

II-11 たわみ角—端モーメント関係式による二方向連続板の解法

九州大学 教授 山崎徳也

助手 樗木 武

学生 横田 漢

I. 緒言

連続板の理論解析に関する研究は、今日まで多くの人々によって行われてきた。有名なち相対する二辺にて単純支持される一方向連続板に関しては岡元北海⁽¹⁾、成岡昌天氏⁽²⁾等の研究があり、またポアソン比が零で、かつ等分布荷重を受ける二方向連続板に関しては東洋一氏⁽³⁾の研究がある。

著者等もまた連続板の解法に関して一連の研究を行、213頁、不論文はその第一報として任意等直荷重が作用する二方向等方性連続板の解法を提示するものである。すなわち板に関するポアソン比の項をも含めたたわみ角—端モーメント関係式を誘導し、これを用いて連続板を解くもの2nd、上記の成岡氏の一方向連続板はその特例として取り扱うこととなる。

II. たわみ角—端モーメント関係式の誘導

(1) 弾性曲面

等方性平板の基礎微分方程式は次式で表わされる。

$$\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} = \frac{p(x, y)}{D} \quad \text{----- (1)}$$

ただし w : 板の垂直たわみ, $p(x, y)$: 板に作用する任意等直荷重強度, $D = \frac{E h^3}{12(1-\nu^2)}$

E : 板の弾性係数, ν : ポアソン比, h : 板の厚み,

式(1)の特殊解を w_0 , 余函数を w_1 とすれば式(1)の一般解 w は次式で表わされる。

$$w = w_1 + w_0 \quad \text{----- (2)}$$

今 w_0 を次のごとく仮定する。 $w_0 = \sum_m \sum_n C_{mn} \sin \frac{m\pi}{a} x \sin \frac{n\pi}{b} y \quad \text{----- (3)}$

また $p(x, y)$ を二重正弦フーリエ級数で近似すれば次の通りである。

$$p(x, y) = \sum_m \sum_n R_{mn} \sin \frac{m\pi}{a} x \sin \frac{n\pi}{b} y \quad \text{----- (4)}$$

式(3), 式(4)を式(1)に代入すれば, C_{mn} が求まり次のごとくなる。

$$C_{mn} = \frac{R_{mn}}{D \pi^4 \left(\frac{m^2}{a^2} + \frac{n^2}{b^2} \right)^2} \quad \text{----- (5)}$$

他方 w_1 に関しては次式を仮定する。

$$w_1 = \sum_m Y_m(y) \sin \frac{m\pi}{a} x + \sum_n X_n(x) \sin \frac{n\pi}{b} y \quad \text{----- (6)}$$

式(6)を式(1)の付次方程式に代入すれば, $X_n(x)$, $Y_m(y)$ とし次式をうる。

$$X_n(x) = (A_n^1 + B_n^1 x) \sinh \frac{m\pi}{a} x + (C_n^1 + D_n^1 x) \cosh \frac{m\pi}{a} x, \quad Y_m(y) = (A_m^1 + B_m^1 y) \sinh \frac{m\pi}{b} y + (C_m^1 + D_m^1 y) \cosh \frac{m\pi}{b} y \quad \text{----- (7)}$$

以上式(2), (3), (5), (6), (7)より等方性平板の弾性曲面 w がえられ次式となる。

$$w = \sum_m \left\{ (A_m^1 + B_m^1 y) \sinh \frac{m\pi}{b} y + (C_m^1 + D_m^1 y) \cosh \frac{m\pi}{b} y \right\} \sin \frac{m\pi}{a} x + \sum_n \left\{ (A_n^1 + B_n^1 x) \sinh \frac{n\pi}{a} x + (C_n^1 + D_n^1 x) \cosh \frac{n\pi}{a} x \right\} \sin \frac{n\pi}{b} y + \sum_m \sum_n \frac{R_{mn}}{D \pi^4 \left(\frac{m^2}{a^2} + \frac{n^2}{b^2} \right)^2} \sin \frac{m\pi}{a} x \sin \frac{n\pi}{b} y \quad \text{----- (8)}$$

ただし $A_n^1 \sim D_m^1$, $A_m^1 \sim D_n^1$ は境界条件より求まる積分定数である。

(2) たわみ角—端モーメント関係式の誘導(I)

図-1に示すごとく四辺単純支持の矩形板に任意無直荷重
 p は用ならぬ、端モーメント M_A, M_B, M_C, M_D が作用し、それぞれの辺
 の各点に下 $\delta_A, \delta_B, \delta_C, \delta_D$ が起す場合の境界条件は次のごとくであ
 る。

$$\begin{aligned} x=0: (w)_{x=0} &= \delta_A = \sum_n \delta_{An} \sin \frac{n\pi}{a} y, \quad -D \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right)_{x=0} = M_A = \sum_n M_{An} \sin \frac{n\pi}{a} y, \\ x=a: (w)_{x=a} &= \delta_B = \sum_n \delta_{Bn} \sin \frac{n\pi}{a} y, \quad -D \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right)_{x=a} = M_B = \sum_n M_{Bn} \sin \frac{n\pi}{a} y, \\ y=0: (w)_{y=0} &= \delta_C = \sum_m \delta_{Cm} \sin \frac{m\pi}{a} x, \quad -D \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right)_{y=0} = M_C = \sum_m M_{Cm} \sin \frac{m\pi}{a} x, \\ y=b: (w)_{y=b} &= \delta_D = \sum_m \delta_{Dm} \sin \frac{m\pi}{a} x, \quad -D \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right)_{y=b} = M_D = \sum_m M_{Dm} \sin \frac{m\pi}{a} x, \end{aligned} \quad \text{----- (9)}$$

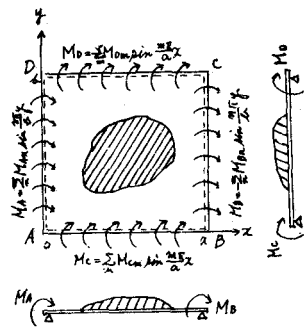


図-1

式(9)に式(8)を代入してえられる諸式を連立に解けば、 A_m^Y 、

$\sim D_m^Y$, $A_n^X \sim D_n^X$ が求められ、次式のごとくなる。

$$\begin{aligned} A_n^Y &= -\frac{b(M_{Cn} + M_{Dn} \cosh \lambda_n)}{2D\alpha_n \sinh \lambda_n} - \frac{\delta_{Cn}}{2 \sinh \lambda_n} \left\{ \frac{(1-\nu)\lambda_n}{2} + \cosh \lambda_n \right\} + \frac{\delta_{Dn}}{2 \sinh \lambda_n} \left\{ \frac{(1-\nu)\lambda_n \cosh \lambda_n}{2} + 1 \right\} \\ B_n^Y &= -\frac{M_{Cn}}{2D\alpha_n} - \frac{(1-\nu)\alpha_n}{2} \delta_{Cn}, \quad C_n^Y = \delta_{Cn}, \quad D_n^Y = \frac{M_{Cn} \cosh \lambda_n + M_{Dn}}{2D\alpha_n \sinh \lambda_n} + \frac{(1-\nu)\alpha_n}{2 \sinh \lambda_n} (\delta_{Cn} \cosh \lambda_n - \delta_{Dn}) \\ A_n^X &= -\frac{a(M_{An} + M_{Bn} \cosh \beta_n)}{2D\beta_n \sinh \beta_n} - \frac{\delta_{An}}{2 \sinh \beta_n} \left\{ \frac{(1-\nu)\beta_n}{2} + \cosh \beta_n \right\} + \frac{\delta_{Bn}}{2 \sinh \beta_n} \left\{ \frac{(1-\nu)\beta_n \cosh \beta_n}{2} + 1 \right\} \\ B_n^X &= -\frac{M_{An}}{2D\beta_n} - \frac{(1-\nu)\beta_n}{2} \delta_{An}, \quad C_n^X = \delta_{An}, \quad D_n^X = \frac{M_{An} \cosh \beta_n + M_{Bn}}{2D\beta_n \sinh \beta_n} + \frac{(1-\nu)\beta_n}{2 \sinh \beta_n} (\delta_{An} \cosh \beta_n - \delta_{Bn}) \end{aligned} \quad \text{----- (10)}$$

$$K \leq L \quad \alpha_n = \frac{n\pi}{a}, \quad \lambda_n = \frac{n\pi}{a} b, \quad \beta_n = \frac{n\pi}{a}, \quad \gamma_n = \frac{n\pi}{a} a$$

式(10)を式(8)に代入すれば、図-1のごとく矩形板の弾性曲面 w がえられることになる。

さて図-1に示す矩形板において AD, BC 辺における反りみ角は一般に γ の函数であり、
 AB, DC 辺における反りみ角は x の函数であるが、これらの反りみ角を代数函数で表わすこ
 とは困難であるゆえ、フーリエ級数展開で近似する。すなわち

$$\theta \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)_{x=0} = \sum_n \theta_{An} \sin \frac{n\pi}{a} y, \quad \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)_{x=a} = \sum_n \theta_{Bn} \sin \frac{n\pi}{a} y, \quad \left(\frac{\partial w}{\partial y} \right)_{y=0} = \sum_m \theta_{Cm} \sin \frac{m\pi}{a} x, \quad \left(\frac{\partial w}{\partial y} \right)_{y=b} = \sum_m \theta_{Dm} \sin \frac{m\pi}{a} x \quad \text{----- (11)}$$

他方式(8)の x, y の第一次微係数を取り、各辺の座標値を代入すればそれぞれの辺に関する
 反りみ角がえられるゆえ、これを式(11)の各式左辺に代入しかつ、式(10)の結果を用いれば
 $\theta_{An}, \theta_{Bn}, \theta_{Cm}, \theta_{Dm}$ と $M_{An}, M_{Bn}, M_{Cm}, M_{Dm}, \delta_{An}, \delta_{Bn}, \delta_{Cm}, \delta_{Dm}$ との関係式が求まり、これを演算の上
 整理すれば、図-1のごとく矩形板で構成される二方向連続板の解法に用いる反りみ角—
 端モーメント関係式が次のごとくえられる。

$$\begin{aligned} \theta_{An} &= \frac{M_{An}}{D\beta_n} C(\beta_n) + \frac{M_{Bn}}{D\beta_n} d(\beta_n) + \sum_m \frac{M_{Cm}}{D\beta_n} \Delta(\alpha_m, \beta_n) + \sum_m \frac{(-1)^m M_{Dm}}{D\beta_n} \Delta(\alpha_m, \beta_n) - \beta_n g(\beta_n) \delta_{An} \\ &\quad + \beta_n h(\beta_n) \delta_{Bn} + \sum_m \frac{\delta_{Cm}}{\beta_n} t(\alpha_m, \beta_n) - \sum_m \frac{(-1)^m \delta_{Dm}}{\beta_n} t(\alpha_m, \beta_n) + \sum_m \alpha_m f_{mn}, \\ \theta_{Bn} &= \frac{M_{An}}{D\beta_n} d(\beta_n) + \frac{M_{Bn}}{D\beta_n} C(\beta_n) + \sum_m \frac{(-1)^m M_{Cm}}{D\beta_n} \Delta(\alpha_m, \beta_n) + \sum_m \frac{(-1)^{m+n} M_{Dm}}{D\beta_n} \Delta(\alpha_m, \beta_n) - \beta_n h(\beta_n) \delta_{An} \\ &\quad + \beta_n g(\beta_n) \delta_{Bn} + \sum_m \frac{(-1)^m \delta_{Cm}}{\beta_n} t(\alpha_m, \beta_n) - \sum_m \frac{(-1)^{m+n} \delta_{Dm}}{\beta_n} t(\alpha_m, \beta_n) + \sum_m (-1)^m \alpha_m f_{mn}, \\ \theta_{Cm} &= \sum_n \frac{M_{An}}{D\alpha} \Delta(\alpha_m, \beta_n) + \sum_n \frac{(-1)^n M_{Bn}}{D\alpha} \Delta(\alpha_m, \beta_n) + \frac{M_{Cm}}{D\alpha_m} C(\alpha_m) + \frac{M_{Dm}}{D\alpha_m} d(\alpha_m) + \sum_n \frac{\delta_{An}}{\alpha} t(\alpha_m, \beta_n) \\ &\quad - \sum_n \frac{(-1)^n \delta_{Bn}}{\alpha} t(\alpha_m, \beta_n) - \alpha_m g(\alpha_m) \delta_{Cm} + \alpha_m h(\alpha_m) \delta_{Dm} + \sum_n \beta_n f_{mn}, \\ \theta_{Dm} &= \sum_n \frac{(-1)^n M_{An}}{D\alpha} \Delta(\alpha_m, \beta_n) + \sum_n \frac{(-1)^{n+m} M_{Bn}}{D\alpha} \Delta(\alpha_m, \beta_n) + \frac{M_{Cm}}{D\alpha_m} d(\alpha_m) + \frac{M_{Dm}}{D\alpha_m} C(\alpha_m) + \sum_n \frac{(-1)^n \delta_{An}}{\alpha} t(\alpha_m, \beta_n) \\ &\quad - \sum_n \frac{(-1)^{m+n} \delta_{Bn}}{\alpha} t(\alpha_m, \beta_n) - \alpha_m h(\alpha_m) \delta_{Cm} + \alpha_m g(\alpha_m) \delta_{Dm} + \sum_n (-1)^n \beta_n f_{mn}, \end{aligned} \quad \text{----- (12)}$$

$$F \leq L \quad C(\gamma_n) = \frac{-\gamma_n + \sinh \lambda \gamma_n \cosh \lambda \gamma_n}{2 \sinh^2 \lambda \gamma_n}, \quad d(\gamma_n) = \frac{-\gamma_n \cosh \lambda \gamma_n + \sinh \lambda \gamma_n}{2 \sinh^2 \lambda \gamma_n}, \quad \Delta(\alpha_m, \beta_n) = \frac{2 \alpha_m \beta_n}{(\alpha_m^2 + \beta_n^2)^2},$$

$$g(\gamma_n) = \frac{1}{2 \sinh \lambda \gamma_n} \left\{ (1+\nu) \cosh \lambda \gamma_n + \frac{(1-\nu) \gamma_n}{\sinh \lambda \gamma_n} \right\}, \quad h(\gamma_n) = \frac{1}{2 \sinh \lambda \gamma_n} \left\{ 1+\nu + \frac{(1-\nu) \gamma_n \cosh^2 \lambda \gamma_n}{\sinh \lambda \gamma_n} \right\}$$

$$t(\alpha_m, \beta_n) = \frac{2 \alpha_m \beta_n}{\alpha_m^2 + \beta_n^2} \left\{ 1 + \frac{(1-\nu) \alpha_m^2}{\alpha_m^2 + \beta_n^2} \right\},$$

(3) 片方み角一端モーメント関係式の誘導(II)

図-2に示す二と三辺単純支持，一辺自由な矩形板に任意垂直荷重 $p(x, y)$ および C の単純支持辺に端モーメント M_A, M_B, M_D が作用し，支点沈下 $\delta_A, \delta_B, \delta_D$ を起す場合の境界条件は次の通りである。

$$x=0: (w)_{x=0} = \delta_A = \sum_n \delta_{An} \sin \frac{n\pi}{2} y, \quad -D \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right)_{x=0} = M_A = \sum_n M_{An} \sin \frac{n\pi}{2} y,$$

$$x=a: (w)_{x=a} = \delta_B = \sum_n \delta_{Bn} \sin \frac{n\pi}{2} y, \quad -D \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right)_{x=a} = M_B = \sum_n M_{Bn} \sin \frac{n\pi}{2} y,$$

$$y=0: (w)_{y=0} = 0, \quad -D \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right)_{y=0} = 0,$$

$$y=b: (w)_{y=b} = \delta_D = \sum_m \delta_{Dm} \sin \frac{m\pi}{2} x, \quad -D \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right)_{y=b} = M_D = \sum_m M_{Dm} \sin \frac{m\pi}{2} x,$$

----- (13)

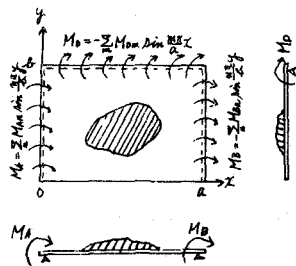


図-2

式(13)を式(8)を代入してえられる諸式を連立し解けば， $A_n^x \sim D_n^x$

は式(10)と同じ結果になり， $A_n^y \sim D_n^y$ は次式の二とくえられる。

$$A_n^y = -\frac{B(\gamma_n)}{\alpha_n^2 A(\gamma_n)} \left\{ \sum_n \frac{2 \alpha_m \beta_n}{D A (\alpha_m^2 + \beta_n^2)^2} \{ (2-\nu) \alpha_m^2 + \beta_n^2 \} M_{An} + (1-\nu) M_{Dn} \right\} + \sum_n \frac{2 \alpha_m^2 \beta_n^2 (1-\nu)^2}{A (\alpha_m^2 + \beta_n^2)^2} \{ \delta_{An} - (1-\nu) \delta_{Dn} \} + \sum_n \{ (2-\nu) \alpha_m^2 \beta_n + \beta_n^3 \} f_{m,n}$$

$$+ \left\{ \frac{1}{1-\nu} - \frac{B(\gamma_n)}{A(\gamma_n)} \right\} \left\{ \frac{C(\gamma_n)}{D \alpha_n^2 2 \cosh \lambda \gamma_n \sinh \lambda \gamma_n} M_{Dn} + \frac{(1-\nu) \gamma_n}{2 \cosh \lambda \gamma_n} \delta_{Dn} \right\}$$

$$B_n^y = -\frac{D(\gamma_n)(1-\nu)}{C(\gamma_n)} \left\{ \sum_n \frac{2 \alpha_m \beta_n}{D A (\alpha_m^2 + \beta_n^2)^2} \{ (2-\nu) \alpha_m^2 + \beta_n^2 \} M_{An} + (1-\nu) M_{Dn} \right\} + \sum_n \frac{2 \alpha_m^2 \beta_n^2 (1-\nu)^2}{A (\alpha_m^2 + \beta_n^2)^2} \{ \delta_{An} - (1-\nu) \delta_{Dn} \} + \sum_n \{ (2-\nu) \alpha_m^2 \beta_n + \beta_n^3 \} f_{m,n}$$

$$+ \frac{C(\gamma_n)}{D \alpha_n^2 2 \cosh \lambda \gamma_n \sinh \lambda \gamma_n} \left(\frac{D(\gamma_n)}{A(\gamma_n)} - \frac{\sinh \lambda \gamma_n}{1-\nu} \right) M_{Dn} + \left\{ 1 + \frac{(1-\nu) \gamma_n D(\gamma_n)}{2 \cosh \lambda \gamma_n A(\gamma_n)} - \frac{(1-\nu) \gamma_n \sinh \lambda \gamma_n}{2 \cosh \lambda \gamma_n} \right\} \delta_{Dn}$$

$$C_n^y = \frac{2}{C(\gamma_n)} \left\{ \frac{D(\gamma_n)}{\alpha_n^2 A(\gamma_n)} \left\{ \sum_n \frac{2 \alpha_m \beta_n}{D A (\alpha_m^2 + \beta_n^2)^2} \{ (2-\nu) \alpha_m^2 + \beta_n^2 \} M_{An} + (1-\nu) M_{Dn} \right\} + \sum_n \frac{2 \alpha_m^2 \beta_n^2 (1-\nu)^2}{A (\alpha_m^2 + \beta_n^2)^2} \{ \delta_{An} - (1-\nu) \delta_{Dn} \} + \sum_n \{ (2-\nu) \alpha_m^2 \beta_n + \beta_n^3 \} f_{m,n} \right\}$$

$$+ \frac{C(\gamma_n)}{D \alpha_n^2 2 \cosh \lambda \gamma_n \sinh \lambda \gamma_n} \left(\frac{D(\gamma_n)}{A(\gamma_n)} - \frac{\sinh \lambda \gamma_n}{1-\nu} \right) M_{Dn} + \left\{ 1 + \frac{(1-\nu) \gamma_n D(\gamma_n)}{2 \cosh \lambda \gamma_n A(\gamma_n)} - \frac{\sinh \lambda \gamma_n (1-\nu) \gamma_n}{2 \cosh \lambda \gamma_n} \right\} \delta_{Dn}$$

$$D_n^y = \frac{\sinh \lambda \gamma_n \cosh \lambda \gamma_n}{\alpha_n^2 A(\gamma_n)} \left\{ \sum_n \frac{2 \alpha_m \beta_n}{D A (\alpha_m^2 + \beta_n^2)^2} \{ (2-\nu) \alpha_m^2 + \beta_n^2 \} M_{An} + (1-\nu) M_{Dn} \right\} + \sum_n \frac{2 \alpha_m^2 \beta_n^2 (1-\nu)^2}{A (\alpha_m^2 + \beta_n^2)^2} \{ \delta_{An} - (1-\nu) \delta_{Dn} \} + \frac{(1-\nu) \alpha_n^2 \gamma_n}{2 \cosh \lambda \gamma_n} \delta_{Dn}$$

$$+ \frac{D(\gamma_n) \sinh \lambda \gamma_n \cosh \lambda \gamma_n}{D \alpha_n^2 2 \cosh \lambda \gamma_n \sinh \lambda \gamma_n} M_{Dn} + \sum_n \{ (2-\nu) \alpha_m^2 \beta_n + \beta_n^3 \} f_{m,n}$$

----- (14)

$$F \leq L \quad B(\gamma_n) = \lambda \gamma_n + \frac{2 \sinh \lambda \gamma_n \cosh \lambda \gamma_n}{1-\nu}, \quad A(\gamma_n) = (3+\nu) \sinh \lambda \gamma_n \cosh \lambda \gamma_n + \lambda \gamma_n (1-\nu),$$

$$C(\gamma_n) = 2 \cosh \lambda \gamma_n - \lambda \gamma_n (1-\nu) \sinh \lambda \gamma_n, \quad D(\gamma_n) = \frac{2 \sinh \lambda \gamma_n \cosh \lambda \gamma_n}{1-\nu} - \lambda \gamma_n \sinh^2 \lambda \gamma_n,$$

式(8)に式(10)の $A_n^x \sim D_n^x$ および式(14)の $A_n^y \sim D_n^y$ を代入すると，図-2の二と三矩形板の弾性曲面 w がえられる二ととなる。

そこで式(14)と同様に，各支持辺の片方み角を次の二とく近似する。

$$\left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)_{x=0} = \sum_n \theta_{An} \sin \frac{n\pi}{2} y, \quad \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)_{x=a} = \sum_n \theta_{Bn} \sin \frac{n\pi}{2} y, \quad \left(\frac{\partial w}{\partial y} \right)_{y=0} = \sum_m \theta_{Dm} \sin \frac{m\pi}{2} x \quad \text{----- (15)}$$

式(15)に式(8)，式(10)の $A_n^x \sim D_n^x$ および式(14)の $A_n^y \sim D_n^y$ を代入すれば，図-2の二と三矩形板を構成される二方向連続板の解法に用いる片方み角一端モーメント関係式が次の二とくえられる。

$$\theta_{An} = \sum_m \sum_n \frac{8 E(\alpha_m, \beta_n)}{D A \lambda \gamma_n G(\alpha_m, \beta_n)^2 A(\gamma_n)} M_{An} + \frac{M_{Dn}}{D \beta_n} C(\gamma_n) + \sum_m \sum_n \frac{8 (1-\nu)^m E(\alpha_m, \beta_n)}{D A \lambda \gamma_n G(\alpha_m, \beta_n)^2 A(\gamma_n)} M_{Bn} + \frac{M_{Dn}}{D \beta_n} d(\gamma_n)$$

$$+ \sum_m \frac{1}{2 D \alpha_m G(\alpha_m, \beta_n) A(\gamma_n)} \left\{ \frac{4 (1-\nu) \alpha_m^2 \beta_n}{\beta_n G(\alpha_m, \beta_n)} Q(\gamma_n) - H(\alpha_m, \beta_n) \right\} M_{Dn} + \sum_m \sum_n \frac{8 F(\alpha_m, \beta_n)}{\lambda \gamma_n A(\gamma_n) G(\alpha_m, \beta_n)^2 A(\gamma_n)} \delta_{An} - \beta_n g(\gamma_n) \delta_{Dn}$$

$$- \sum_m \sum_n \frac{8 (1-\nu)^m E(\alpha_m, \beta_n)}{\lambda \gamma_n A(\gamma_n) G(\alpha_m, \beta_n)^2 A(\gamma_n)} \delta_{An} + \beta_n h(\gamma_n) \delta_{Dn} + \sum_m \sum_n \frac{2 \alpha_m \beta_n \{ (1-\nu) \cosh \lambda \gamma_n - 1 \}}{\beta_n A(\gamma_n) G(\alpha_m, \beta_n)} I(\alpha_m, \beta_n) \delta_{Dn} + \sum_m \sum_n \frac{4 E(\alpha_m, \beta_n)}{\alpha_m \lambda \gamma_n G(\alpha_m, \beta_n)^2 A(\gamma_n)} f_{m,n} + \sum_m \delta_m f_{m,n}$$

$$\theta_{Bn} = \sum_m \sum_n \frac{8 (1-\nu)^m E(\alpha_m, \beta_n)}{D A \lambda \gamma_n G(\alpha_m, \beta_n)^2 A(\gamma_n)} M_{An} + \frac{M_{Dn}}{D \beta_n} d(\gamma_n) + \sum_m \sum_n \frac{8 E(\alpha_m, \beta_n)}{D A \lambda \gamma_n G(\alpha_m, \beta_n)^2 A(\gamma_n)} M_{Bn} + \frac{M_{Dn}}{D \beta_n} C(\gamma_n)$$

$$+ \sum_m \frac{(1-\nu)^m}{2 D \alpha_m G(\alpha_m, \beta_n) A(\gamma_n)} \left\{ \frac{4 (1-\nu) \alpha_m^2 \beta_n}{\beta_n G(\alpha_m, \beta_n)} Q(\gamma_n) - H(\alpha_m, \beta_n) \right\} M_{Dn} + \sum_m \sum_n \frac{8 (1-\nu)^m E(\alpha_m, \beta_n)}{\lambda \gamma_n A(\gamma_n) G(\alpha_m, \beta_n)^2 A(\gamma_n)} \delta_{An} - \beta_n h(\gamma_n) \delta_{Dn}$$

$$- \sum_m \sum_n \frac{8 F(\alpha_m, \beta_n)}{\lambda \gamma_n A(\gamma_n) G(\alpha_m, \beta_n)^2 A(\gamma_n)} \delta_{Dn} + \beta_n g(\gamma_n) \delta_{Dn} + \sum_m \sum_n \frac{2 (1-\nu) \alpha_m \beta_n \{ (1-\nu) \cosh \lambda \gamma_n - 1 \}}{\beta_n A(\gamma_n) G(\alpha_m, \beta_n)} I(\alpha_m, \beta_n) \delta_{Dn} + \sum_m \sum_n \frac{4 (1-\nu)^m E(\alpha_m, \beta_n)}{\alpha_m \lambda \gamma_n G(\alpha_m, \beta_n)^2 A(\gamma_n)} f_{m,n} + \sum_m f(1-\nu) \delta_m f_{m,n}$$

$$\begin{aligned} \theta_{pm} = & \sum_n \frac{2\beta_n}{DQ \cdot G(\alpha_n, \beta_n)} \left\{ (-1)^n \alpha_n - J(\alpha_n, \beta_n) \frac{K(\alpha_n)}{A(\alpha_n)} \right\} M_{pn} + \sum_n \frac{2(-1)^n \beta_n}{DQ \cdot G(\alpha_n, \beta_n)} \left\{ (-1)^n \alpha_n - J(\alpha_n, \beta_n) \frac{K(\alpha_n)}{A(\alpha_n)} \right\} M_{on} \\ & + \frac{(3+\nu)(1-\nu) \sinh^2 \lambda_m + 4 + \lambda_m^2 (1-\nu)^2}{2 DQ \alpha_n (1-\nu) \cdot A(\alpha_n)} M_{pm} + \sum_n \frac{2\alpha_n \beta_n}{Q \cdot G(\alpha_n, \beta_n)} \left\{ U(\alpha_n, \beta_n) - \beta_n^2 (1-\nu) \frac{K(\alpha_n)}{A(\alpha_n)} \right\} S_{pn} \\ & - \sum_n \frac{2(-1)^n \alpha_n \beta_n}{Q \cdot G(\alpha_n, \beta_n)} \left\{ U(\alpha_n, \beta_n) - \beta_n^2 (1-\nu) \frac{K(\alpha_n)}{A(\alpha_n)} \right\} S_{on} + \frac{\alpha_n V(\alpha_n)}{2 A(\alpha_n)} S_{pm} + \sum_n \beta_n \left\{ (-1)^n - \frac{J(\alpha_n, \beta_n) \cdot K(\alpha_n)}{\alpha_n \cdot A(\alpha_n)} \right\} f_{pm} \\ \text{ただし} \quad E(\alpha_n, \beta_n) = & \beta_n^2 \{ (2-\nu) \alpha_n^2 + \beta_n^2 \} \sinh^2 \lambda_m, \quad G(\alpha_n, \beta_n) = \alpha_n^2 + \beta_n^2, \quad H(\alpha_n, \beta_n) = \alpha_n^2 \beta_n^2 (1-\nu)^2 \{ (2-\nu) \alpha_n^2 + \beta_n^2 \} \sinh^2 \lambda_m \\ Q(\alpha_n) = & 2 \cosh \lambda_m \sinh \lambda_m + \{ \cosh \lambda_m - (-1)^n \} \{ (1+\nu) \sinh \lambda_m - (-1)^n \lambda_m (1-\nu) \}, \quad J(\alpha_n, \beta_n) = \frac{(2-\nu) \alpha_n^2 + \beta_n^2}{\alpha_n (1-\nu)} \\ H(\alpha_n, \beta_n) = & \frac{4\beta_n}{\alpha_n} (\lambda_m \cosh \lambda_m + \frac{1+\nu}{1-\nu} \sinh \lambda_m), \quad I(\alpha_n, \beta_n) = \lambda_m (1-\nu) (-1)^n - (3+\nu) \sinh \lambda_m - \frac{(3+\nu)(1-\nu) \alpha_n^2 \sinh^2 \lambda_m}{\alpha_n^2 + \beta_n^2} \\ K(\alpha_n) = & \lambda_m (1-\nu) \cosh \lambda_m + (1+\nu) \sinh \lambda_m, \quad U(\alpha_n, \beta_n) = (-1)^n \{ \alpha_n^2 + (2-\nu) \beta_n^2 \}, \\ V(\lambda_m) = & (1+\nu)(3+\nu) \sinh^2 \lambda_m - \lambda_m^2 (1-\nu)^2 \end{aligned} \quad (16)$$

Ⅳ. 連続板の解法

連続はりでは各節点における節点モーメントの釣合条件式と
 片方み角の連続条件式とを連立し解くことによりその解がえ
 られるが、本題の二方向連続板も同様の手法によって解まう
 る。すなわち図-3(a)に示す連続板において節線*i-i* (フレ
 ームの節点に該当し単位板の接線線と一致) における節線モ
 ーメントの釣合条件式が (図-3(a)参照) M_{ikn} は M_{ijn} のいかんか
 かかわらず成立せねばならぬことから次式をうる。

$$M_{ikn} + M_{ijn} = 0 \quad (17)$$

他方、節線*i-i*上の任意点における片方み角 θ_{ikn} , θ_{ijn} が M_{ikn}
 は M_{ijn} のいかんかかかわらず等しくなければならぬことから次
 式をうる。

$$\theta_{ikn} = \theta_{ijn} \quad (18)$$

式(17), および自由辺を含まない区間に対しては式(12)を、自由辺を含む区間に対しては式(16)
 を式(18)に代入してえられ3諸式を連立し解けば、二方向連続板が解けることとなる。

Ⅴ. 結言

Ⅳで与えられる連立方程式は、式(12), 式(16)の片方み角—端モーメント関係式から明らか
 となっており、簡単な多元一次連立方程式ではなくて未知数の単独項とその級数和の項との
 和で表わされるので、二方向連続板の解法は試算による収束計算を行う必要があり、かな
 り面倒であるが、電子計算機の発達した今日ではさして問題とあらはれなからぬ。

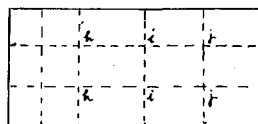
本論文に示した方法は二方向等方性連続板の解法であるが、さらに二方向直交異方性連
 続板および板ラウメン、また相対する辺が自由であることと一方向連続板等の解法にも適
 用することは可能であり、これらについては逐次発表の予定である。

(文献) (1) 岡元北海：弾性梁に支持される連続板の解法並びに弾性梁のねじりモーメントが連続板に及ぼす影響
 について；土木学会論文集第19号，昭和27年4月，北海道工試験所報告第15号，昭和34年7月

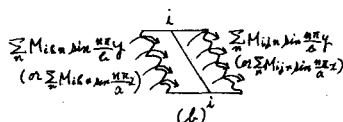
(2) 成岡昌夫：撓角法による一方向連続板の解法，土木学会論文集第4号，昭和24年6月

(3) 東洋一：連続板に関する研究(第1報)，建築学会研究報告第20号

連続板に関する研究(第2報)，建築学会研究報告第22号



(a)



(b)

図-3