トラスの変形に対応した換算断面2次モーメントの変化について

熊本大学　教　授　○吉　村　虎　蔵
〃　　　　助教授　平　井　一　男
〃　　　　技　官　増　見　豊　彦

長大径間の補剛トラスをもつ吊橋の動的解析にあたっては，補剛トラスを補剛桁に換算して通常解析が進められる。古くからトラスそのものの動的解析の研究は多く数えられるが固有周期の数値計算だけでも相当厄介であるので，トラスをそのままで扱うときは補剛トラスをもつ吊橋の動的解析は非常に困難であるからと考えられる。これと同じようなことが，補剛トラスをもつランガー橋などにおいても経験される。長径間吊橋の場合通常，トラスを桁に換算するにあたっては，トラスをその上弦材と下弦材との断面の2次モーメントと等価な断面2次モーメントをもつ桁におきかえる方法が採られている。つまり次式によって換算断面2次モーメントを計算している。

$$I=\frac{A_{\mu}A_{\ell}}{A_{\mu}+A_{\ell}}h^2+J \cdots\cdots(1)$$

ここに A_{μ}・A_{ℓ} はそれぞれ上・下弦材の断面積，hはトラス高，Jは各弦材の図心に対するそれぞれの断面の2次モーメントの和。

しかしながら，200ないし300m程度以下の支間の場合でも式(1)の換算は妥当であろうか。筆者等は新しい考え方から，トラスと等価な桁の換算の方法を提桃し，この方法で，幌別橋（ランガートラス橋，支間64.0m）二軒橋（補剛トラスをもつ吊橋，支間158.4m），天草2号橋（ランガートラス橋，支間156.0m）の3橋の補剛トラスについて数値計算を行ない，この換算法が正しいことを知ったので報告する。

単純支持の吊橋あるいはランガートラスが自由振動を行なっているとき，そのモードは次式にて表わされる。

$$\varphi_{(x)}=\sum_{n=1}^{\infty}A_n \sin\frac{n\pi x}{\ell} \cdots\cdots(2)$$

この場合トラスは $P_n \sin\frac{n\pi x}{\ell}$, $n=1, 2, 3\cdots$ なる慣性力をうけているわけである。故に，$p_1 \sin\frac{\pi x}{\ell}$, $p_2 \sin\frac{2\pi x}{\ell}$, ……のそれぞれに対してトラスの変形を求め，これと上の分布慣性力を桁（定断面）にかけたときの桁の変形とを等値することによって，$n=1, 2, 3$……のそれぞれに対してトラスの換算断面2次モーメント I_{g1}, I_{g2}, I_{g3}, …が求められる。I_{g1}, I_{g2}, I_{g3}, ……がどのような変化を示すかは数値計算のところで示すが，この換算断面2次モーメントの正しいことの証明を次の方法によって検討した。

固有振動数 ω_n と正規化モード $\Phi_{n(x)}$ とを使って静的撓みを表現すると次式で表わされる。（文献(1)または(2)参照のこと）。

$$W_{(x)}=\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\Phi_n(x_i)\Phi_n(x_j)}{\omega_n^2}\cdot P \cdots\cdots(3)$$

ここに x_i は測定点，x_j は荷重点，Pは荷重。故に $P=1$, x_i を固定し，x_j を変数とすると式(3)から x_i 点のたわみの影響線が動的定数の ω_n や Φ_n を用いて計算できるわけである。したがって前記の方法で換算した断面2次モーメント I_{g1}, I_{g2}, I_{g3}, ……をもつ桁について式(3)の計算をなし，これを静力学的方法つまり仮想仕事法や弾性荷重法によるトラスの撓みの影響線と比べると，ここに提案する方法が正しいかどうかを検べることができる。周知のように I_{gn} なる定断面単純梁の固有振動数は

$$\omega_{gn}^2=\left(\frac{n\pi}{\ell}\right)^4\cdot\frac{EI_{gn}}{\rho} \cdots\cdots(4)$$

ρ は梁の単位長あたりの質量。またその正規化モードは，

$$\Phi_{gn}=\sqrt{\frac{2}{\rho\ell}}\sin\frac{n\pi x}{\ell} \cdots\cdots(5)$$

数値計算の一つを幌別橋について示す。

この橋は，$\ell=64.00$m, $\rho\ell=2.3093\times10^2$kgsec^2/cm，ライズ f=8.00m のランガートラス橋であるが，その補剛トラスは，$A_{\mu}=167.5$cm^2（平均値），$A_{\ell}=307.8$cm^2（平均値），h=3.00mである。なおトスの断面は上下弦材それぞれ断面の変化が著るしくその詳細は猪瀬著「ランガー橋の設計」にあるが，この論文における解析では実橋

のままの変断面部材をもつトラスをそのまま取扱った。

(1) 提案法による換算断面2次モーメント（cm^4）

$I_{g1}=8.7855\times10^6$,　$I_{g2}=6.6602\times10^6$

$I_{g3}=4.74426\times10^6$,　$I_{g4}=4_4.4256\times10^6$

(2) 式(1)による換算値（cm^4）

$I=9.8415\times10^6$（この換算にあたっては止むを得ないので上記の $A_\mu=167.5$, $A_\ell=307.8$を用いた。）

そこで，補剛トラスの $\ell/2$ 点の撓みの影響線を比較して次表を得た。

x_j / 解析法	$2\ell/16$	$4\ell/16$	$6\ell/16$	$8\ell/16$
厳密解（仮想仕事法）	105.7	197.3	264.9	298.2
提案の法	106.0	201.6	272.1	298.4
式(1)の法	97.1	181.6	241.7	264.1

また提案の方法によってランガートラスの固有周期を計算すると $T_1=0.381$, $T_2=0.322$, $T_3=0.155$, $T_4=0.104$sec であった。周知のように[2]ランガー橋では逆対称振動のときはアーチは働かないから，逆対称固有振動数は補剛トラスのそれと同じである。いま式(1)によってこれらを求めると $T_2'=0.289$, $T_4'=0.072$sec であって，筆者等のものとかなり相異することとなる。

（注） 1) 平井：種々の走行荷重をうけるはり構造の基礎式とその応用，土木学会論文集，90号，昭38.2

2) 吉村，平井：ランガー桁の動的解析，土木学会論文集，101号，昭39.1.