

非扇形曲リトラスの応力解析について.

九州大学 正員 村上 正
正員 会田 忠義

§1 概説

この論文は工事に発表された「主体曲線トラスの応力解析」⁽¹⁾⁽²⁾に続くもので、平面形が扇形ではなく図-3に示すように外側主トラスと内側主トラスの端へ1パネルを余分に付け加えた形の曲リトラスの応力解析方法を考察する。対象とするトラスは扇形の場合と同様、静定で一横橋を有し、おぼろげが半径方向に存在する曲リトラスとする。解析に当たっての仮定およびその順序も扇形の場合と同じである。

曲リトラスが非扇形になると基本式

$$\Delta Q_{m-1} - 2\cos\varphi \Delta Q_m + \Delta Q_{m+1} = B_m \quad (1)$$

$$\Delta Q'_{m-1} - 2\cos\varphi \Delta Q'_m + \Delta Q'_{m+1} = B'_m \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \therefore B_m = & -P_{m+1} + 2P_m - P_{m-1} - (P_m + P_{m-1}) \frac{\Delta X}{b r} + \tan\delta_0 (K_{m-1} \bar{W}_{m-1} \\ & - 2K_m \bar{W}_m + K_{m+1} \bar{W}_{m+1}) - \tan\delta_0 \tan\frac{\varphi}{2} (K_{m-1} T_{m-1} - K_m \\ & + T_{m+1}) \end{aligned}$$

$$B'_m = -P'_m + 2P'_m - P'_{m+1} + (P_m + P_{m-1}) \frac{\Delta X}{b r} - \tan\delta_0 (K_{m-1} \bar{W}_{m-1} - 2K_m \bar{W}_m + K_{m+1} \bar{W}_{m+1}) - \tan\delta_0 \tan\frac{\varphi}{2} (K_{m-1} T_{m-1} - K_m T_{m+1}).$$

の中で $m=1$ および $m=n-1$ (境界の格点) とおいた式が右辺の荷重項 B_m, B'_m に未知の反力に関係する項が附加される。このために $\Delta Q_m, \Delta Q'_m$ に関する連立方程式と往復のように簡単に解くことができなくなる。

(b), 扇形の曲リトラスの解を用い、逐次近似計算を行なうと $\Delta Q_m, \Delta Q'_m$ の解をすつてより1級数で表わすことが可能になる。反力、せん断力および曲げモーメントも同様に処理されて、実際の計算に非常に便利の解が得られる。

図-1に示す諸元をもつ曲リトラスが図-2の荷重状態にあるとき右タイプの基本式とその解は次のようになる。

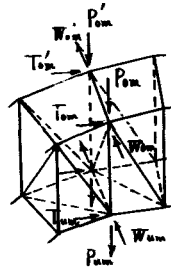


図 - 2

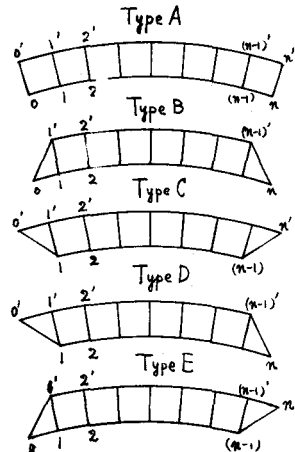


図 - 3

§2 基本式

基本式を格点に適用し、これを連立方程式として表わした結果は次の通りである。

(a) Type A (扇形)

$$\begin{bmatrix} -2\cos\varphi & 1 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 1 & -2\cos\varphi & 1 & \dots & & 0 \\ 0 & 1 & -2\cos\varphi & \dots & & \\ \vdots & \vdots & & \ddots & & \\ 0 & \vdots & \dots & -2\cos\varphi & 1 & \\ 0 & 0 & \dots & 1 & -2\cos\varphi & \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta Q_1, \Delta Q_1' \\ \Delta Q_2, \Delta Q_2' \\ \vdots \\ \Delta Q_{n-2}, \Delta Q_{n-2}' \\ \Delta Q_{n-1}, \Delta Q_{n-1}' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B_1, B_1' \\ B_2, B_2' \\ \vdots \\ B_{n-2}, B_{n-2}' \\ B_{n-1}, B_{n-1}' \end{bmatrix}$$

以下より方程式の係数行列をXとみると、

(b) Type B

$$X \begin{bmatrix} \Delta Q_1, \Delta Q_1' \\ \Delta Q_2, \Delta Q_2' \\ \vdots \\ \Delta Q_{n-2}, \Delta Q_{n-2}' \\ \Delta Q_{n-1}, \Delta Q_{n-1}' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B_1 + \frac{\lambda\lambda'}{bF} R_A', B_1' - \frac{\lambda\lambda'}{bF} R_A' \\ B_2, B_2' \\ \vdots \\ B_{n-2}, B_{n-2}' \\ B_{n-1} + \frac{\lambda\lambda'}{bF} R_B', B_{n-1}' - \frac{\lambda\lambda'}{bF} R_B' \end{bmatrix}$$

(c) Type C

$$X \begin{bmatrix} \Delta Q_1, \Delta Q_1' \\ \Delta Q_2, \Delta Q_2' \\ \vdots \\ \Delta Q_{n-2}, \Delta Q_{n-2}' \\ \Delta Q_{n-1}, \Delta Q_{n-1}' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B_1 + \frac{\lambda\lambda'}{bF} R_A, B_1' - \frac{\lambda\lambda'}{bF} R_A' \\ B_2, B_2' \\ \vdots \\ B_{n-2}, B_{n-2}' \\ B_{n-1} + \frac{\lambda\lambda'}{bF} R_B, B_{n-1}' - \frac{\lambda\lambda'}{bF} R_B' \end{bmatrix}$$

(d) Type D

$$X \begin{bmatrix} \Delta Q_1, \Delta Q_1' \\ \Delta Q_2, \Delta Q_2' \\ \vdots \\ \Delta Q_{n-2}, \Delta Q_{n-2}' \\ \Delta Q_{n-1}, \Delta Q_{n-1}' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B_1 + \frac{\lambda\lambda'}{bF} R_A, B_1' - \frac{\lambda\lambda'}{bF} R_A' \\ B_2, B_2' \\ \vdots \\ B_{n-2}, B_{n-2}' \\ B_{n-1} + \frac{\lambda\lambda'}{bF} R_B, B_{n-1}' - \frac{\lambda\lambda'}{bF} R_B' \end{bmatrix}$$

(e) Type E

$$X \begin{bmatrix} \Delta Q_1, \Delta Q_1' \\ \Delta Q_2, \Delta Q_2' \\ \vdots \\ \Delta Q_{n-2}, \Delta Q_{n-2}' \\ \Delta Q_{n-1}, \Delta Q_{n-1}' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B_1 + \frac{\lambda\lambda'}{bF} R_A', B_1' - \frac{\lambda\lambda'}{bF} R_A' \\ B_2, B_2' \\ \vdots \\ B_{n-2}, B_{n-2}' \\ B_{n-1} + \frac{\lambda\lambda'}{bF} R_B, B_{n-1}' - \frac{\lambda\lambda'}{bF} R_B' \end{bmatrix}$$

§3 基本式の解と反力および断面力の計算

各Typeの解析は全く同一の方法で行われるので、Type Dを例として説明する。

初めに $\Delta Q_1, \Delta Q_2, \dots, \Delta Q_{n-1}$ を求め、 $\Delta Q_n + \Delta Q_n' = -(P_n - P_n')$ の関係を利用して $\Delta Q_1, \Delta Q_2, \dots, \Delta Q_{n-1}$ を求める。かくすれば連立方程式

$$X \begin{bmatrix} \Delta Q_1 \\ \Delta Q_2 \\ \vdots \\ \Delta Q_{n-2} \\ \Delta Q_{n-1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B_1 + \frac{\lambda\lambda'}{bF} R_A \\ B_2 \\ \vdots \\ B_{n-2} \\ B_{n-1} + \frac{\lambda\lambda'}{bF} R_B' \end{bmatrix}$$

のみを解けばよいことになる。それにはまず右辺の荷重項中 $B_1, B_2, \dots, B_{n-1}$ のみを考慮した解を求める。これを ΔQ_n とし、そのときの外側主トラスの格長力を $\Delta Q_n'$ とする。これは扇形の曲リトラスの解である。

次に、荷重項 $\frac{\lambda\lambda'}{bF} R_A, 0, \dots, 0, \frac{\lambda\lambda'}{bF} R_B'$ のみを考慮した解を求める。 R_A, R_B' は一般に $\Delta Q_1, \Delta Q_2, \dots, \Delta Q_{n-1}, \Delta Q_1', \Delta Q_2', \dots, \Delta Q_{n-1}'$ によって表わされるが、これはまだ未知であるため、第一近似として $\Delta Q_1, \Delta Q_2, \dots, \Delta Q_{n-1}, \Delta Q_1', \Delta Q_2', \dots, \Delta Q_{n-1}'$ による反力 R_A'', R_B'' を求め荷重項が $\frac{\lambda\lambda'}{bF} R_A'', 0, \dots, 0, \frac{\lambda\lambda'}{bF} R_B''$ であるときの格長力 $\Delta Q_n'', \Delta Q_n'''$ を求める。次に $\Delta Q_n''$

$Q_1^{(0)}, \dots, Q_m^{(0)}, Q_1^{(1)}, Q_2^{(1)}, \dots, Q_m^{(1)}$ によつて $R_A^{(0)}, R_B^{(0)}$ を求めた後 $Q_1^{(0)}, Q_m^{(0)}$ を求め
 3 以下同様にして $R_A^{(1)}, R_B^{(1)}$ を $Q_1^{(1)}, Q_2^{(1)}, \dots, Q_m^{(1)}, Q_1^{(2)}, Q_2^{(2)}, \dots, Q_m^{(2)}$ によつて $R_A^{(1)}, R_B^{(1)}$
 によつて $Q_1^{(2)}, Q_m^{(2)}$ を求めた。このように進めれば目的の R_A, R_B, Q_m, Q_m' は

$$Q_m = Q_m^{(0)} + Q_m^{(1)} + Q_m^{(2)} + \dots + Q_m^{(n)} + \dots \quad \dots (1)$$

$$Q_m' = Q_m^{(0)} + Q_m^{(1)} + Q_m^{(2)} + \dots + Q_m^{(n)} + \dots \quad \dots (2)$$

$$R_A = R_A^{(0)} + R_A^{(1)} + \dots + R_A^{(n)} + \dots \quad \dots (3)$$

$$R_B = R_B^{(0)} + R_B^{(1)} + \dots + R_B^{(n)} + \dots \quad \dots (4)$$

断面力に關しては、 Q_m, Q_m' によつてせん断力および曲げモーメントを求めた後 $\bar{Q}_m, \bar{M}_m,$
 $Q_m^{(0)}, M_m^{(0)}$ と $Q_m', Q_m^{(1)}$ によつてせん断力および曲げモーメントを求めた後 $\bar{Q}_m', \bar{M}_m', Q_m^{(1)},$
 $M_m^{(1)}$ とする。

$$Q_m = \bar{Q}_m + Q_m^{(1)} + Q_m^{(2)} + \dots + Q_m^{(n)} + \dots \quad \dots (5)$$

$$Q_m' = \bar{Q}_m' + Q_m^{(1)} + Q_m^{(2)} + \dots + Q_m^{(n)} + \dots \quad \dots (6)$$

$$M_m = \bar{M}_m + M_m^{(1)} + M_m^{(2)} + \dots + M_m^{(n)} + \dots \quad \dots (7)$$

$$M_m' = \bar{M}_m' + M_m^{(1)} + M_m^{(2)} + \dots + M_m^{(n)} + \dots \quad \dots (8)$$

となる。
 今、荷重 P および P' に荷重 P_n, P_n' (合力の位置が P_n) W_n, W_n', T_n, T_n' が作用 (n は Type D
 の互力および断面力 を求めた結果を次に記す。

(互力)

$$R_A^{(1)} = \frac{P_n P' \pi - k}{b \pi - 1} - \frac{P_n P' \pi}{b \pi - 1} \frac{\sin(\pi - k)P}{\sin \pi P} - \frac{\pi}{\pi - 1} \frac{R_n W_n \tan \phi \sin(\pi - k)P}{\sin \pi P} - \frac{k \pi' + k \pi' - k \pi' \pi}{k \pi'} \frac{T_n \tan \phi}{(\pi - 1) \sin \pi P} + \frac{R_n T_n \tan \phi \pi}{\pi - 1} \frac{\cos(\pi - k)P}{\sin \pi P}$$

$$R_B^{(1)} = \frac{P_n P' \pi}{b \pi - 1} + \frac{P_n P' \pi}{b \pi - 1} \frac{\sin \pi P}{\sin \pi P} + \frac{\pi}{\pi - 1} \frac{R_n W_n \tan \phi \sin \pi P}{\sin \pi P} - \frac{k \pi' + k \pi' - k \pi' \pi}{k \pi'} \frac{T_n \tan \phi}{(\pi - 1) \sin \pi P} + \frac{R_n T_n \tan \phi \pi}{\pi - 1} \frac{\cos \pi P}{\sin \pi P}$$

$$R_A^{(2)} = \frac{P'}{b} \left\{ \frac{\pi \sin(\pi - 1)P}{(\pi - 1) \sin \pi P} - 1 \right\} R_A^{(1)} + \frac{P'}{b} \left\{ \frac{\pi \sin \pi P}{(\pi - 1) \sin \pi P} - \frac{1}{\pi - 1} \right\} R_B^{(1)}, \quad R_B^{(2)} = \frac{P'}{b} \left\{ \frac{\pi \sin(\pi - 1)P}{(\pi - 1) \sin \pi P} - 1 \right\} R_B^{(1)} + \frac{P'}{b} \left\{ \frac{\pi \sin \pi P}{(\pi - 1) \sin \pi P} - \frac{1}{\pi - 1} \right\} R_A^{(1)}$$

$$R_A^{(3)} = \frac{P'}{b} \left\{ \frac{\pi \sin(\pi - 1)P}{(\pi - 1) \sin \pi P} - 1 \right\} R_B^{(2)} - \frac{P'}{b} \left\{ \frac{\pi \sin \pi P}{(\pi - 1) \sin \pi P} - \frac{1}{\pi - 1} \right\} R_A^{(2)}, \quad R_B^{(3)} = \frac{P'}{b} \left\{ \frac{\pi \sin(\pi - 1)P}{(\pi - 1) \sin \pi P} - 1 \right\} R_A^{(2)} - \frac{P'}{b} \left\{ \frac{\pi \sin \pi P}{(\pi - 1) \sin \pi P} - \frac{1}{\pi - 1} \right\} R_B^{(2)}$$

式 (5), (6) より R_A, R_B は等差数列 $R_A' = \dots$ となる。 R_A, R_B を求めた後 Q_m, Q_m' は次式に於て
 計算する。

$$R_A' = -\frac{P_n P' \pi - k}{b \pi - 1} - \frac{P_n P' \pi}{b \pi - 1} \frac{\sin \pi P}{\sin \pi P} + \frac{P_n P' \pi \sin(\pi - k)P}{b \sin \pi P} + \frac{R_n W_n \tan \phi \sin(\pi - k)P}{\pi - 1} \frac{\sin \pi P}{\sin \pi P} + \frac{1}{\pi - 1} \frac{R_n W_n \tan \phi \sin \pi P}{\sin \pi P} + \frac{R_n T_n \tan \phi \cos \pi P}{(\pi - 1) \sin \pi P}$$

$$\frac{k \pi' + k \pi' - k \pi' \pi}{k \pi'} \frac{T_n \tan \phi}{(\pi - 1) \sin \pi P} - \frac{R_n T_n \tan \phi \cos(\pi - k)P}{\sin \pi P} - \frac{P'}{b} \left\{ \frac{\sin(\pi - 1)P}{\sin \pi P} - \frac{\sin \pi P}{\sin \pi P (\pi - 1)} - \frac{\pi - 1}{\pi - 1} \right\} R_A - \frac{P'}{b} \left\{ \frac{\sin(\pi - 1)P}{\sin \pi P} - \frac{\sin \pi P}{\sin \pi P (\pi - 1)} \right\} R_B$$

(せん断力) $m < R$ のとき、

$$Q_m = \frac{P_n P' \pi - k}{b \pi - 1} - \frac{P_n P' \pi}{b \pi - 1} \frac{\sin(\pi - k)P}{\sin \pi P} - \frac{P_n P' \pi \sin(\pi - k)P \cos \pi P}{b \sin \pi P \cos \pi P} - \frac{R_n W_n \tan \phi \sin(\pi - k)P}{(\pi - 1) \sin \pi P} - \frac{R_n W_n \tan \phi \sin(\pi - k)P}{\pi - 1} \frac{\sin \pi P}{\sin \pi P}$$

$$+ \frac{\cos \pi P \cos(\pi - 1)P}{\cos \pi P} - \frac{k \pi' + k \pi' - k \pi' \pi}{k \pi'} \frac{T_n \tan \phi}{(\pi - 1) \sin \pi P} + \frac{R_n T_n \tan \phi \cos(\pi - k)P}{(\pi - 1) \sin \pi P} + \frac{R_n T_n \tan \phi \cos(\pi - k)P}{\sin \pi P} \frac{\cos \pi P \cos \pi P}{\cos \pi P}$$

$$+ \frac{f}{b} \frac{\sin(\pi-1)p}{(n-1)\sin p} R_0 + \frac{f'}{b} \frac{\sin p}{(n-1)\sin p} - \frac{1}{n-1} \left\{ R_0' - \frac{f}{b \sin p} \left\{ \sin(\pi-m-1)p - \sin(\pi-m)p \right\} R_0 - \frac{f'}{b \sin p} \left\{ \sin(\pi-1)p - \sin m p \right\} R_0' \right.$$

$$\begin{aligned} Q_m' = & -\frac{R_0' \pi \pi-1}{b} - \frac{R_0' \sin p}{b \sin p} + \frac{R_0' \sin(\pi-k)p}{b \sin p} + \frac{R_0' \sin(\pi-k)p \cos \frac{1}{2}(\pi-1)p}{b \sin p \cos \frac{1}{2}p} + \frac{1}{n-1} R_0' \tan \gamma_0 \frac{\sin p}{\sin p} + R_0' \tan \gamma_0 \\ & \times \frac{\sin(\pi-k)p \cos \frac{1}{2}(\pi-1)p}{\sin p \cos \frac{1}{2}p} + \frac{R_0' \pi \pi-1}{b} - \frac{R_0' \sin p}{b \sin p} - \frac{R_0' \sin(\pi-k)p}{b \sin p} - \frac{R_0' \sin(\pi-k)p \cos \frac{1}{2}(\pi-1)p}{b \sin p \cos \frac{1}{2}p} - R_0' \tan \gamma_0 \frac{\cos(\pi-k)p \cos \frac{1}{2}(\pi-1)p}{\sin p \cos \frac{1}{2}p} \\ & + \frac{f}{b} \frac{\sin p}{(n-1)\sin p} - \frac{1}{n-1} \left\{ R_0 - \frac{f'}{b \sin p} \left\{ \sin(\pi-1)p - \sin m p \right\} R_0' + \frac{f R_0}{b \sin p} \left\{ \sin(\pi-m+1)p - \sin(\pi-m)p \right\} + \frac{f' R_0'}{b \sin p} \left\{ \sin(\pi-m)p \right. \right. \\ & \left. \left. - \sin m p \right\} \right. \end{aligned}$$

(曲げモーメント) $m < n$ のとき、

$$\begin{aligned} M_m = & m \lambda \frac{R_0' \pi \pi-1}{b} - \frac{R_0' \sin p}{b \sin p} \frac{\sin(\pi-k)p}{\sin p} - \lambda \frac{R_0' \sin(\pi-k)p \sin m p}{b \sin p \sin p} - \frac{m \lambda}{n-1} R_0' \tan \gamma_0 \frac{\sin(\pi-k)p}{\sin p} - \lambda R_0' \tan \gamma_0 \\ & \times \tan \gamma_0 \frac{\sin(\pi-k)p \sin m p}{\sin p \sin p} - \frac{R_0' \pi \pi-1}{b} - \frac{R_0' \sin p}{b \sin p} - \frac{R_0' \sin(\pi-k)p}{b \sin p} - \frac{R_0' \sin(\pi-k)p \cos \frac{1}{2}(\pi-1)p}{b \sin p \cos \frac{1}{2}p} + \lambda R_0' \tan \gamma_0 \\ & \times \frac{\cos(\pi-k)p \sin m p}{\sin p \sin p} + \frac{f}{b} \left\{ \frac{m \lambda}{n-1} \frac{\sin(\pi-1)p}{\sin p} - \lambda \left(1 - \frac{\sin(\pi-m)p}{\sin p} \right) \right\} R_0 + \frac{f'}{b} \frac{m \lambda}{n-1} \left(\frac{\sin p}{\sin p} - 1 \right) + \lambda \frac{\sin m p}{\sin p} \left\{ R_0' \right. \\ M_m' = & -m \lambda' \frac{R_0' \pi \pi-1}{b} - m \lambda' \frac{R_0' \sin p}{b \sin p} + m \lambda' \frac{R_0' \sin(\pi-k)p}{b \sin p} + \lambda' \frac{R_0' \sin(\pi-k)p \sin m p}{b \sin p \sin p} + \frac{m \lambda'}{n-1} R_0' \tan \gamma_0 \frac{\sin p}{\sin p} \\ & + \lambda' R_0' \tan \gamma_0 \frac{\sin(\pi-k)p \sin m p}{\sin p \sin p} + \frac{R_0' \pi \pi-1}{b} - \frac{R_0' \sin p}{b \sin p} - \frac{R_0' \sin(\pi-k)p}{b \sin p} - \frac{R_0' \sin(\pi-k)p \cos \frac{1}{2}(\pi-1)p}{b \sin p \cos \frac{1}{2}p} - \lambda' R_0' \tan \gamma_0 \\ & \times \tan \gamma_0 \frac{\cos(\pi-k)p \sin m p}{\sin p \sin p} + \frac{f \lambda'}{b} \left\{ \frac{m}{n-1} \left(\frac{\sin p}{\sin p} - 1 \right) - \left(1 - \frac{\sin(\pi-m)p}{\sin p} \right) \right\} R_0 - \frac{f \lambda'}{b} \left\{ \frac{\sin(\pi-1)p}{\sin p} - \frac{\sin m p}{(n-1)\sin p} \right\} \\ & \left. - \frac{\sin(\pi-m)p}{\sin p} \right\} R_0' \end{aligned}$$

上の断面力を用いて、上路、下路、および $\sigma = -$ の各トラスの部材力および σ の影響線が計算される。

参考文献

(1) 村上、会田：立体曲線トラスの応力解析について、

昭和37年度土木学会西部支部研究発表論文

(2) 村上、会田：立体曲線トラスの応力解析について(2)

第18回土木学会年次学術講演会概要