ディビダーク方式連続ラーメン橋の Cross 法による迅速解法について

熊本大学　正員　吉村虎蔵

こゝにディビダーク方式連続ラーメン橋とは，周知のように長径間PC橋としてしばしばディビダーク方式で架設されるラーメン橋のうち，3径間以上の連続ラーメン橋をいゝ，図−1の如き形式のものである。このラーメンは，構造上の特長として次の諸点が挙げられる。

(1). 端部支承はともにローラー支承である。

(2). 両端のアンカースパン以外のスパンでは，その中点にピンをもつ。

(3). その中間ピンは剪断力のみを伝達し，軸力を伝達しない構造になっている。

上のような構造であるから，このラーメンをたわみ角法で解く場合には，橋脚柱頭の節点回転角 n ヶと各橋脚の部材角 n ヶとが未知数として選ばれることになる。またモーメント分配法で解く場合には，中間径間材ではその中点にピンがあるために，分配モーメントがそのまゝ他端に到達する。すなわち到達率が1であるから，繰返演算における解の収束が極めておそい。

筆者は「Kani 法と Cross 法」[1]と題して Kani 法の一批判を行なった論文の中で，本邦では一部の方から Kani 法が過大に評価されていることを述べた。つまり Kani 法と同様の計算法が Cross 法においてもすでに発表されていたこと，解の収束が Kani 法では Cross 法より迅速であるという見解が誤りであること，またラーメンの影響線の計算法も Kani が発表した方法と同様の方法が筆者等の著書[2]等にも記されていること，さらに Kani 法よりもっと収束を速めようとする研究[3]がいくつか発表されていることなどについて述べた。また上の論文の中でも述べたように，ディビダーク方式ラーメン橋に対しては，Kani 法によってもなお解の収束が極めておそい。

いま，八代市夕葉橋[4](図−1)について解の収束について記せば次の通りである。図における材上の矢印上の数字は分配到達率 = 分配率* × 到達率**(このラーメンの中間径間の梁では分配到達率は分配率に等しく μ_i，μ_i'；橋脚では到達率は½であり分配到達率を $\bar{\mu}_n$ の記号で示す)。橋脚中途に記入した数字は層モーメント到達率 ν*** である。このような準備計算の後に，節点におけるモーメントの到達と層モーメントの到達演算とを繰返して，同橋の設計計算書の数値を得るには，21回の繰返演算を必要とする。有効数字を1ケタ落すにしても19回の演算を必要とする。この回数は，Kani 法によっても同じになることは論文[1]の所論から知られ，このような演算は電子計算機を用いない場合には大変な労力を必要とする。ゆえに筆者はかって一般ラーメンの迅速解法の一法として発表した方法と同様の手

* 分配率は $f_{ai} = \frac{k_{ai}}{\sum_a k} = \frac{\text{その材の}a\text{端剛度}}{\text{節点}a\text{に集まる材の端剛度の和}}$

** 到達率は定断面材(橋脚)では $\frac{1}{2}$，中間ピンをもつ材では 1

*** 層モーメント到達率は一般に $\nu_n = \frac{3}{2}\frac{k_n}{\sum_n k} = \frac{3}{2}\frac{\text{考える柱の剛比}}{\text{全柱の剛比の総和}}$

本橋のラーメンでは性質(3)のために各橋脚についてそれぞれの ν は等しく $\nu_n = \frac{3}{2}\frac{k_n'}{k_n'} = \frac{3}{2}$ となる。

法で，この繰返算を一掃することを試みた。

1. 節点の不釣合モーメントの求和公式

いま図－1のラーメンにおいて，節点①に単位大の不釣合モーメントがあり，これをバランスさせたとき，各節点に生じる不釣合モーメントの和を求めることを考える。このような場合の不釣合モーメントの和が求められていると，直ちに端モーメントが求められ，またその結果が曲げモーメントの影響線・たわみの影響線の解析に直ちに応用できることも周知のこと・思う。いまの場合，各節点における最終的な不釣合モーメント和 $U_1^{(1)}$, $U_2^{(1)}$, $U_3^{(1)}$, ……の間には次の関係がある。ただし肩文字(1)は節点①に当初単位大の不釣合モーメントがあることを示している。

$$U_1^{(1)} = 1 - U_2^{(1)}\mu_1' + \tfrac{3}{2}U_1^{(1)}\bar{\mu}_1$$
$$U_2^{(1)} = -U_1^{(1)}\mu_1 - U_3^{(1)}\mu_2' + \tfrac{3}{2}U_2^{(1)}\bar{\mu}_2$$
$$U_3^{(1)} = -U_2^{(1)}\mu_2 - U_4^{(1)}\mu_3' + \tfrac{3}{2}U_3^{(1)}\bar{\mu}_3$$
$$U_4^{(1)} = -U_3^{(1)}\mu_3 + \tfrac{3}{2}U_4^{(1)}\bar{\mu}_4$$

これらの式を整理すると，下の方程式が得られる。

方程式左辺の係数				右辺
$U_1^{(1)}$	$U_2^{(1)}$	$U_3^{(1)}$	$U_4^{(1)}$	
$1-\frac{3}{2}\bar{\mu}_1$	μ_1'			1
μ_1	$1-\frac{3}{2}\bar{\mu}_2$	μ_2'		0
	μ_2	$1-\frac{3}{2}\bar{\mu}_3$	μ_3'	0
		μ_3	$1-\frac{3}{2}\bar{\mu}_4$	0

節点②あるいはその他の節点に，当初それぞれ単位大の不釣合モーメントがある場合についても上式と同様な式が別に得られる。また3スパン，4スパンの場合についても同様である。これらを連立に解いた結果を表－1に示す。この表は橋脚寸法がそれぞれ相異する場合や，径間長が相異する場合にも，また変断面梁の場合にも適用できる。たゞ中間径間に剪断力のみを伝達するピンがあることだけが条件式に入っているだけである。

2. 計算例

表－1の結果を使って夕華橋を解く。杭の性状係数すなわち端剛度や $\mu, \mu', \bar{\mu}, \nu$ の計算については省略する。

$$U_1^{(1)} = 3.080,\quad U_2^{(1)} = -0.444,\quad U_3^{(1)} = 0.068,\quad U_4^{(1)} = -0.010$$

単位不釣合モーメントが0－1杭の節点①側にある時の梁端モーメントは，図－2aの計算で求められる。柱脚モーメントは，柱脚への到達モーメントと層モーメントの到達モーメントの和となって次のようにして求められる。

$$n-N \text{ 柱の柱脚モーメント} = -U_n\bar{\mu}_n + U_n\bar{\mu}_n\nu_n = U_n\cdot(\nu_n-1)\bar{\mu}_n$$

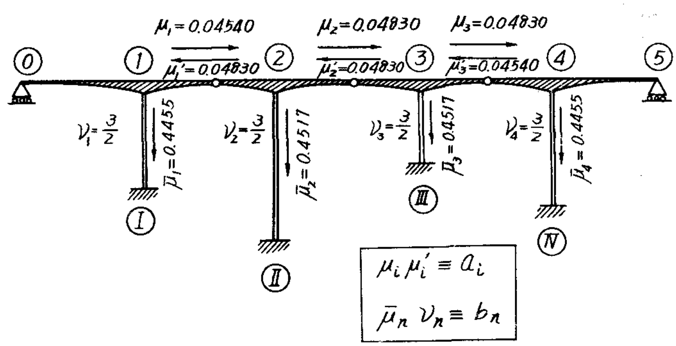
故に柱脚モーメントは図－2bのようにして求められる。この種のラーメンでは柱頭モーメントは柱脚モーメントに同じとなる。これらをまとめて図－2cのM－図となる。

結び

ディビダーク方式で架設される連続ラーメン橋をCross法で解くときの繰返算の要らな

い解法を示し，その計算例を示した。これらのラーメンでは中間の梁の到達率が1であるために解の収束が極めて緩慢であり，手計算では非常な労力を要するが，本法によれば繰返算が一掃される。曲げモーメント影響線の解析は，Müller-Breslau の原理の適用と本法の適用によれば極めて容易であり，またたわみの影響線の解析は，Maxwell の定理と本法の適用によって容易となる。変断面材の性状係数の計算は，筆者等の著書[1]における積分を実用的に充分な精度で数値積分を行えば直ちに求められる。

図－1



図－2

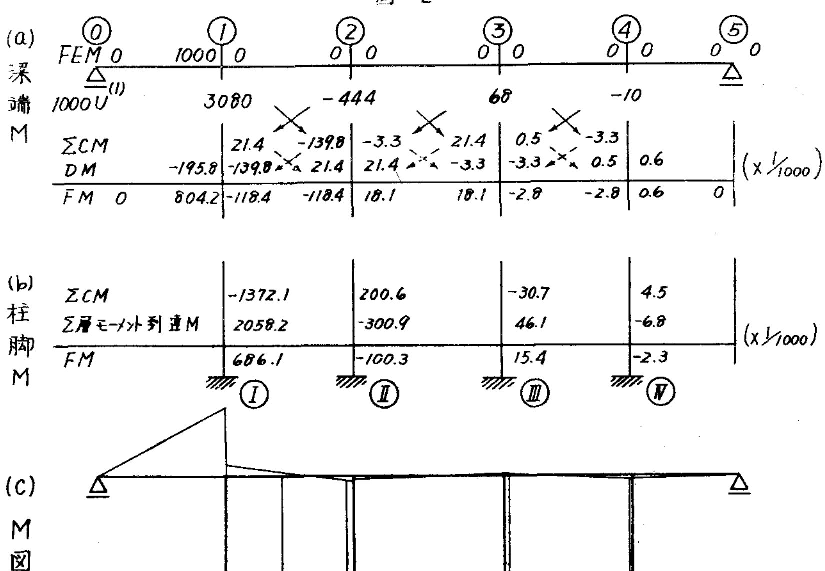


表-1 U-値

3スパン

不釣合M (+1)

$U^{(1)}$	$(1-b_2)$	$-\mu_1$		$(\times \frac{1}{A_3})$

4スパン

不釣合M (+1)

$U^{(1)}$	$(1-b_2)(1-b_3)$ $-a_2$	$-(1-b_3)\mu_1$	$\mu_1\mu_2$	$(\times \frac{1}{A_4})$
$U^{(2)}$	$-(1-b_3)\mu_1'$	$(1-b_1)(1-b_3)$	$-(1-b_1)\mu_2$	$(\times \frac{1}{A_4})$

5スパン

(+1)

$U^{(1)}$	$(1-b_2)(1-b_3)(1-b_4)$ $-a_2(1-b_4)$ $-a_3(1-b_2)$	$-(1-b_3)(1-b_4)\mu_1$ $+a_3\mu_1$	$(1-b_4)\mu_1\mu_2$	$-\mu_1\mu_2\mu_3$	$(\times \frac{1}{A_5})$
$U^{(2)}$	$-(1-b_3)(1-b_4)\mu_1'$ $+\mu_1' a_3$	$(1-b_1)(1-b_3)(1-b_4)$ $-a_3(1-b_1)$	$-(1-b_1)(1-b_4)\mu_2$	$(1-b_1)\mu_2\mu_3$	$(\times \frac{1}{A_5})$

(注)

$$A_2=(1-b_1)$$
$$A_3=A_2(1-b_2)-a_1$$
$$A_4=A_3(1-b_3)-A_2a_2$$
$$A_5=A_4(1-b_4)-A_3a_3$$

$$\mu_i\mu_i'=a_i$$
$$\bar{\mu}_k \nu_k=b_k$$

(注)

(1) 「Kani法とCross法」, 土木学会誌 49-9, 1964.9

(2) 村上・吉村, 構造力学, コロナ社

(3) 文献(1)の注(10)あるいは文献(2)における部材列法

(4) 吉村・平井・川崎・今山, 夕葉橋の振動解析と振動試験について, 道路, 1964.11

(5) 吉村, 級数和を利用するモーメント分配法, 土木学会誌 40-2, 1955

吉村, 熊大工学紀要 Vol. II no.1

吉村・村上, 同上 Vol. III no.1 および文献(2)