円形アーチダムの挙動に関する次元解析的考察について

熊本大学　工学部　正員　三　池　亮　次

1. まえがき

与えられた谷形条件と外荷重に対して、もっとも理想的なアーチダムを設計することは極めて困難な問題であり，わが国では模型実験と電子計算機を使用する荷重分割計算によって試算的な設計を行っているのが現状である。すなわち設計初期の予備的段階において、ダムの厚さ，曲率半径，中心角等のダムの形状諸元をまず似かよった外的諸条件の既設ダムを参考として決め，上記の厳密計算の段階で順次より安全で経済的なダム形状へアプローチするわけである。

ダムに限らずすべての構造物の設計には最初にこのような経験的操作を伴い、これより逐次より複雑で大型の構造物の建設が可能となるが、このことは言わば実物による模型実験を積み重ねていくことに外ならない。すなわち設計の予備的段階には相似率の考え方が意識的にかあるいは無意識的に行われているわけである。したがってむしろ予備設計の段階で積極的に次元解析的方法を導入すればより合理的設計が行えるのではないであろうか。あるいは未知の月世界に構造物を設けると仮定してその形状，大いさを設計する場合，すなわち地球環境の月への移設の問題にも，次元解析的方法が有効な手段として利用できるのではないであろうか。

こう言った考え方の下に筆者がたまたま，実測資料によりアーチダムの挙動を解析する一手法として用いた次元解析的方法論をさらに展開しようと試みたわけである。

2、実測資料によるアーチダムの挙動解析における次元解析的考察について

ダム本体に埋設されたひずみ計，応力計あるいはたわみ計等の諸計器に基づく実測資料によるアーチダムの挙動を分析する場合に，たとえばたわみ量δは水圧荷重，温度荷重，あるいは基礎岩盤の流動的変形を受けて極めて複雑な運動をするので、これを各要因によるたわみの拂分に分解してそれぞれの効果を誘導するために筆者らは，堤体の各標高における平均温度t，温度勾配αおよび水深h，時間θとδとの間に次式

$$\delta = k + \sum_i a_i t_i + \sum_i b_i \alpha_i + \sum_i c_i h^i + \sum_i d_i \log\left(\frac{1+\theta}{1+\theta_i}\right) + e \quad \cdots\cdots (1)$$

なる回帰関係が成立するものとして，回帰係数k, a_i, b_i, c_i, d_iを多変量解析によって求めた。ただしeは残差，θ_iは経年変化が顕著と思われる時点でもし　$1+\theta < 1+\theta_i$のときは$\log\left(\frac{1+\theta}{1+\theta_i}\right)=0$と定義している。

さて、かくして回帰係数を求めれば各因子によるたわみの拂分は$\delta_{t,\alpha}=\sum_i a_i t_i + \sum_i b_i \alpha_i$，$\delta_h=\sum_i c_i h^i$，$\delta_\theta=\sum_i d_i \log\left(\frac{1+\theta}{1+\theta_i}\right)$と考えられ，これによってダムのたわみ現象の解析が可能となるが、次には種々の形式のアーチダムの動きを比較検討するために，各回帰係数の力学的意義を追求しなければならない。

筆者はアーチダムの簡単な荷重分割計算から，アーチダムの水圧荷重によるたわみ量δ_h

を表わす無次量として片持ばり抵抗 $K_c=\left(\frac{T_c}{H}\right)^3$, アーチ抵抗 $K_a=\left(\frac{T_a}{L}\right)^3\left(\frac{H}{L}\right)$ を考え，たわみの無次元量$\frac{E_c\delta_h}{wH^2}$ が片持ばり抵抗とアーチ抵抗の和の逆数に比例することを確認した。ここでHはダムの高さ，wは水の単位体積あたり重量，Lはアーチの弧長，T_c，T_aはそれぞれ片持ばり，アーチ要素の平均堤厚である。もちろん基礎岩盤の条件を示す諸係数を上記因子に乗じなければならない。

また平均温度，温度勾配によるたわみを表わす無次元量として$\frac{\delta_t}{c\Delta t\, y_A}$，$\frac{\delta_\alpha}{\eta\overline{\Delta g}H^2}$ を，その抵抗因子として片持ばりアーチ配分係数$\frac{K_c}{K_a}$，アーチ片持ばり配分係数 $\frac{K_a}{K_c}$ を考え、各たわみの無次元量は各配分係数の逆数に比例することを述べた。ここでδ_t，δ_αは温度あるいは温度勾配によるたわみ，cはコンクリートの膨脹係数，Δtは平均温度の増分，y_Aはアーチの中央縦距，$\overline{\Delta g}$ は片持ばり要素に沿う温度勾配の分布の平均値，ηは温度勾配分布図の重心までの距離x_g のダムの高さHに対する比率である。

かくして筆者らは薄肉あるいは厚肉アーチダムのたわみの挙動をかなり具体的に検討することが可能になった。

3．アーチダムのたわみに関する次元解析的考察[2),3)]

アーチダムの模型実験に用いられるたわみの相似率はコンクリートと岩盤のヤング率の比を$\frac{E_c}{E_r}$ とするとき

$$\left(\frac{E_c}{E_r}\right)_P=\left(\frac{E_c}{E_r}\right)_M \quad , \quad G=\frac{w_M}{w_P}$$

として

$$\frac{\delta_P}{\delta_M}=\frac{E_{cM}}{E_{cP}}\cdot\frac{n^2}{G}, \qquad \text{------(2)}$$

であった。ただしnは実物と模型の縮尺比で添字P，Mは実物，模型を表わす。(2)式において

$$n=\frac{H_P}{H_M}$$

を代入すれば (2)式は次式

$$\frac{\delta_P E_{cP}}{w_P H_P^2}=\frac{\delta_M E_{cM}}{w_M H_M^2} \qquad \text{-----(3)}$$

のとおり変形されるが、この値は 2. で既述の水圧によるたわみの無次元量で、さらに曲率半径R，厚さT，アーチの弧長Lの諸元を考えるとき，一般に

$$\frac{\delta E_c}{wH^2}=f_\delta\left\{\frac{T}{H},\frac{T}{R},\frac{T}{L},\frac{E_c}{E_r},\phi\cdots\right\} \qquad \text{------(4)}$$

であることを知った。f_δの逆数をW_δ とすれば、W_δは言わばたわみδに対するアーチダムの形状および岩盤抵抗を表わす。したがって今2個のアーチダムに対して添字1，2を付すものとすれば

$$\frac{\delta_1 E_{c1}}{w_1 H_1^2}\bigg/\frac{\delta_2 E_{c2}}{w_2 H_2^2}=\frac{W_{\delta 2}}{W_{\delta 1}} \qquad \text{-------(5)}$$

である。$E_{c1}=E_{c2}$，$w_1=w_2$ とし，形状，岩質が相似であれば $W_{\delta 1}=W_{\delta 2}$ であるから

$$\delta_1 = \delta_2 \left(\frac{H_1}{H_2}\right)^2$$

となり、アーチダムのたわみは高さの2乗に比例することが想定される。またかりに重力場の異なる天体，たとえば月に全く同形のアーチダムを建設し貯水することが可能であるとして，ρを水の密度，gを重力の加速度，添字1を地球上，添字2を月における諸量とすれば

$$w_1 = \rho g_1 \quad , \quad w_2 = \rho g_2$$

であり　$E_{c1} = E_{c2}$,　$W_{\delta 1} = W_{\delta 2}$ として

$$\delta_1 = \delta_2 \frac{g_1}{g_2}$$

となり $g_1/g_2 = 1/6$ であるから月におけるたわみ量は $1/6$ であることがわかる。

4. アーチダムの応力に関する次元解析的考察

(1) アーチ要素の応力の挙動

クラウンの鉛直方向単位長あたりのアーチモーメントをM_0，スラストH_0に対してアーチ縁応力の値は、堤厚をT_0とするとき

$${}_0\sigma_E = \frac{H_0}{T_0} + \frac{6M_0}{T_0^2} \quad , \quad {}_0\sigma_I = \frac{H_0}{T_0} - \frac{6M_0}{T_0^2} \qquad \text{------(6)}$$

である。添字E，I はアーチの上流面，下流面を表わす。また単位の半径と等分布荷重を受けるクラウンのモーメント，スラストをM_1，H_1とすれば

$$M_0 = PR_u r M \quad , \quad H_0 = PR_u H_1$$

であり[1] これを(6)式に代入すれば

$${}_0\sigma_{E,I} = \frac{PR_u}{T_0}\left\{ H_1 \pm 6\frac{r}{T} M_1 \right\} \qquad \text{--------(7)}$$

となる。ここでPはアーチ要素にかかる等分布水圧荷重，R_uはアーチ上流面の曲率半径である。したがってアーチ要素のクラウンの引張応力は

$$\frac{H_1}{6M_1} < \frac{r}{T}$$

のとき発生することになり、無次元量$\frac{H_1}{6M_1}$の値を種々の$\frac{r}{T}$，中心角ϕ，$\frac{E_c}{E_r}$ に対して予め計算してあれば、クラウンに引張応力が発生しない$\frac{r}{T}$の値を容易に求めることができる。

(2) アーチダムの応力の挙動

(7)式において水位を満水位にとり $P \propto wH$ としてたわみの場合と同様に

$$\frac{\sigma}{wH} = f_\sigma\left(\frac{T}{r}, \frac{T}{H}, \cdots\cdots \right) \equiv \frac{1}{W_\sigma}$$

の関係式を得るが、上式の右辺は模型実験における応力の相似率を表わすものでアーチ要素のみに限らず一般にアーチダムの応力の挙動に対して表われる無次元量であり、W_σ は応力に対するアーチダムの岩盤形状抵抗である。

したがって2個のアーチダムに対して

$$\frac{a_1}{w_1 H_1} \Big/ \frac{a_2}{w_2 H_2} = \frac{W_{a2}}{W_{a1}}$$

となるであろう。上式において $w_1 = w_2$ であれば

$$a_1 = a_2 \frac{H_1}{H_2} \frac{W_{a2}}{W_{a1}}$$

である。つまり $a_1 \fallingdotseq a_2$ であるためにはダムの高さが2倍となれば岩盤形状抵抗もまた2倍にする必要がある。

また月世界に全く同高のダムを作る場合

$$a_1 = a_2 \frac{g_1}{g_2} \frac{W_{a2}}{W_{a1}} = \frac{1}{6} \frac{W_{a2}}{W_{a1}}$$

であるから $a_1 \fallingdotseq a_2$ とするためには、アーチダムの岩盤形状抵抗は地球における値の 1/6 とするのみで十分で、極めて薄いアーチダムが可能となるわけである。

このようにアーチダムの予備設計の段階で、岩盤形状抵抗Wの検討が不可缺のものであることがわかったが、その具体的誘導計算については講演会当日詳述するつもりである。

参考文献

1) 中村慶一，飯田隆一，三池亮次，古屋久和：実測資料によるアーチダムの挙動解析，土木研究所報告 第121号 昭和39年.

2) 本間仁，春日屋伸昌：次元解析・最小2乗法と実験式，応用数学講座第5巻，コロナ社.

3) 坪井忠二：單位．次元．模型，新物理学講座第6巻，ダイヤモンド社.