I－1　繰返し荷重を受ける土の最適予備効果について

九州大学工学部　大学院　○羅　文鶴
同　山内豊聡

1. まえがき

道路または滑走路における輪荷重による応力の繰返し作用は、路床、路盤の強さ、変形などの性質に大きな影響を与え、路床、路盤の破壊の主な原因となる。しかし従来の静荷重方式による種々の力学試験では、このような土の繰返し荷重による疲労破壊の原因を究明するには困難かつ不十分である。最近はこのような事実に基づき、ようやくにして繰返し荷重を受ける土の性状に対する関心が高まり、多くのこの種の研究がなされつつある。

土は繰返し荷重を受けることによって、土粒子間隔が次第に縮まり、その結果土粒子が互に接触するので、土粒子はこれ以上接近せず、ある一定の大きさの応力または繰返し回数以上では一部の粒子間にすべり、すなわち亀裂が生じる。これらの亀裂が応力の繰返しにより漸次成長して破壊に導くのである。土粒子間隔が次第に縮まることは、土の加工硬化が進行中であるということであり、亀裂の発生はこのような加工硬化が限度に達しているということである。加工硬化の進行によって、土の変形に対する抵抗は増大するが、亀裂の発生後においては、土の変形に対する抵抗は減少する。したがって繰返し荷重の作用は土を強化または弱化することができ、云い代えれば、繰返し荷重の作用によって路床、路盤を強化することが可能になるのである。

本研究においては以上の考えに基づき、繰返し荷重を受ける土の疲労の過程に対して、微視的および巨視的考察を行ない、このような疲労の要素に基づいた、路床、路盤の強化のための、繰返し荷重を受ける土の最適予備効果およびその求め方について述べた。

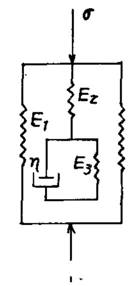
2. 繰返し荷重による土の疲労に対する考察

同じ大きさの繰返し、あるいは静的な荷重を土に与えると、土は変形を生じる。前者によって生じる変形は後者によるものより大きい。このことは土が荷重の繰返しによって疲労を生じ、その結果静荷重を受ける場合より大きい変形を起すことを示す。このようにして、土に対する繰返し荷重の影響を研究するには、まず荷重の繰返しによって起る疲労の現象を考察する必要がある。

2－1 レオロジー考察

繰返し荷重を受ける土の変形機構は実験結果より、完全弾性体と塑性体の組合わせからなるものと仮定できる。すなわち、土供試体は繰返し荷重を受けると、最初に完全弾性体と塑性体とが同時に作用して全ヒズミを生じ、除荷すると完全弾性体の作用による瞬間的回復ヒズミが生じる。土の巨視的変形は粒子間隔が互に接近し合うことであり、この過程において、土粒子間隔は次第に縮まり、加工硬化が進行する。この際粘弾性的遅延弾性は非常に小さいので無視することができる。さらに繰返し載荷回数の増加に従って、塑性的ヒズミの増加は減少し、ある一定の荷重下においては、土粒子は遂に接触

し、弾性的ヒズミのみとなる。この弾性的ヒズミは粒子間において生じるものであり、この場合加工硬化はすでに限度に達している。このような挙動は図－1.に示す力学的模型を持って表わすことができる。図－1.の模型は完全弾性体を表わす2個のバネ（弾性係数ともにE_1）とこのバネに結びつけるために1個のバネ（弾性係数E_2）を直列した粘弾性要素（弾性係数E_3、粘性係数η）を並列に組合わせたものである。降伏応力は繰返し荷重に比べて小さいので省略することにする。



図－1

いま外力すなわち繰返し荷重強さをσ、それによって生じるヒズミをε、各要素に生じる応力をそれぞれσ_1、σ_2、E_2は非常に小さいので省略すると、模型よりつぎの関係式が得られる。

$$\sigma_1 = E_1 \varepsilon \qquad (1)$$

$$\sigma_2 = E_3 \varepsilon + \eta \frac{d\varepsilon}{dt} \qquad (2)$$

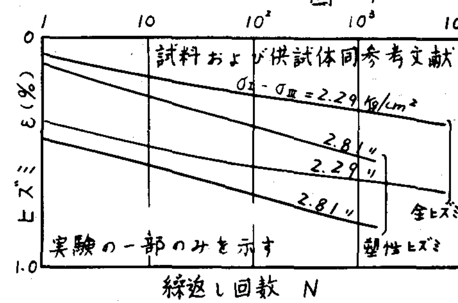
$$\sigma = \sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3 \qquad (3)$$

(1)と(2)を(3)に代入するとつぎの式が得られる。

$$\sigma = (2E_1 + E_3)\varepsilon + \eta \frac{d\varepsilon}{dt} \qquad (4)$$

(4)式より

$$\varepsilon = e^{-\frac{2E_1+E_3}{\eta}t}\left(\varepsilon_0 + \frac{1}{\eta}\int_0^t \sigma e^{\frac{2E_1+E_3}{\eta}t} dt\right) \qquad (5)$$



図－2

ε_0は$t=0$においてあらかじめ存在するヒズミである。$\sigma = const.$としてつぎの式が得られる。

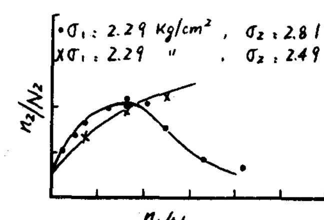
$$\varepsilon = \frac{\sigma}{2E_1+E_3} + \left(\varepsilon_0 - \frac{\sigma}{2E_1+E_3}\right) e^{-\frac{2E_1+E_3}{\eta}t} \qquad (6)$$

$\varepsilon_0 = 0$とすると

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{2E_1+E_3}\left(1 - e^{-\frac{2E_1+E_3}{\eta}}\right) \qquad (7)$$

除荷の際、$\sigma = 0$であるので

$$\varepsilon' = \frac{\sigma}{2E_1+E_3}\left(1 - e^{-\frac{2E_1+E_3}{\eta}}\right) e^{-\frac{2E_1+E_3}{\eta}t} \qquad (8)$$



図－4

繰返し荷重を受ける土のヒズミはすでに周知のように、全ヒズミ＝塑性的残留ヒズミ＋弾性的回復ヒズミで表わされるが、(7)式のεは繰返し載荷回数Nにおける全ヒズミと同じく$N-1$における塑性的残留ヒズミとの差を表わし、(8)式におけるε'は繰返し載荷回数$N-1$より同じくNまでの残留ヒズミの増加量を表わす。(7)式および(8)式において、粘性係数ηの値は非常に大きく，したがって両者はつぎのようになる。

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{2E_1+E_3} \qquad (7)'$$

$$\varepsilon' = \frac{\sigma}{2E_1+E_3} e^{-\frac{2E_1+E_3}{\eta}t} \ll 1 \qquad (8)'$$

このことは、土は安全繰返し荷重以下の荷重による有限回の繰返しではほとんど弾性的挙動を示すことを意味する。

2－2　巨視的考察

土供試体に対して繰返し載荷試験を行ない、図－2に示すようなヒズミ ε と繰返し載荷回数 N（対数値）の関係曲線が得られた。すでに周知のように、土供試体はある荷重強さ以下では、最初ほど変形の増加量は大きく、繰返し載荷回数の増加に従って変形の増加率は除々に減少する。このため $\varepsilon\cdot\log N$ 曲線はほぼ直線になり、またそれぞれ荷重強さを異にする $\varepsilon\cdot\log N$ 曲線はたがいにほぼ平行である。この直線的関係は繰返し回数が増加するに従ってその正確さを増す。したがってこの段階において、繰返し荷重を受ける土のヒズミに対してつぎのような取り扱いが可能である。いま1回の載荷によって生じたヒズミを

$$\varepsilon_1 = \int_0^P r\,dt \tag{9}$$

とすると、N 回の載荷による最終ヒズミ量はつぎのようにして表わすことができる。

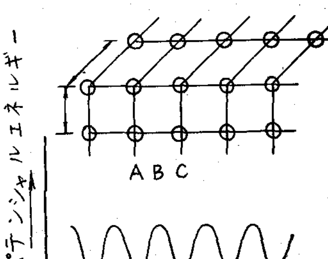
$$\varepsilon_N = N\int_0^P r\,dt \tag{10}$$

ここに、P は1周期における載荷時間、r はヒズミ発生の速度、N は繰返し載荷回数である。なお、各周期における各荷重強さは互に独立的であると仮定する。しかし供試体内部に亀裂を生じさせるような荷重強さ（図－2中においては省略されている）では繰返し載荷回数の増加にしたがって、ヒズミの増加の割合は急激に、しかも不規則的に増加するので、上述の関係は成立しない。

2－3　微視的考察

土は多くの微粒子からなり、初期状態にある微粒子ないし微粒子集団と活性体とが、つねに平行を保持しているという基本仮定に基づくことによって、統計力学的考察が可能となる。

土は多くの微粒子からなるマトリックスの集合体であるとし，土供試体の変形はこれらの微粒子の微視的仮定の巨視的効果としての現われであると仮定する。いま土は均一且つ等方性体であると仮定すると，その微粒子の配列は図－3に示すようになる。微粒子列間および移動方向の微粒子間隔はいづれも a である。



図－3

移動方向に沿った単位長にて ζ 個の微粒子が直列に存在し、移動方向に直角な単位断面には f 個の微粒子が並列に存在しているものと仮定する。いま移動方向に沿った1列の微粒子について考えてみると、A、C、なる位置では各微粒子に作用する力は零であり、B なる位置における作用力も対称の関係からして同じく零である。すなわちA、Cなる位置において微粒子は安定状態にあり、B なる位置において、微粒子は不安定状態にある。土供試体の変形は移動方向に直角なある断面にある微粒子群が、同時に一つの安定位置からつぎの安定位置に移動することによって生じるものとする（以下においては、この断面を移動面と呼ぶ）。このためにはポテンシャルエネルギーの障

壁または山をこえなければならない。この障壁の概念はすでに1889年にArrheniusによって導入され、一般に速度過程と呼ばれている。後にEryingたちによってさらに発展され、今日において絶対反応論としてよく知られている。

いま材料における転位論に基づいて、繰返し荷重を受ける土の変形過程をつぎのように説明することができる。土は応力を受けると変形を生ずるが、すべての移動面が応力の方向に沿って同時移動することは不可能である。土供試体は外力を受けると、応力は最初にその接圧部、すなわち端部に発生し、ひきつづき連続的にある速さをもって中心部へ進んで行く。したがって移動面の移動も同じく最初に端部にて発生し、ひきつづきある一定の速さをもって中心部へ進んで行くと考えなければならない。そこですでに移動した部分とまだ移動していない部分との境界が存在し、このような現象を金属の場合と同様にして転位と定義することができる。土の変形は図−3に示すようにマトリックス中の移動方向に直角な断面、すなわち移動面にあるすべての微粒子の同時移動によってこのような転位が生じておこるものと解釈できる。したがって繰返し荷重を受ける土の変形はその累積であり、1回の載荷によって生じたヒズミを $\varepsilon_1=\int_0^P r\,dt$ で表わすと、N回の載荷による最終ヒズミ量は、ある範囲内において(10)式と同様に $\varepsilon_N=N\int_0^P r\,dt$ をもって表わすことができる。rは転位の発生速度を表わす。

2-4 疲労曲線の誘導

いまかりに転位の発生速度をEryingの速度論にならって $r=\left(\frac{KT}{h}\right)\exp\left(-\frac{\Delta F-\alpha\sigma}{KT}\right)$ として、(10)式に代入し、その両辺を対数に取るとつぎのようになる。

$$\log_e \varepsilon_N=\log_e N+\log_e\frac{KT}{h}+\log_e\int_0^P \exp\left(-\frac{\Delta F-\alpha\sigma}{KT}\right)dt \qquad (11)$$

ここに K＝ボルツマン常数、h＝プランク常数、T＝絶対温度、ΔF＝活性化自由エネルギー

(11)式より $2.3\log\varepsilon_N=2.3\log N+2.3\log\frac{KT}{h}-\frac{\Delta F}{KT}+\frac{\alpha}{KT}\sigma+2.3\log P$

$$\sigma=\frac{2.3KT}{\alpha}\log\frac{\varepsilon_N h}{KTP}+\frac{\Delta F}{\alpha}-\frac{2.3KT}{\alpha}\log N$$

$$\therefore\ \sigma=a-b\log N \quad (12) \quad ここに\ a=\frac{2.3KT}{\alpha}\log\frac{\varepsilon_N h}{KTP}+\frac{\Delta F}{\alpha},\ b=\frac{2.3KT}{\alpha}$$

このようにして、荷重強さと許容ヒズミに達するまでの繰返し載荷回数N(対数)との関係は直線関係になることは、土の変形を予測する方法の適用に便利である。土に対する転位の発生速度rは別に求めなければならない。

3. 最適予備効果

土は繰返し荷重を受けて疲労すると種々の物理的あるいは機械的性質に変化をきたす。たとえば降伏応力の変化などである。しかしすでに述べたように、土は脆性破壊を起こすので、繰返し荷重を受けるような支持用土構造物の安定を論ずる場合、降伏応力の増加をもって、このような土の寿命を表わすことは危険かつ不適切である。土の疲労は土が安全繰返し荷重以上の荷重によって、ある一定のヒズミに達するまでの寿命が問題であり、したがってこの寿命の低下率または増加率をもって表わす可きである。いま荷重をもっとも簡単な2段階荷重、すなわち2種の荷重が1本の土供試体に対して順次連続的に作用する場合について考えてみる。2種の荷重をそれぞれ $\sigma_1<\sigma_2$、それぞれに対する許容繰返し回数を $N_1>N_2$、適用回数をそれぞれ n_1、n_2 とする。いまもしも土の変形が繰返し回数とともに直線的に進行すると仮定すれば、つぎの関係式が得られる。

$$\Sigma\frac{n}{N}=\frac{n_1}{N_1}+\frac{n_2}{N_2}=1 \qquad (13)$$

しかし(13)式の関係は一般には成立せず、1次荷重の大きさ、その適用回数、2次応力の大きさ、その繰返しによって土がある一定の変形に達するまでの適用回数の4個の因子によって異なった値を示す。

いま実際問題として、路床、路盤の強化を図る場合、ある一定の土の変形に対する抵抗を増大せしめるような大きさの荷重をもって一定回数繰返すと、このことによって、将来繰返えされる、より大きい交通荷重に対する土の変形に対する抵抗を増大することができる。この交通荷重は土の変形に対する抵抗、すなわち、路床路盤の寿命を低下させ得る大きさのものである。そしてこのことはすでに述べたように、前に受けた荷重の大きさ、その繰返し回数、後に受ける荷重の大きさ、同じくその繰返し回数の4個の因子によって左右される。すなわち(13)式において、$\frac{n_2}{N_2}$が最大になることであり、$\frac{n_2}{N_2}$が最大になるような σ_1 および n_1 が存在する筈である(図−4)。これが繰返し荷重を受ける土の最適予備効果である。

参考文献

1). 山内、羅：土供試体に対する繰返し荷重条件と変形を関係づける方法、土と基礎、vol.13、No.8、昭40.8

2). 山内、羅：三軸的繰返し荷重を受ける土の荷重と変形の関係　　、土と基礎、vol.13、No.11、昭40.11