水路系(2)



並列の水路系(2)の模擬回路

図-3(1)

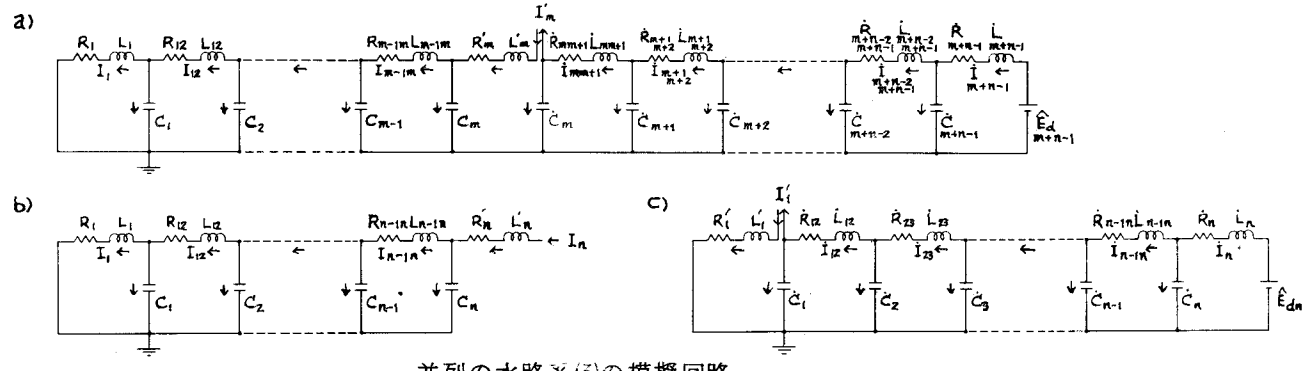
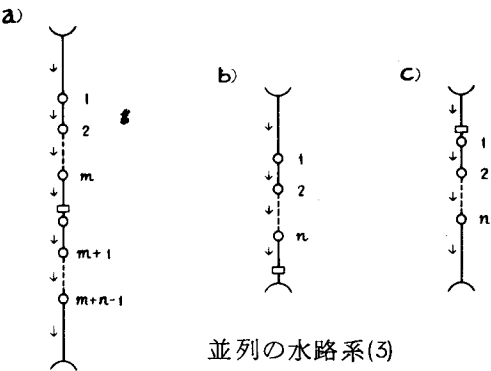
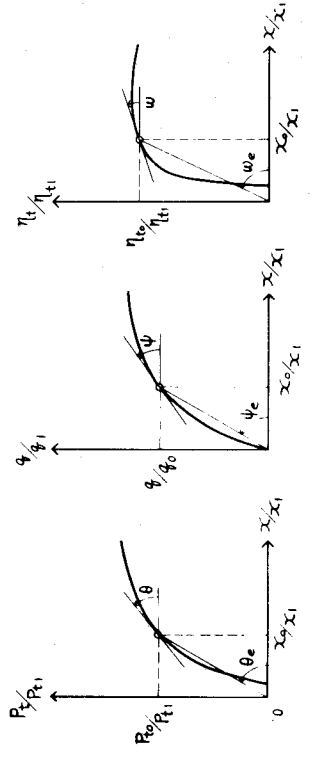
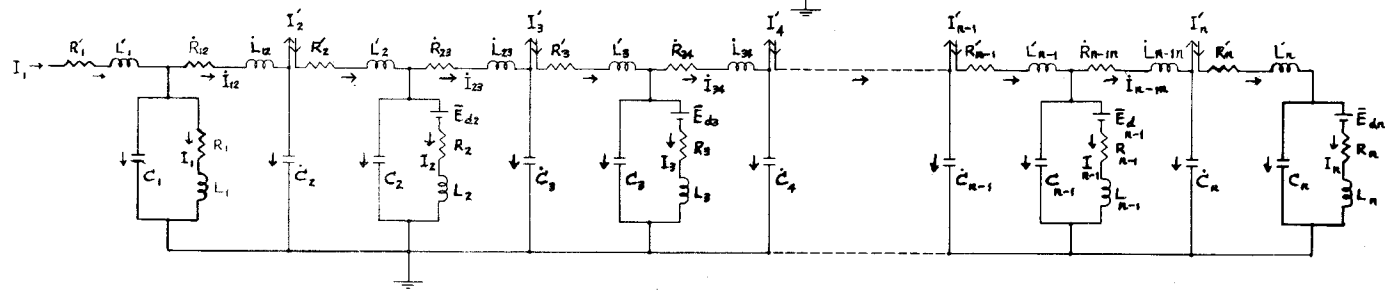
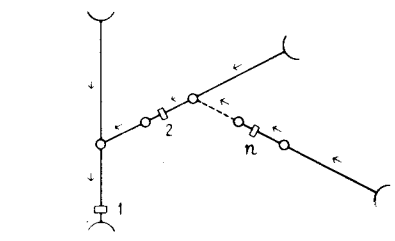
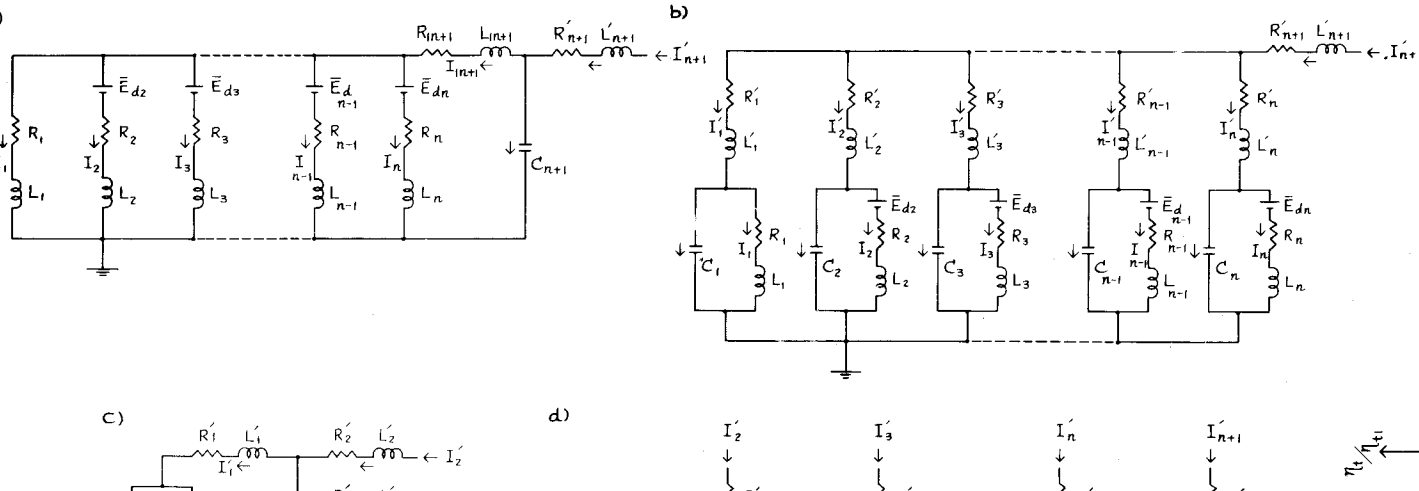
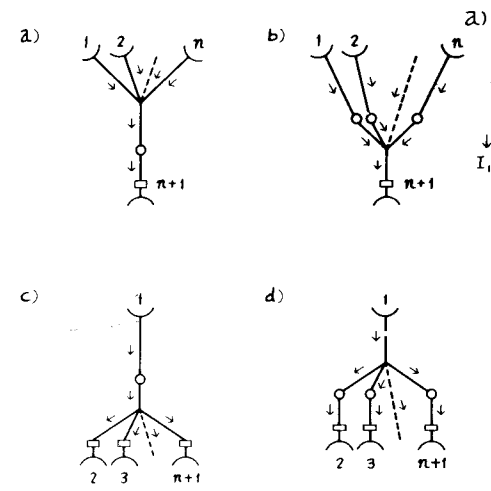


図-3(2)



添字 1: 定格値を示す

図-9 ρ, σ および τ

1. ベルトン水車 a) 水車特性を一般的に考えた場合

$$\left. \begin{aligned} P_t &= P_t(n, S_N, H_e) \text{ or } 9.8 q H_e \cdot \eta_t, q = q(S_N, H_e) \\ \eta_t &= \eta_t(n, S_N, H_e) \text{ (I) or } \eta_t(n, q, H_e) \text{ (II) or } \eta_t(n, P_t, H_e) \text{ (V)} \end{aligned} \right\} \dots (3)$$

ここで、 n : 回転数、 S_N : ニードル弁・サーボのストローク、 q 、 P_t および η_t : 水車の流量、出力および効率、 H_e : 有効落差 ($H_e = H_s - H'$)、 H_s : 水車の据付高

- b) $\eta_t \div \eta_t(n)$ と考えた場合 (近似式)

$$P_t = 9.8 q H_e \cdot \eta_t, q = q(S_N, H_e), \eta_t \div \eta_t(n) \dots \dots \dots (4)$$

2. フランス型水車、固定羽根プロペラ水車およびフランス型ポンプ水車 a)

$$\left. \begin{aligned} P_t &= P_t(n, S_G, H_e) \text{ or } 9.8 q H_e \cdot \eta_t, q = q(n, S_G, H_e) \\ \eta_t &= \eta_t(n, S_G, H_e) \text{ (I) or } \eta_t(n, q, H_e) \text{ (II) or } \eta_t(n, P_t, H_e) \text{ (V)} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (5)$$

ここで、 S_G : ガイドベーン・サーボのストローク、 $H_e = H - H'$

- b) $\eta_t \div \eta_t(P_t)$ と考えた場合 (近似式)

$$P_t = 9.8 q H_e \cdot \eta_t, q = q(n, S_G, H_e), \eta_t \div \eta_t(P_t) \dots \dots \dots (6)$$

3. カプラン水車、斜流プロペラ水車および斜流プロペラ型ポンプ水車 a)

$$\left. \begin{aligned} P_t &= P_t(n, S_G, S_R, H_e) \text{ or } 9.8 q H_e \cdot \eta_t, q = q(n, S_G, S_R, H_e) \\ \eta_t &= \eta_t(n, S_G, S_R, H_e) \text{ (I) or } \eta_t(n, q, S_R, H_e) \text{ (II)} \\ &\quad \text{or } \eta_t(n, P_t, S_R, H_e) \text{ (V)} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (7)$$

ここで、 S_R : ランナベーン・サーボのストローク (オンカム運転の場合: $S_R(S_G, t)$)、
 $H_e = H - H'$

以上、(3)~(7)式から水車の伝達函数を求めブロック線図で表わすと、それぞれ図-4~8の通りである。しかし、(図-9参照)

$$\left. \begin{aligned} \rho_x &\equiv \{ (\partial P_t / \partial x) / (P_t / x) \}_0 = \tan \theta / \tan \theta_e \\ \sigma_x &\equiv \{ (\partial q / \partial x) / (q / x) \}_0 = \tan \phi / \tan \phi_e \\ \tau_x &\equiv \{ (\partial \eta_t / \partial x) / (\eta_t / x) \}_0 = \tan \omega / \tan \omega_e \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (8)$$

§4 ポンプの伝達函数

ポンプの伝達函数は、水車と同様に、ポンプの種類によつて異なるばかりでなく、ポンプ特性の考え方によつても異なるのである。さて、ポンプの基礎方程式はそれぞれ次の通りである。

1. フランス型ポンプ a)

$$\left. \begin{aligned} P_p &= P_p(n, \tilde{S}_N, H_e) \text{ or } 9.8 q H_e / \eta_p, q = q(n, \tilde{S}_N, H_e) \\ \eta_p &= \eta_p(n, \tilde{S}_N, H_e) \text{ (I) or } \eta_p(n, q, H_e) \text{ (II) or } \eta_p(n, P_p, H_e) \text{ (V)} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (9)$$

ここで、 q 、 P_p および η_p : ポンプの揚水量、入力および効率、 H_e : 全揚程 ($H_e = H - H'$ 、以下同様)、 $\sim$: 操作を示す

2. フランス型ポンプ水車 a)

$$\left. \begin{aligned} P_p &= P_p(n, \tilde{S}_G, H_e) \text{ or } 9.8 q H_e / \eta_p, q = q(n, \tilde{S}_G, H_e) \\ \eta_p &= \eta_p(n, \tilde{S}_G, H_e) \text{ (I) or } \eta_p(n, q, H_e) \text{ (II) or } \eta_p(n, P_p, H_e) \text{ (V)} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (10)$$

3. 斜流プロペラ型ポンプ水車 a)

$$P_p = P_p(n, \tilde{S}_G, \tilde{S}_R, H_e) \text{ or } \eta_p \cdot 8 q H_e / \eta_{p_2} \quad q = q(n, \tilde{S}_G, \tilde{S}_R, H_e) \\ \eta_p = \eta_p(n, \tilde{S}_G, \tilde{S}_R, H_e) \text{ (I) or } \eta_p(n, q, \tilde{S}_R, H_e) \text{ (II)} \dots\dots\dots (14) \\ \text{or } \eta_p(n, P_p, \tilde{S}_R, H_e) \text{ (III)}$$

以上、(9)～(11)式からポンプの伝達函数を求め、ブロック線図で表わすと、それぞれ図-10～12の通りである。

§ 5 調速機の伝達函数

水車調速機の伝達函数は主サーボモータの数およびその操作方式によつて決まるのである。電気式、複式配圧弁方式等のブロック線図は一見複雑に見えるが、適当に近似および省略を行なえば、機械式で単式配圧弁方式（パイロットバルブのない場合）のブロック線図と同形になる。

1. 1種類の主サーボモータを有する調速機 a)

$$(\Delta S_G / S_{G0}) / (\Delta f / f_0) = -K_g \cdot (T_E S + 1) / (\epsilon S^2 + T_g S + 1) \equiv G_g \dots\dots\dots (12) \\ K_g \equiv K_A / K_R, \epsilon \equiv T_s \cdot T_E / K_R, T_g \equiv (T_s / K_R) + \{1 + (K_E / K_R)\} \cdot T_E$$

こゝで、 f ：周波数、 K_A ：調速機の検出感度、 K_R および K_E ：剛性および弾性の復原率、 T_s ：閉口時間、 T_E ：弾性復原の時定数

b) $1 \gg \epsilon \omega_n^2$ の場合（近似式）

$$G_g \doteq -K_g \cdot (T_E S + 1) / (T_g S + 1) \text{ or } -K_g / (T_g' S + 1) \dots\dots\dots (13) \\ T_g' \equiv T_g - T_E, K_R = \nu \cdot R, K_E = \nu \cdot E \\ K_g = (K_A / \nu) / R \doteq \{1 / (P_0 / P_1)\} / R \\ T_g = \{(T_s / \nu) / R\} + \{1 + (E / R)\} \cdot T_E$$

こゝで、 R ：速度調定率（ $-(\Delta f / f_0) / (\Delta P / P_1)$ ）、 E ：弾性復原の強さ、 ν ：変換係数、 P ：電力、 P_1 ：定格出力

2. 2種類の主サーボモータを有する調速機（直列操作方式の場合）

$$(\Delta S_G / S_{G0}) / (\Delta f / f_0) = G_g, (\Delta S_R / S_{R0}) / (\Delta f / f_0) = G_g \cdot K_R / (T_R S + 1) \dots\dots\dots (14) \\ K_R \equiv K_c \cdot (1 / K_{RR}), T_R \equiv T_{sR} / K_{RR}$$

こゝで、 K_c ：カムの形状による係数、 K_{RR} および T_{sR} ：ランナベーンの復原率および閉口時間

3. 2種類の主サーボモータを有する調速機（並列操作方式の場合）

$$(\Delta S_G / S_{G0}) / (\Delta f / f_0) = G_g \cdot K_G / (T_G S + 1) \dots\dots\dots (15) \\ (\Delta S_R / S_{R0}) / (\Delta f / f_0) = G_g \cdot K_R / (T_R S + 1) \\ K_G \equiv 1 / K_{RG}, T_G \equiv T_{sG} / K_{RG}$$

こゝで、 K_{RG} および T_{sG} ：ガイドベーンの復原率および閉口時間

以上、(12)～(15)式から水車調速機のブロック線図を描くと、それぞれ図-13～15、16、17～19および20～22の通りである。

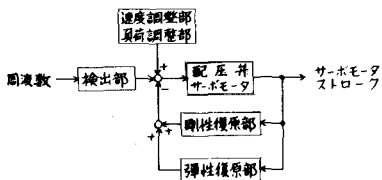


図-13 1種類の主サーボモータを有する調速機のブロック線図

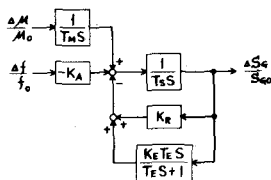


図-14 1種類の主サーボモータを有する調速機の伝達函数

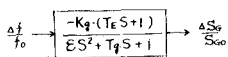


図-15 1種類の主サーボモータを有する調速機の等価伝達函数

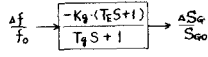


図-16 1種類の主サーボモータを有する調速機の近似伝達函数

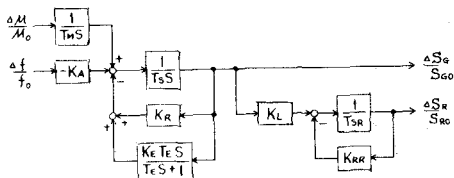


図-17 2種類の主サーボモータを有する調速機の伝達函数 (1) (直列操作方式の場合)

図-18 2種類の主サーボモータを有する調速機の等価伝達函数(1) (直列操作方式の場合)

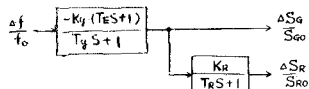


図-19 2種類の主サーボモータを有する調速機の近似伝達函数(1) (直列操作方式の場合)

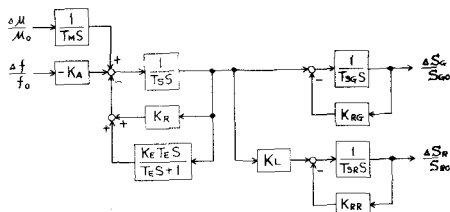


図-20 2種類の主サーボモータを有する調速機の伝達函数 (2) (並列操作方式の場合)

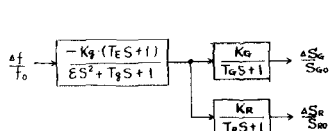


図-21 2種類の主サーボモータを有する調速機の等価伝達函数(2) (並列操作方式の場合)

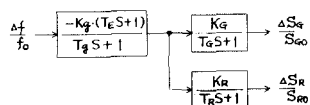


図-22 2種類の主サーボモータを有する調速機の近似伝達函数(2) (並列操作方式の場合)

§ 6 発電機および電力系統の伝達函数

発電機および電力系統の伝達函数は、発電機、電力系統の運転状態によつて異なるばかりでなく、1機系、或いは、2機系（3機以上の系はすべて2機系に等価置換できる）と考えるか、また、AVR励磁系を考慮するか否かによつても異なるのである。（こゝでは、AVR励磁系は考慮しない場合について述べる。）

1. 無負荷運転時 a)

$$T_m S \cdot (\Delta n / n_0) = (\Delta C - \Delta L_t) / C_0$$

$$T_m \equiv M / C_0, \quad C \equiv 9.8 q H_e$$

$$L_t = L_t(n, S_N, H_e) \text{ (I) } \text{or} L_t(n, q, H_e) \text{ (II) } \text{or} L_t(n, C, H_e) \text{ (I')} \quad \text{(ベルトン水車)}$$

$$L_t = L_t(n, S_G, H_e) \text{ (I) } \text{or} L_t(n, q, H_e) \text{ (II) } \text{or} L_t(n, C, H_e) \text{ (I')} \quad \text{(フランス型水車)}$$

$$L_t = L_t(n, S_G, S_R, H_e) \text{ (I) } \text{or} L_t(n, q, S_R, H_e) \text{ (II) } \text{or} L_t(n, C, S_R, H_e) \text{ (I')} \quad \text{(カプラン水車)}$$

... (16)

こゝで、 C ：理論出力、 L_t ：電気機械系の全損失、 M ：発電機等の慣性定数

2. 負荷運転時（2機系と考えた場合） a)

$$T_{m1} S \cdot (\Delta f_1 / f_0) = \{ (\Delta P_{g1} - \Delta L_1) / P_{g10} \} - (T_{12} / S) \cdot \{ (\Delta f_1 - \Delta f_2) / f_0 \}$$

$$T_{m2} S \cdot (\Delta f_2 / f_0) = \{ (\Delta P_{g2} - \Delta L_2) / P_{g10} \} + (T_{12} / S) \cdot \{ (\Delta f_1 - \Delta f_2) / f_0 \}$$

$$T_{m1} \equiv M / P_{g10}, T_{m2} \equiv \sum_{i \neq 1} M_i / P_{g10}, P_{g1} = P_{t1} \cdot \eta_{g1}, \eta_{g1} = \eta_{g1}(f_1, P_{g1})$$

$$\Delta P_{g2} / P_{g10} \equiv G_{g2} \cdot (\Delta f_2 / f_0), \Delta P_{g2} \equiv \sum_{i \neq 1} \Delta P_{gi}, G_{g2} \equiv \sum_{i \neq 1} G_{gi} \quad (17)$$

$$\Delta L_j / P_{g10} \equiv G_{Lj} \cdot (\Delta f_j / f_0) + (\Delta \tilde{L}_j / P_{g10})$$

$$\Delta L_2 \equiv \sum_{i \neq 1} \Delta L_i, G_{L2} \equiv \sum_{i \neq 1} G_{Li} \quad (i: 1, 2, \dots, n; j: 1, 2)$$

こゝで、 P_g および η_g ：発電機の出力および効率、 L ：負荷、 T_{12} ：送電線の同期化力、

G_g および G_L ：调速機および負荷の伝達函数

b) $G_{g2} \div -K_{g2}$ および $G_{Lj} \div K_{Lj}$ と考えた場合（近似式）

$$(1/G_{m1}) \cdot (\Delta f_1 / f_0) = \{ (\Delta P_{g1} - \Delta \tilde{L}_1) / P_{g10} \} - (T_{12} / S) \cdot \{ (\Delta f_1 - \Delta f_2) / f_0 \}$$

$$(1/G_{m2}) \cdot (\Delta f_2 / f_0) = -(\Delta \tilde{L}_2 / P_{g10}) + (T_{12} / S) \cdot \{ (\Delta f_1 - \Delta f_2) / f_0 \}$$

$$G_{mj} \equiv K_{mj} / (T'_{mj} S + 1), \eta_{g1} \div \eta_{g1}(P_{g1}), K_{m1} \equiv 1/K_{L1}, T'_{m1} \equiv T_{m1} / K_{L1} \quad (18)$$

$$K_{m2} \equiv 1/K_{s2}, T'_{m2} \equiv T_{m2} / K_{s2}, K_{s2} \equiv K_{L2} + K_{g2}$$

こゝで、 K_L ：負荷の周波数特性定数、 K_g ：系統特性定数

3. 負荷運転時（1機系と考えた場合）（近似式）

$$(1/G_m) \cdot (\Delta f / f_0) = (\Delta P_{g1} - \Delta \tilde{L}) / P_{g10}, G_m \equiv K_n / (T'_m S + 1)$$

$$\eta_{g1} \div \eta_{g1}(P_{g1}), K_m \equiv 1/K_s, T'_m \equiv T_m / K_s, K_s \equiv K_{L1} + K_{s2}$$

$$T_m \equiv T_{m1} + T_{m2}, \Delta \tilde{L} \equiv \Delta \tilde{L}_1 + \Delta \tilde{L}_2 \quad \dots\dots\dots (19)$$

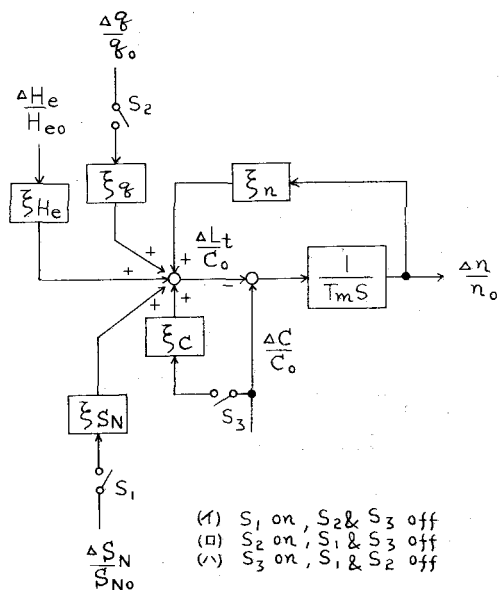
以上、(16)～(19)式から発電機および電力系統のブロック線図を描くと、それぞれ図-23～25、26、27および28～29の通りである。しかし、図-23～25、26～29において、それぞれ

$$\xi_x \equiv \{(\partial L_t / \partial x) / (L_t / x)\}_0, \quad \xi_y \equiv \{(\partial \eta_g / \partial y) / (\eta_g / y)\}_0 \dots\dots\dots (20)$$

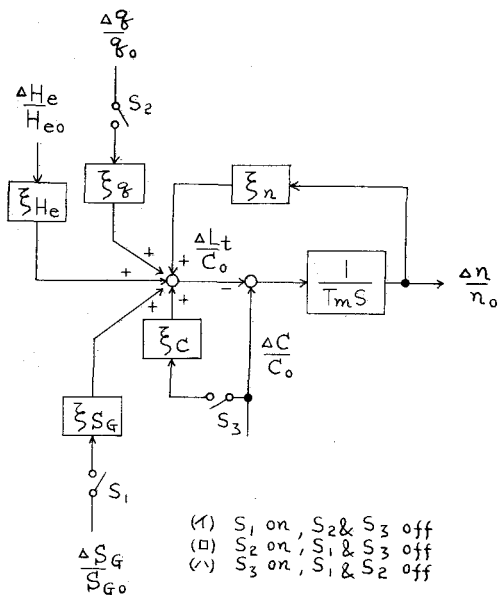
§ 7 あ と が き

本研究について御指導を賜った九大篠原謹爾教授および中大林泰造教授に感謝の意を表します。

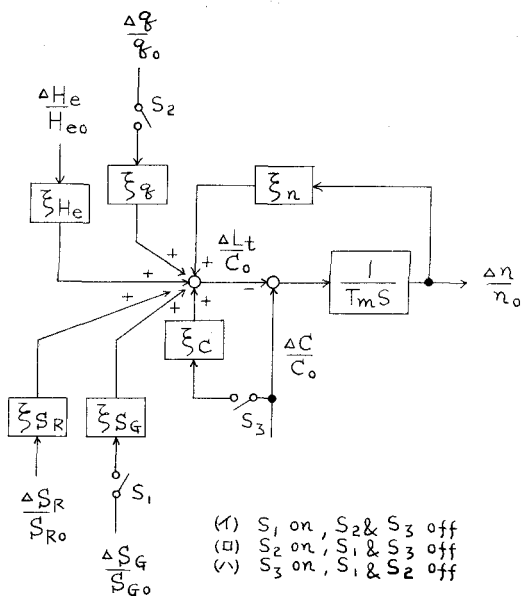
なお、次論文(2)を含めて研究の詳細は“発電水力”に連載される予定ですから参照して下さい。



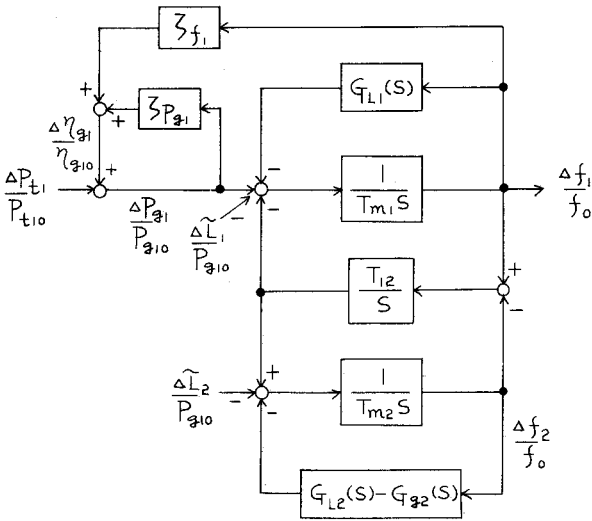
図一23 無負荷運転時の発電機の伝達函数
(ペルトン水車の場合)



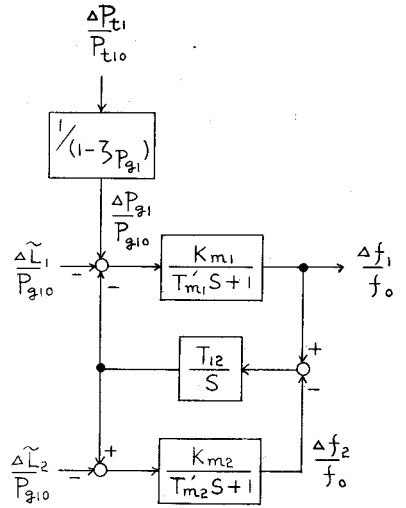
図一24 無負荷運転時の発電機の伝達函数
(フランシス型水車の場合)



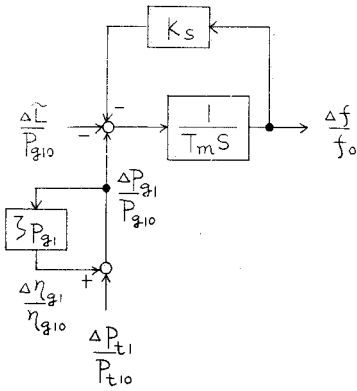
図一25 無負荷運転時の発電機の伝達函数
(カプラン水車の場合)



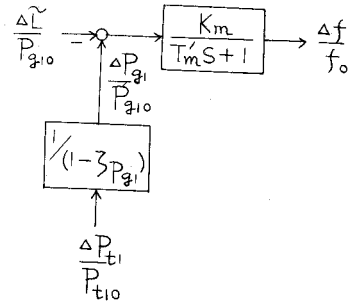
図一 26 負荷運転時の発電機および電力系統の伝達函数
(2機系と考えた場合)



図一 27 負荷運転時の発電機および電力系統の
近似伝達函数
(2機系と考えた場合)



図一 28 負荷運転時の発電機および電力
系統の伝達函数
(1機系と考えた場合)



図一 29 負荷運転時の発電機および電力
系統の等価伝達函数
(1機系と考えた場合)