

# 『自動制御の安定理論より見たる

## サージタンクの安定』の研究の補足説明

九州電力 土木部 村瀬次男

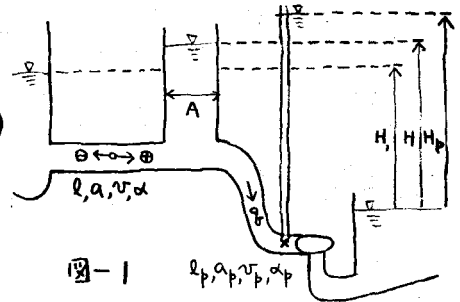
### 1. まえがき

本論は、昭和37年より始めた題記の一連の研究の補足を目的としている。これによって、著者の研究はより完全なものになったと信ずる。

### 2. 水理系の伝達函数の完全形

水圧管について、損失ばかりでなく水の慣性をも考へる。水理系の基本式は次の通りである。(図-1)

$$\left. \begin{aligned} (Q/g) \cdot (dv/dt) &= H_1 - H \mp \alpha v^2 \quad (v \geq 0) \\ (Q_p/g) \cdot (dv_p/dt) &= H - H_p \mp \alpha_p v_p^2 \quad (v_p \geq 0) \\ \alpha v - q &= A \cdot (dH/dt) \\ q &= \alpha_p v_p = m \phi \sqrt{H_p} \\ C &= q \cdot H_p \end{aligned} \right\} \dots (1)$$



従つて、求める水理系の伝達函数は

$$\frac{\Delta[H_p/H_0]}{\Delta[q/q_0]} = - \left\{ \frac{Al}{ga} \cdot \frac{Q_p v_{p0}}{g H_{p0}} \cdot S^2 + \left( \frac{Al}{ga} \cdot \frac{Q_p v_{p0}^2}{H_{p0}} + \frac{Z \alpha v_0 A}{a} \cdot \frac{Q_p v_{p0}}{g H_{p0}} \right) \cdot S + \frac{Z \alpha v_0^2}{H_0} + \frac{Z \alpha_p v_{p0}^2}{H_{p0}} \right\} / \left( \frac{Al}{ga} \cdot S^2 + \frac{Z \alpha v_0 A}{a} \cdot S + 1 \right) \dots (2)$$

$$\frac{\Delta[C/C_0]}{\Delta[\phi/\phi_0]} = \frac{- \frac{Al}{ga} \cdot \frac{Q_p v_{p0}}{g H_{p0}} \cdot S^2 + \left\{ \frac{Al}{ga} \cdot \left( 1 - \frac{Z \alpha_p v_{p0}^2}{H_{p0}} \right) - \frac{Z \alpha v_0 A}{a} \cdot \frac{Q_p v_{p0}}{g H_{p0}} \right\} \cdot S^2 - \left\{ \frac{Z \alpha v_0}{g H_0} + \frac{Q_p v_{p0}}{g H_{p0}} \right\}}{\frac{Al}{ga} \cdot \frac{Q_p v_{p0}}{g H_{p0}} \cdot S^2 + \left\{ \frac{Al}{ga} \cdot \left( 1 + \frac{Z \alpha_p v_{p0}^2}{H_{p0}} \right) + \frac{Z \alpha v_0 A}{a} \cdot \frac{Q_p v_{p0}}{g H_{p0}} \right\} \cdot S + \left\{ \frac{Z \alpha v_0}{g H_0} + \frac{Q_p v_{p0}}{g H_{p0}} \right\} - \frac{Z \alpha v_0 A}{a} \cdot \left( 1 - \frac{Z \alpha_p v_{p0}^2}{H_{p0}} \right) \cdot S + 1 - \frac{Z \alpha v_0^2}{H_0} - \frac{Z \alpha_p v_{p0}^2}{H_{p0}} + \frac{Z \alpha v_0 A}{a} \cdot \left( 1 + \frac{Z \alpha_p v_{p0}^2}{H_{p0}} \right) \cdot S + 1 + \frac{Z \alpha v_0^2}{H_0} + \frac{Z \alpha_p v_{p0}^2}{H_{p0}}} \dots (3)$$

である。

### 3. 斜水口型サージタンクを有する水理系の伝達函数

一般的な差形型サージタンクを考へる。水理系の基本式は次の通りである。(図-2)

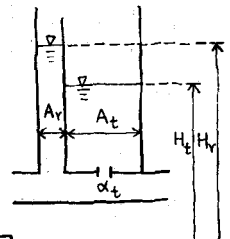


図-2

$$\left. \begin{aligned} (l/g) \cdot (dv/dt) &= H_1 - H_r + \alpha v^2 \quad (v \geq 0) \\ q &= \alpha v - A_r (dH_r/dt) - A_t (dH_t/dt) \\ H_r - H_t &= (\alpha_t A_t / a_t) \cdot (dH_t/dt) \\ q &= m \phi \sqrt{H_r}, \quad C = q \cdot H_r \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (4)$$

従って、求める水理系の伝達函数は

$$\frac{d[\Delta H_t / H_0]}{d[\Delta q / q_0]} = - \left( \frac{l v_0}{g H_0} \cdot S + \frac{z \alpha v_0^2}{H_0} \right) / \left[ \frac{A_r l}{g a} \cdot \frac{\alpha_t A_t}{a_t} \cdot S^3 + \left\{ \frac{(A_r + A_t) l}{g a} + \frac{z \alpha v_0 A_r \alpha_t A_t}{a} \right\} \cdot S^2 + \left\{ \frac{z \alpha v_0 (A_r + A_t)}{a} + \frac{\alpha_t A_t}{a_t} \right\} \cdot S + 1 \right] \dots \dots \dots (5)$$

$$\frac{d[\Delta H_r / H_0]}{d[\Delta q / q_0]} = - \left\{ \frac{l v_0}{g H_0} \cdot \frac{\alpha_t A_t}{a_t} \cdot S^2 + \left( \frac{l v_0}{g H_0} + \frac{z \alpha v_0^2 \alpha_t A_t}{H_0} \right) \cdot S + \frac{z \alpha v_0^2}{H_0} \right\} / \left[ \frac{A_r l}{g a} \cdot \frac{\alpha_t A_t}{a_t} \cdot S^3 + \left\{ \frac{(A_r + A_t) l}{g a} + \frac{z \alpha v_0 A_r \alpha_t A_t}{a} \right\} \cdot S^2 + \left\{ \frac{z \alpha v_0 (A_r + A_t)}{a} + \frac{\alpha_t A_t}{a_t} \right\} \cdot S + 1 \right] \dots \dots \dots (6)$$

$$\begin{aligned} \frac{d[\frac{\Delta C}{C_0}]}{d[\frac{\Delta \phi}{\phi_0}]} &= \frac{\frac{A_r l}{g a} \cdot \frac{\alpha_t A_t}{a_t} \cdot S^3 + \left\{ \frac{(A_r + A_t) l}{g a} - \left( \frac{l v_0}{g H_0} - \frac{z \alpha v_0 A_r}{a} \right) \cdot \frac{\alpha_t A_t}{a_t} \right\} \cdot S^2 - \left\{ \frac{l v_0}{g H_0} - \frac{z \alpha v_0 (A_r + A_t)}{a} \right\}}{\frac{A_r l}{g a} \cdot \frac{\alpha_t A_t}{a_t} \cdot S^3 + \left\{ \frac{(A_r + A_t) l}{g a} + \left( \frac{l v_0}{z g H_0} + \frac{z \alpha v_0 A_r}{a} \right) \cdot \frac{\alpha_t A_t}{a_t} \right\} \cdot S^2 + \left\{ \frac{l v_0}{z g H_0} + \frac{z \alpha v_0 (A_r + A_t)}{a} \right\} - \left( 1 - \frac{z \alpha v_0^2}{H_0} \right) \cdot \frac{\alpha_t A_t}{a_t} \cdot S + 1 - \frac{z \alpha v_0^2}{H_0} + \left( 1 + \frac{\alpha v_0^2}{H_0} \right) \cdot \frac{\alpha_t A_t}{a_t} \cdot S + 1 + \frac{\alpha v_0^2}{H_0}} \end{aligned} \dots \dots \dots (7)$$

である。

#### 4. 水車発電機の総合効率の算定

$$P = 9.8 \eta C, \quad \eta = \eta(C) \dots \dots \dots (8)$$

の形で考えると、(図-3)

$$\frac{\Delta P}{P_0} = \frac{\Delta \eta}{\eta} + \frac{\Delta C}{C_0}, \quad \frac{\Delta \eta}{\eta_0} = \frac{P}{P_0} \cdot \frac{\Delta C}{C_0} \dots \dots \dots (9)$$

であるから、水車入力～発電機出力の間の伝達函数は

$$d[\frac{\Delta P}{P_0}] / d[\frac{\Delta C}{C_0}] = 1 + \frac{P}{P_0} \dots \dots \dots (10)$$

である。

#### 5. 水車のブロック線図の完全形

水車の基本式は次の通りである。 $q-H$ 特性を一般的に考える。

$$P = 9.8 \eta \cdot C, \quad C = q \cdot H, \quad q = q(n, \phi, H) \dots \dots \dots (11)$$

従って、求める水車の伝達函数は

(2)

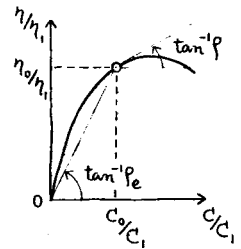
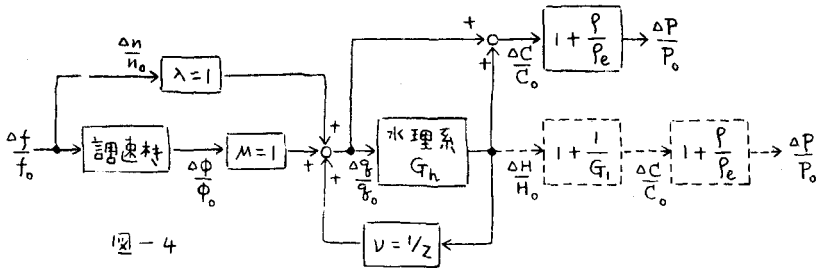


図-3

$$\left. \begin{aligned} \Delta\left[\frac{\Delta P}{P_0}\right] &= \left(1 + \frac{P}{P_0}\right) \Delta\left[\frac{\Delta C}{C_0}\right], \quad \Delta\left[\frac{\Delta C}{C_0}\right] = \Delta\left[\frac{\Delta \varphi}{\varphi_0}\right] + \Delta\left[\frac{\Delta H}{H_0}\right] \\ \Delta\left[\frac{\Delta \varphi}{\varphi_0}\right] &= \left\{ \left(\frac{\partial \varphi}{\partial n}\right) / \left(\frac{\varphi}{n}\right)_0 \right\} \Delta\left[\frac{\Delta n}{n_0}\right] + \left\{ \left(\frac{\partial \varphi}{\partial \phi}\right) / \left(\frac{\varphi}{\phi}\right)_0 \right\} \Delta\left[\frac{\Delta \phi}{\phi_0}\right] \\ &\quad + \left\{ \left(\frac{\partial \varphi}{\partial H}\right) / \left(\frac{\varphi}{H}\right)_0 \right\} \Delta\left[\frac{\Delta H}{H_0}\right] \equiv \lambda \cdot \Delta\left[\frac{\Delta n}{n_0}\right] + \mu \cdot \Delta\left[\frac{\Delta \phi}{\phi_0}\right] + \nu \cdot \Delta\left[\frac{\Delta H}{H_0}\right] \end{aligned} \right\} \dots (12)$$

$$\lambda = 1, \mu = 1, \nu = 1/2$$

である。(図-4)



## 6. 単独運転時の著者の公式の完全形

特性方程式を4次形で表す。

$$1 + \frac{K_m}{T_m S + 1} \cdot \frac{K_g (T_E S + 1)}{T_g S + 1} \cdot \frac{(A l / g a) S^2 - (l v_0 / g H_0) - (Z \alpha v_0 A / a)}{(A l / g a) S^2 + (l v_0 / Z g H_0) + (Z \alpha v_0 A / a)} S + 1 = 0 \dots (13)$$

とて、

$$\left. \begin{aligned} \frac{g a}{A l} &\equiv W, \quad \left( \frac{l v_0}{Z g H_0} + \frac{Z \alpha v_0 A}{a} \right) \frac{g a}{A l} \equiv Z_1, \quad \left( \frac{l v_0}{g H_0} - \frac{Z \alpha v_0 A}{a} \right) \frac{g a}{A l} \equiv Z_2 \\ \frac{T_m T_g}{1 + K_m K_g} &\equiv T_1, \quad \frac{T_m + T_g}{1 + K_m K_g} \equiv T_2, \quad \frac{K_m K_g T_E}{1 + K_m K_g} \equiv T_3, \quad \frac{1}{1 + K_m K_g} \equiv K \end{aligned} \right\} \dots (14)$$

として整理すると、(13)式は

$$T_1 S^4 + (T_2 + T_3 + T_1 Z_1) S^3 + (1 + T_2 Z_1 - T_3 Z_2 + T_1 W) S^2 + \{K \cdot (Z_1 + Z_2) - Z_2 + (T_2 + T_3) W\} S + W \equiv b_0 S^4 + b_1 S^3 + b_2 S^2 + b_3 S + b_4 = 0 \dots (15)$$

である。Hurwitzの条件式の中で、最終的に意味のあるのは、この場合

$$\frac{b_1 b_2}{z b_0} \cdot \left( 1 + \sqrt{1 - \frac{4 b_0 b_4}{b_2^2}} \right) > b_3 > \frac{b_1 b_2}{z b_0} \cdot \left( 1 - \sqrt{1 - \frac{4 b_0 b_4}{b_2^2}} \right) \dots (16)$$

で、これを(14)式をすべて代入すると、

$$\begin{aligned} \frac{1}{Z} \left\{ \frac{\alpha v_0^2}{H_0} \cdot \frac{g H_0}{l v_0} \cdot \left( Z + \frac{1}{A / A_{Th}} \right) + \frac{T_m + T_g + K_m K_g T_E}{T_m T_g} \right\} \cdot \left[ \left\{ \frac{1}{Z} \cdot \frac{\alpha v_0^2}{H_0} \cdot \frac{g H_0}{l v_0} \right\} \right. \\ \left. + \frac{T_m + T_g + K_m K_g T_E}{1 + K_m K_g} \right] \cdot \frac{A}{A_{Th}} + \frac{T_m + T_g + Z T_E}{Z \cdot (1 + K_m K_g)} + \frac{T_m T_g}{1 + K_m K_g} \cdot \frac{g H_0}{l v_0} - T_E \end{aligned} \quad (3)$$

$$\begin{aligned}
& \times \left( 1 + \sqrt{1 - \frac{T_m T_g}{1 + K_m K_g} \cdot \frac{A}{A_{Th}} \left/ \left( \frac{1}{z} \frac{\alpha v_0^2}{H_0} \left[ \left\{ \frac{1}{z} \frac{\alpha v_0^2}{H_0} \frac{\partial H_0}{\partial v_0} \right\} + \frac{T_m + T_g + K_m K_g T_E}{1 + K_m K_g} \right\} \cdot \frac{A}{A_{Th}} \right. \right. \right. \\
& \quad \left. \left. \left. + \frac{T_m + T_g + z T_E}{z(1 + K_m K_g)} + \frac{T_m T_g}{1 + K_m K_g} \frac{\partial H_0}{\partial v_0} - T_E \right]^2 \right) \right) \\
& > \frac{A}{A_{Th}} + \frac{3}{z(1 + K_m K_g)} + \frac{T_m + T_g + K_m K_g T_E}{1 + K_m K_g} \frac{\partial H_0}{\partial v_0} - 1 \\
& > \frac{1}{z} \left\{ \frac{\alpha v_0^2}{H_0} \frac{\partial H_0}{\partial v_0} \left( z + \frac{1}{A/A_{Th}} \right) + \frac{T_m + T_g + K_m K_g T_E}{T_m T_g} \right\} \cdot \left[ \left\{ \frac{1}{z} \frac{\alpha v_0^2}{H_0} \frac{\partial H_0}{\partial v_0} \right. \right. \\
& \quad \left. \left. + \frac{T_m + T_g + K_m K_g T_E}{1 + K_m K_g} \right\} \cdot \frac{A}{A_{Th}} + \frac{T_m + T_g + z T_E}{z(1 + K_m K_g)} + \frac{T_m T_g}{1 + K_m K_g} \frac{\partial H_0}{\partial v_0} - T_E \right] \\
& \times \left( 1 - \sqrt{1 - \frac{T_m T_g}{1 + K_m K_g} \cdot \frac{A}{A_{Th}} \left/ \left( \frac{1}{z} \frac{\alpha v_0^2}{H_0} \left[ \left\{ \frac{1}{z} \frac{\alpha v_0^2}{H_0} \frac{\partial H_0}{\partial v_0} \right\} + \frac{T_m + T_g + K_m K_g T_E}{1 + K_m K_g} \right\} \cdot \frac{A}{A_{Th}} \right. \right. \right. \right. \\
& \quad \left. \left. \left. + \frac{T_m + T_g + z T_E}{z(1 + K_m K_g)} + \frac{T_m T_g}{1 + K_m K_g} \frac{\partial H_0}{\partial v_0} - T_E \right]^2 \right) \right) \dots \dots \dots (17)
\end{aligned}$$

である。特に、調速機等の電気機械系の遅れを考へないと、(17)式は

$$A/A_{Th} > 1 - 3 / \{ z \cdot (1 + K_m K_g) \} \dots \dots \dots (18)$$

であるから、著名なThomaの条件は、さうに

$$K_m K_g \gg 1 \dots \dots \dots (19)$$

としてえられる。

(17)式は一般公式であるから、サージタンクの安定に關する未解決の問題(Scimemiの試験, Ghettiの実験等)の多くを説明できる。

## 7. 並列運転時の著者の公式の完全形

並列運転時のブロック線図を図-5のように考へる。特性方程式は次の通りである。

$$\left. \begin{aligned}
1 + \frac{K_m''(T_g' S + 1)}{T_m'' S + 1} \cdot \frac{K_g(T_E' S + 1)}{T_g S + 1} \cdot \frac{(A R / g a) S^2 - \{ (\partial v_0 / \partial H_0) - (z \alpha v_0 A / a) \} \cdot S + 1}{(A R / g a) S^2 + \{ (\partial v_0 / \partial z H_0) + (z \alpha v_0 A / a) \} \cdot S + 1} = 0 \dots \dots (20)
\end{aligned} \right\}$$

$$K_m'' \equiv K_m' / (1 + K_m' K_g), \quad T_m'' \equiv (T_m' + T_g' + K_m' K_g T_E') / (1 + K_m' K_g)$$

こゝで、更に

$$\left. \begin{aligned}
\frac{T_m' T_g}{1 + K_m' K_g} &\equiv T_1' \\
\frac{T_m' + T_g}{1 + K_m' K_g} &\equiv T_2' \\
\frac{K_m' K_g (T_g' + T_E)}{1 + K_m' K_g} &\equiv T_3' \\
\frac{K_m' K_g T_g' T_E}{1 + K_m' K_g} &\equiv T_4' \\
1 / (1 + K_m' K_g) &\equiv K'
\end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (21)$$

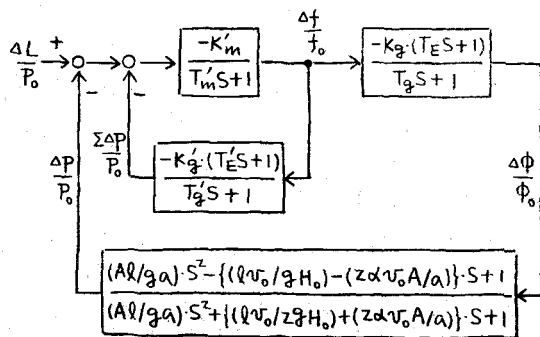


図-5  
(4)

として整理すると, (20)式は

$$(T_1' + T_4') \cdot S^4 + (T_2' + T_3' + T_1' Z_1 - T_4' Z_2) \cdot S^3 + \{1 + T_2' Z_1 - T_3' Z_2 + (T_1' + T_4') \cdot W\} \cdot S^2 + \{K_1'(Z_1 + Z_2) - Z_2 + (T_2' + T_3') \cdot W\} \cdot S + W \equiv b_0 S^4 + b_1 S^3 + b_2 S^2 + b_3 S + b_4 = 0 \quad \dots (22)$$

である。従って, サージタンクの安定判別式は(16)式と全く同じ形になる。(17)式に対応する公式は省略。特に, 電気機械系の屋敷を考えないと, (22)式は

$$\frac{A}{A_{Th}} > 1 - \frac{3}{2} \left\{ 1 - \frac{K_m' K_g}{1 + K_m' (K_g + K_g')} \right\} \quad \dots (23)$$

であるから, 著名な Calame - Gaden の条件は, ほぼ

$$K_m' (K_g + K_g') \gg 1, R = R' \quad \dots (24)$$

としてえられる。R: 調定率。

### 8. 揚水運転時のサージタンクの安定

先づ, ポンプの伝達函数を求める。ポンプの基本式は次の通りである。

$$P = 9.8 q H / \eta, \quad q = q(n, \phi, H), \quad \eta = \eta(n, q, H) \quad \dots (25)$$

従って, ポンプの伝達函数は

$$\left. \begin{aligned} \Delta \left[ \frac{\Delta P}{P_0} \right] &= \Delta \left[ \frac{\Delta q}{q_0} \right] + \Delta \left[ \frac{\Delta H}{H_0} \right] - \Delta \left[ \frac{\Delta \eta}{\eta_0} \right] \\ \Delta \left[ \frac{\Delta q}{q_0} \right] &= \lambda \cdot \Delta \left[ \frac{\Delta n}{n_0} \right] + \mu \cdot \Delta \left[ \frac{\Delta \phi}{\phi_0} \right] + \nu \cdot \Delta \left[ \frac{\Delta H}{H_0} \right] \\ \lambda &\equiv \left\{ \left( \frac{\partial q}{\partial n} \right) / \left( \frac{q}{n} \right) \right\}_0 = 1, \quad \mu \equiv \left\{ \left( \frac{\partial q}{\partial \phi} \right) / \left( \frac{q}{\phi} \right) \right\}_0, \quad \nu \equiv \left\{ \left( \frac{\partial q}{\partial H} \right) / \left( \frac{q}{H} \right) \right\}_0 \\ \Delta \left[ \frac{\Delta \eta}{\eta_0} \right] &= \gamma \cdot \Delta \left[ \frac{\Delta n}{n_0} \right] + \delta \cdot \Delta \left[ \frac{\Delta q}{q_0} \right] + \varepsilon \cdot \Delta \left[ \frac{\Delta H}{H_0} \right] \equiv \delta \cdot \Delta \left[ \frac{\Delta q}{q_0} \right] + \varepsilon \cdot \Delta \left[ \frac{\Delta H}{H_0} \right] \\ \gamma &\equiv \left\{ \left( \frac{\partial \eta}{\partial n} \right) / \left( \frac{\eta}{n} \right) \right\}_0, \quad \delta \equiv \left\{ \left( \frac{\partial \eta}{\partial q} \right) / \left( \frac{\eta}{q} \right) \right\}_0, \quad \varepsilon \equiv \left\{ \left( \frac{\partial \eta}{\partial H} \right) / \left( \frac{\eta}{H} \right) \right\}_0 \end{aligned} \right\} \quad \dots (26)$$

である。(12-6)

次に, 水理系を考えたポンプの伝達函数を求める。水理系の伝達函数は

$$\frac{\Delta \left[ \frac{\Delta H}{H_0} \right]}{\Delta \left[ \frac{\Delta q}{q_0} \right]} = \left( \frac{Q V_0}{g H_0} S + \frac{2 \alpha V_0^2}{H_0} \right) / \left( \frac{A Q}{g A} S^2 + \frac{2 \alpha V_0 A}{a} S + 1 \right) \equiv G_h \quad \dots (27)$$

であるから, 水理系およびポンプの伝達函数は

$$\begin{aligned} \frac{\Delta \left[ \frac{\Delta P}{P_0} \right]}{\Delta \left[ \frac{\Delta q}{q_0} \right]} &= \frac{1 - \delta + (1 - \varepsilon) \cdot G_h}{1 - \nu \cdot G_h} \\ &= \left\{ \frac{A Q}{g A} S^2 + \left( \frac{1 - \varepsilon}{1 - \delta} \cdot \frac{Q V_0}{g H_0} + \frac{2 \alpha V_0 A}{a} \right) S \right\} \end{aligned}$$

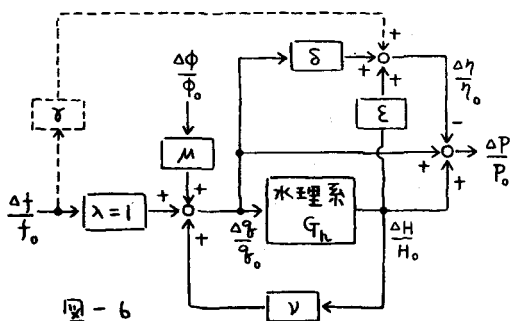
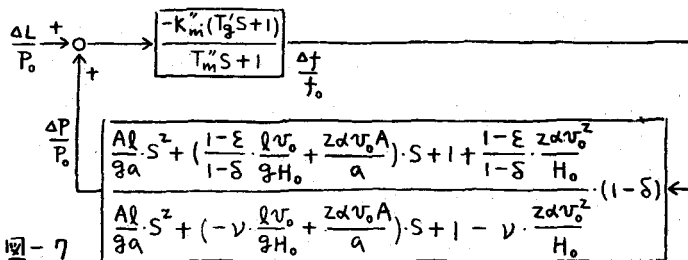


図-6

$$+ 1 + \frac{1-\varepsilon}{1-\delta} \cdot \frac{z\alpha v_0^2}{H_0} \Bigg/$$

$$\left\{ \frac{Al}{ga} \cdot S + (-\nu \cdot \frac{lv_0}{gH_0} + \frac{z\alpha v_0 A}{a}) \cdot S + 1 \right.$$

$$\left. - \nu \cdot \frac{z\alpha v_0^2}{H_0} \right\} \dots (28)$$



である。

揚水運転時のブロック線図を図-7のように考える。特性方程式は次の通りである。

$$1 + \frac{K_m''(T_g S + 1)}{T_m'' S + 1} \cdot \frac{(Al/ga)S^2 + [(1-\varepsilon)/(1-\delta)](lv_0/gH_0) + (z\alpha v_0 A/a)]S}{(Al/ga)S^2 + \{-\nu(lv_0/gH_0) + (z\alpha v_0 A/a)\}S} \\ + 1 + \frac{(1-\varepsilon)/(1-\delta)](z\alpha v_0^2/H_0)}{1 - \nu(z\alpha v_0^2/H_0)} \cdot (1-\delta) = 0 \dots (29)$$

そこで、

$$\left. \begin{aligned} (1-\nu \cdot \frac{z\alpha v_0^2}{H_0}) \cdot \frac{ga}{Al} &\equiv W_1, \quad \{1-\delta + (1-\varepsilon) \cdot \frac{z\alpha v_0^2}{H_0}\} \cdot \frac{ga}{Al} \equiv W_2 \\ (-\nu \cdot \frac{lv_0}{gH_0} + \frac{z\alpha v_0 A}{a}) \cdot \frac{ga}{Al} &\equiv Z_1', \quad \{(1-\varepsilon) \cdot \frac{lv_0}{gH_0} + (1-\delta) \cdot \frac{z\alpha v_0 A}{a}\} \cdot \frac{ga}{Al} \\ \frac{T_m''}{1+K_m''} &\equiv T_5, \quad \frac{K_m'' \cdot T_g}{1+K_m''} \equiv T_6, \quad \frac{1}{1+K_m''} \equiv K_1 \end{aligned} \right\} \dots (30)$$

として整理すると、(29)式は

$$\{T_5 + T_6 \cdot (1-\delta)\} \cdot S^3 + \{-1(1-K_1) \cdot \delta + T_5 \cdot Z_1' + T_6 \cdot Z_2'\} \cdot S^2 + \{K_1 \cdot Z_1' + (1-K_1) \cdot Z_2' \\ + T_5 \cdot W_1 + T_6 \cdot W_2\} \cdot S + K_1 \cdot W_1 + (1-K_1) \cdot W_2 \equiv b_0 S^3 + b_1 S^2 + b_2 S + b_3 = 0 \dots (31)$$

である。一般に、揚水発電用ポンプの特性は、使用範囲において

$$\nu < 0 \dots (32)$$

であるから、Hurwitzの条件式はすべて満たされている。もし、 $\nu > 0$ の場合は

$$b_1 > 0, \quad b_1 b_2 - b_0 b_3 > 0 \quad \text{或いは} \quad b_2 > 0, \quad b_1 b_2 - b_0 b_3 > 0 \dots (33)$$

がサージタンクの安定条件となる。

## 9. カプラン水車の場合の安定

先づ、カプラン水車の伝達函数を求める。カプラン水車の基本式は次の通りである。

$$P = 9.8 g H \eta, \quad g = g(n, S_g, S_R, H), \quad \eta = \eta(n, S_g, S_R, H) \dots (34)$$

$$T_R \cdot (d\Delta S_R/dt) + \Delta S_R = K_R \cdot (S_{R0}/S_{g0}) \cdot \Delta S_g$$

従って、カプラン水車の伝達函数は

$$\mathcal{L}\left[\frac{\Delta P}{P_0}\right] = \mathcal{L}\left[\frac{\Delta g}{g_0}\right] + \mathcal{L}\left[\frac{\Delta H}{H_0}\right] + \mathcal{L}\left[\frac{\Delta \eta}{\eta_0}\right]$$

$$\begin{aligned}
 \Delta \left[ \frac{\partial \bar{q}}{\partial \theta_0} \right] &= \lambda \cdot \Delta \left[ \frac{\eta}{n_0} \right] + \zeta_q \cdot \Delta \left[ \frac{\Delta S_q}{S_{q0}} \right] + \zeta_R \cdot \Delta \left[ \frac{\Delta S_R}{S_{R0}} \right] + \nu \cdot \Delta \left[ \frac{\Delta H}{H_0} \right] \\
 &\equiv \zeta_q \cdot \Delta \left[ \frac{\Delta S_q}{S_{q0}} \right] + \zeta_R \cdot \Delta \left[ \frac{\Delta S_R}{S_{R0}} \right] + \nu \cdot \Delta \left[ \frac{\Delta H}{H_0} \right] \\
 \lambda &\equiv \left\{ \left( \frac{\partial \bar{q}}{\partial n} \right) / \left( \frac{\bar{q}}{n} \right) \right\}_0 = 1, \quad \zeta_q \equiv \left\{ \left( \frac{\partial \bar{q}}{\partial S_q} \right) / \left( \frac{\bar{q}}{S_q} \right) \right\}_0, \quad \zeta_R \equiv \left\{ \left( \frac{\partial \bar{q}}{\partial S_R} \right) / \left( \frac{\bar{q}}{S_R} \right) \right\}_0 \\
 \Delta \left[ \frac{\Delta \eta}{\eta_0} \right] &= \gamma \cdot \Delta \left[ \frac{\Delta n}{n_0} \right] + \zeta_q \cdot \Delta \left[ \frac{\Delta S_q}{S_{q0}} \right] + \zeta_R \cdot \Delta \left[ \frac{\Delta S_R}{S_{R0}} \right] + \varepsilon \cdot \Delta \left[ \frac{\Delta H}{H_0} \right] \\
 &\equiv \zeta_q \cdot \Delta \left[ \frac{\Delta S_q}{S_{q0}} \right] + \zeta_R \cdot \Delta \left[ \frac{\Delta S_R}{S_{R0}} \right] + \varepsilon \cdot \Delta \left[ \frac{\Delta H}{H_0} \right] \\
 \zeta_q &\equiv \left\{ \left( \frac{\partial \eta}{\partial S_q} \right) / \left( \frac{\eta}{S_q} \right) \right\}_0, \quad \zeta_R \equiv \left\{ \left( \frac{\partial \eta}{\partial S_R} \right) / \left( \frac{\eta}{S_R} \right) \right\}_0 \\
 \frac{\Delta [\Delta S_R / S_{R0}]}{\Delta [\Delta S_q / S_{q0}]} &= \frac{K_R}{T_R S + 1} \equiv G_R
 \end{aligned}
 \tag{35}$$

である。(図-8)

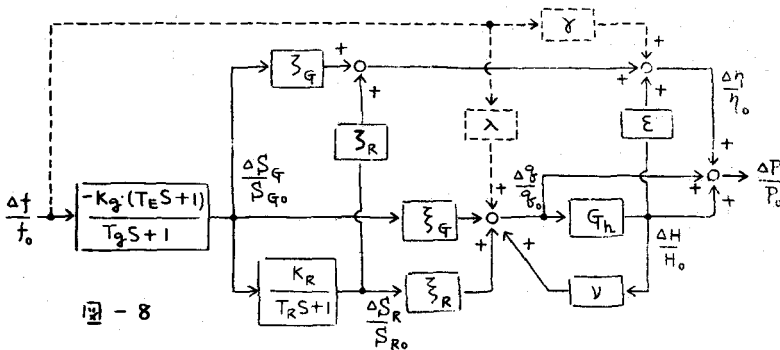


図-8

次に、水理系を考えたカプラン水車の伝達函数を求める。水理系の伝達函数は

$$\frac{\Delta [\Delta H / H_0]}{\Delta [\Delta \bar{q} / \bar{q}_0]} = - \left( \frac{g v_0}{g H_0} S + \frac{z \alpha v_0^2}{H_0} \right) / \left( \frac{A l}{g a} S^2 + \frac{z \alpha v_0 A}{a} S + 1 \right) \equiv G_H \tag{36}$$

であるから、水理系および水車の伝達函数は

$$\begin{aligned}
 \Delta [\Delta P / P_0] / \Delta [\Delta S_q / S_{q0}] &= (\zeta_q + \zeta_q + (\zeta_R + \zeta_R) \cdot G_R + [(1 + \varepsilon) \cdot \zeta_q - \nu \cdot \zeta_q + \{(1 + \varepsilon) \cdot \zeta_R \\
 &\quad - \nu \cdot \zeta_R\} \cdot G_R] \cdot G_H) / (1 - \nu \cdot G_H) \tag{37}
 \end{aligned}$$

である。

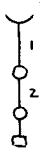
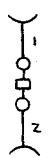
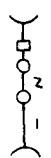
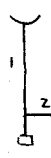
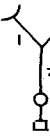
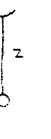
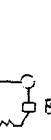
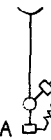
以下、6.および7.と同様に特性方程式を求め、<sup>それぞれ</sup> Hurwitz の条件式を立てれば、単独運転車および並列運転時の安定条件を導くことができる。(省略)

10. 単独、並列、揚水およびAFC運転時の一般公式<sup>2)</sup>

11. 複雑な水路系の安定<sup>2)</sup>

表-1 に示すような色々な水路系を考える。

表-1

|              |             |                                                                                    |                                                                                    |                                                                                    |                                                                                    |                                                                                    |                                                                                    |
|--------------|-------------|------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------|
| 水車発電機が1つある場合 | 貯水池が1つある場合  |   |   |   |   |   |   |
|              | 同上が2つある場合   |   |   |   |   |   |   |
|              | 貯水池が1つある場合  |   |   |   |   |   |   |
|              | 同上が2つ以上ある場合 |  |  |  |  |  |  |

以上の型の複合型

12. サージタンクの振動特性を改良する諸方法<sup>3)</sup>

13. サージタンクの過渡特性および周波数特性<sup>2)</sup>

14. あとがき

本研究に当たり種々御教示を賜った中央大学理工学部林泰造教授に感謝致します  
 [参考文献] 1) 発電水力(N065~69), 応用力学連合講演会論文抄録集(第13~14回)および同改文版, 土木学会年次学術講演会講演概要(第19回), 2) 詳細は土木学会第20回年次学術講演会において発表予定, 3) 詳細は第9回水理講演会において発表予定